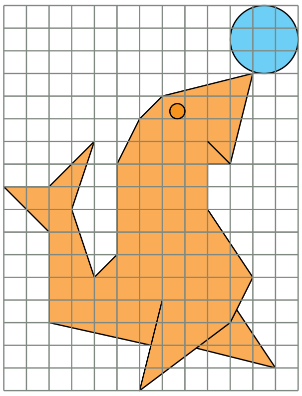
Página 193

Practica la semejanza

1. Sobre una cuadrícula similar a la de la ilustración, reproduce a doble tamaño la figura que aparece.

(Sugerencia: tomar los cuadrados de lado doble).



Siguiendo la sugerencia, sobre una cuadrícula con cuadraditos 6 mm × 6 mm, se realiza el dibujo. Se obtiene una figura cuyo tamaño es el doble del de la original.

2. Sabiendo que cada balón de baloncesto tiene un diámetro de 24 cm, toma medidas para averiguar cuánto miden los dos jugadores.

Tomando medidas en el dibujo, obtenemos:

Altura de los tres balones = 1,9 cm

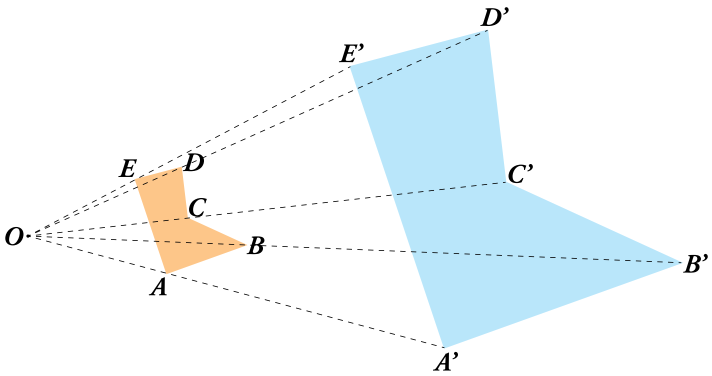
Jugador bajo (a) = 4,5 cm

Jugador alto (b) = 5,7 cm

$\frac{1,9}{72} = \frac{4,5}{a} \rightarrow a = 170,5$ cm $\qquad \frac{1,9}{72} = \frac{5,7}{b} \rightarrow b = 216$ cm

El jugador bajo mide 170,5 cm y el alto, 216 cm.

3. **Observa un sencillo método para ampliar una figura, *ABCDE*, al triple de su tamaño. Tomamos un punto cualquiera, *O*. El punto A' dista de O el triple que A. Lo mismo le pasa a B', C', D' y E'. Copia la figura en tu cuaderno y comprueba que los lados del pentágono grande son paralelos a los del pequeño y sus longitudes son el triple de las de aquellos.**

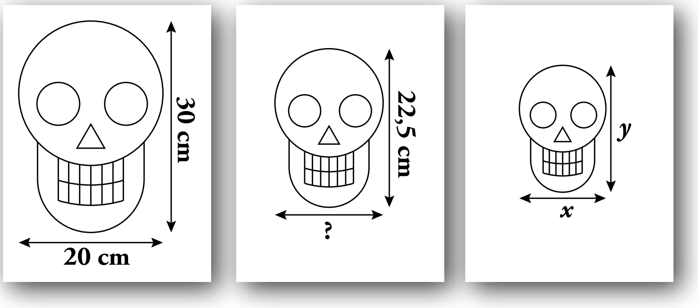


Se comprueba que, efectivamente, así es.

1 Figuras semejantes

Página 195

1. Las dos figuras de la derecha son reducciones que se han hecho en una fotocopiadora sobre la figura de la izquierda:



a) ¿Qué reducción se ha aplicado a la página central? (Exprésala en tanto por ciento).

b) ¿Cuánto mide el ancho de la calavera de la hoja central?

c) Calcula los valores de *x* e *y* sabiendo que la reducción de la página de la derecha es del 60 %.

a) $\frac{22{,}5}{30} = 0{,}75$. Se ha aplicado una reducción del 75 %.

b) 75 % de 20 = 15. El ancho de la calavera central es de 15 cm.

c) y = 60 % de 30 = 18 cm

x = 60 % de 20 = 12 cm

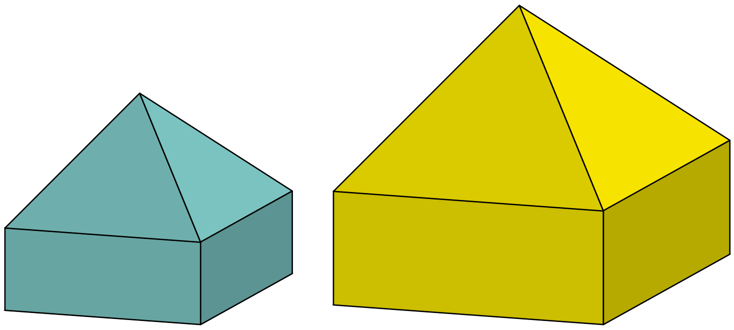
2. Dos rectángulos semejantes tienen una razón de semejanza de 0,8. Las dimensiones del menor son 4 cm de ancho por 12 cm de alto. ¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo mayor?

Ancho: $x \cdot 0{,}8 = 4 \rightarrow x = 4 : 0{,}8 \rightarrow x = 5$ cm

Alto: $y \cdot 0{,}8 = 12 \rightarrow y = 12 : 0{,}8 \rightarrow y = 15$ cm

Página 196

3. Estas dos casitas de cartulina son semejantes. La razón de semejanza es 1,5. Para fabricar la pequeña, se han necesitado 7,2 dm^2 de cartulina, y su volumen es 6,4 *l*. ¿Cuánta cartulina lleva la grande y qué volumen tiene?



La casa grande tiene $7,2 \cdot 1,5^2 = 16,2$ dm^2 de superficie y un volumen de $6,4 \cdot 1,5^3 = 21,6$ *l*.

Página 197

4. **Dos piscinas son semejantes. La pequeña mide 15 m de largo, y la grande, 30 m.**

a) ¿Cuál es la razón de semejanza?

b) Si la pequeña tiene 1,40 m de profundidad, ¿cuál es la profundidad de la grande?

c) Impermeabilizar el interior de la pequeña costó 1 650 €. ¿Cuánto costará impermeabilizar la grande?

d) Llenar de agua la pequeña cuesta 235 €. ¿Cuánto costará llenar la grande?

a) $\frac{30}{15} = 2$. La razón de semejanza es 2.

b) $1{,}40 \cdot 2 = 2{,}80$ m es la profundidad de la grande.

c) $1\,650 \cdot 2^2 = 6\,600$ € costará impermeabilizar la grande.

d) $235 \cdot 2^3 = 1\,880$ € costará llenar la grande.

5. **El *Atomium* es un monumento construido en Bruselas (Bélgica) para la exposición universal de 1958. Su altura es de 102 m, y cada una de las esferas que lo componen tiene 18 m de diámetro.**

En la tienda de recuerdos hay dos reproducciones del *Atomium*: de 8 cm y de 20 cm de altura.

a) ¿Cuál es la razón de semejanza entre ellas?

b) ¿Cuál es el diámetro de cada una de las esferas de las reproducciones?

c) Si la maqueta pequeña pesa 200 g, ¿cuánto pesa la grande?

d) Para pintar la grande, se necesitan 400 g de pintura. ¿Cuánto gastaremos para la pequeña?

a) Razón de semejanza entre las reproducciones grande y pequeña: $\frac{20}{8} = 2{,}5$

Razón de semejanza entre el monumento y la reproducción grande: $\frac{10\,200}{20} = 510$

Razón de semejanza entre el monumento y la reproducción pequeña: $\frac{10\,200}{8} = 1\,275$

b) Diámetro de las esferas de la reproducción pequeña: $\frac{1800}{1\,275} = 1{,}412$ cm

Diámetro de las esferas de la reproducción grande: $\frac{1800}{510} = 3{,}53$ cm

c) La reproducción grande pesa: $200 \cdot 2{,}5^3 = 3\,125$ g $= 3{,}125$ kg

d) Para pintar la maqueta pequeña se necesitan $400 : 2{,}5^2 = 64$ g de pintura.

2 Planos, mapas y maquetas

Página 199

1. Tomando medidas sobre el mapa de la página anterior y teniendo en cuenta la escala:

a) Calcula la distancia entre Barcelona y Valencia.

b) ¿Cuánto tarda un ferry que va de Tarragona a Palma de Mallorca a 20 nudos?

Cada nudo equivale a 1,852 km/h.

a) En el mapa, Barcelona - Valencia = 6 cm $\rightarrow$ Distancia real = $6 \cdot 5 \cdot 10^6$ cm = 300 km

b) En el mapa, Tarragona - Palma = 4,2 cm $\rightarrow$ Distancia real = $4{,}2 \cdot 5 \cdot 10^6$ cm = 210 km

$$t = \frac{e}{v} = \frac{210}{21 \cdot 1{,}852} = 5{,}4 \text{ h} = 5 \text{ horas } 24 \text{ minutos}$$

2. Sabiendo que la distancia que separa en la realidad el embarcadero de la fuente es 136 m, halla su escala y calcula las siguientes distancias:

a) Camping - playa.

b) Playa - fuente.

c) Fuente - barbacoa.

d) Fuente - camping.

$$\text{Escala} = \frac{6{,}8}{13\,600}$$

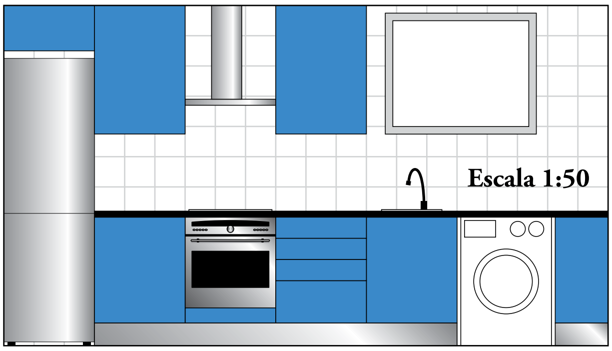
a) $\frac{6{,}8}{13\,600} = \frac{4{,}9}{x} \rightarrow x = 98$ m. La distancia camping - playa es de 98 m.

b) $\frac{6{,}8}{13\,600} = \frac{3{,}3}{x} \rightarrow x = 66$ m. La distancia playa - fuente es de 66 m.

c) $\frac{6{,}8}{13\,600} = \frac{3{,}5}{x} \rightarrow x = 70$ m. La distancia fuente - barbacoa es de 70 m.

d) $\frac{6{,}8}{13\,600} = \frac{1{,}9}{x} \rightarrow x = 38$ m. La distancia fuente - camping es de 38 m.

3. **Este es el plano de la pared de una cocina:**



Halla sus dimensiones (largo y ancho); la superficie de la ventana y la distancia entre los fogones y la campana.

DIMENSIONES

Largo de la cocina: 8 cm · 50 = 400 cm = 4 m

Alto de la cocina: 4,5 cm · 50 = 225 cm = 2,25 m

SUPERFICIE DE LA VENTANA

Superficie de la ventana en el plano: 2 · 1,6 = 3,2 cm^2

Superficie real de la ventana: 3,2 · 50^2 = 8 000 cm^2 = 0,8 m^2

DISTANCIA ENTRE LOS FOGONES Y LA CAMPANA

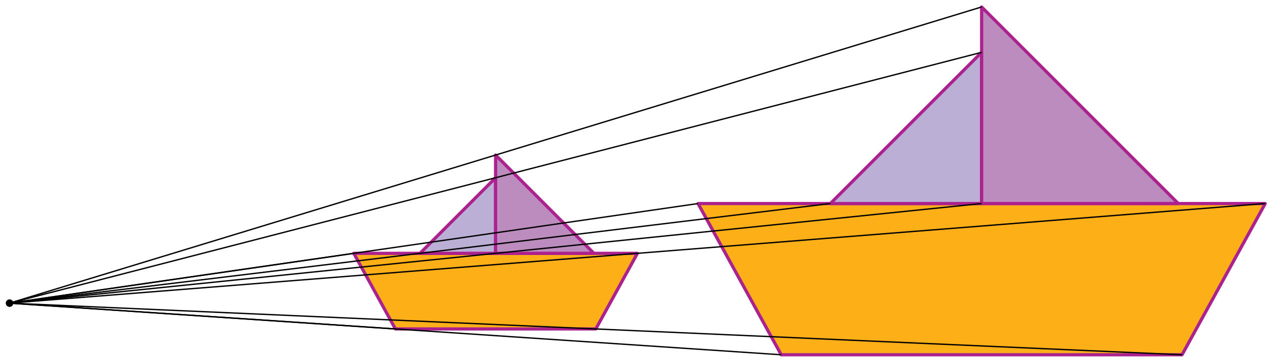
Distancia en el plano entre los fogones y la campana: 1,4 cm

Distancia real entre los fogones y la campana: 1,4 · 50 = 70 cm

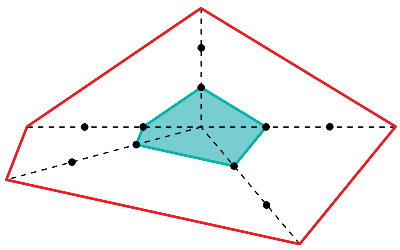
3 Cómo construir figuras semejantes

Página 201

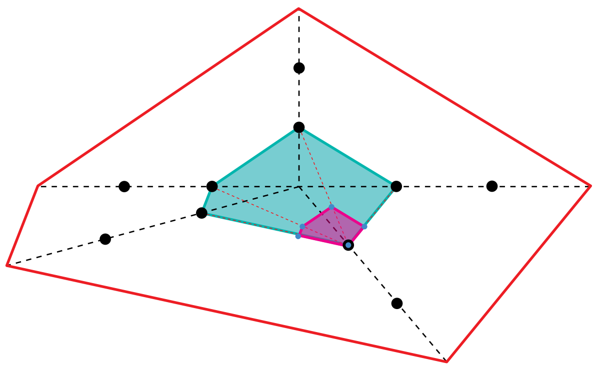
1. **Dibuja en tu cuaderno una figura como esta y amplíala al doble de tamaño mediante el método de la proyección.**



2. **Dibuja en tu cuaderno un pentágono irregular. Redúcelo a su tercera parte proyectando desde un punto interior. Vuelve a hacerlo tomando como punto de proyección uno de los vértices.**



El dibujo a escala 1/3 queda pegado al vértice que se elige como proyección. Respuesta abierta; por ejemplo:



4 Teorema de Tales

Página 202

1. Traza dos rectas cualesquiera, r y s. Señala en r cuatro puntos, A, B, C y D, de modo que:

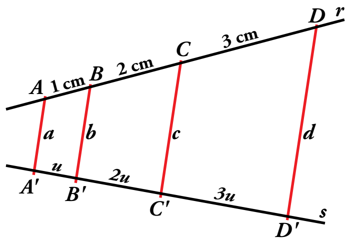
$$\overline{AB} = 1 \text{ cm}, \quad \overline{BC} = 2 \text{ cm}, \quad \overline{CD} = 3 \text{ cm}$$

Traza rectas paralelas, a, b, c y d, que pasen por A, B, C y D. Llama A', B', C' y D' a los puntos en que estas rectas cortan a s.

Comprueba que:

$\overline{B'C'} = 2 \cdot \overline{A'B'}$

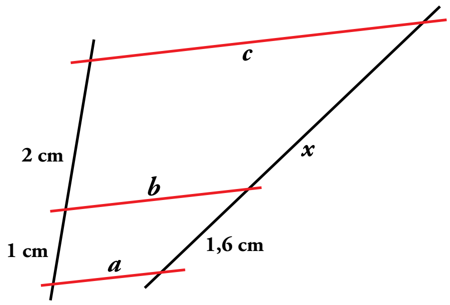
$\overline{C'D'} = 3 \cdot \overline{A'B'}$



Se comprueba.

2. a) Comprueba que las rectas a, b y c del dibujo son paralelas.

b) Calcula x.



a) Las rectas a, b y c son paralelas.

b) $\dfrac{1}{1{,}6} = \dfrac{2}{x} \rightarrow x = 1{,}6 \cdot 2 = 3{,}2$ cm

Página 203

3. Jaime, que mide 1,83 m, va a visitar a su amiga Raquel. ¿A qué distancia de la pared debe colocarse para tocar el techo con la cabeza?

$\frac{1{,}65}{3{,}3} = \frac{1{,}83}{x} \rightarrow x = 3{,}66$ m

Jaime debe colocarse a 8 – 3,66 = 4,34 metros de la pared.

4. ¿A qué distancia de la pared debe colocar Raquel una lámpara en el techo que cuelga 1 m para que quede a 20 cm de su cabeza?

1,65 + 1 + 0,20 = 2,85. Hacemos lo mismo que en el ejercicio anterior, suponiendo que la persona que se coloca tocando el techo con la cabeza mide 2,85 m.

$\frac{1{,}65}{3{,}3} = \frac{2{,}85}{x} \rightarrow x = 5{,}7$ m. La lámpara se colocará a 8 – 5,7 = 2,3 metros de la pared.

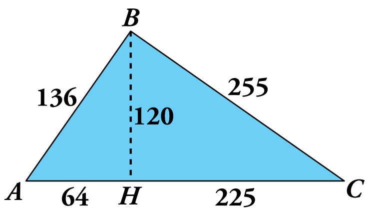
5 Semejanza entre triángulos rectángulos

Página 204

1. Si $\hat{A} = 33°$, $\hat{C} = 90°$, $\hat{B}' = 57°$ y $\hat{C}' = 90°$, explica por qué ABC y $A'B'C'$ son semejantes.

Los ángulos de un triángulo suman 180°, por lo que, en el triángulo ABC, $\hat{B} = 57°$. Así, ABC y $A'B'C'$ tienen un ángulo agudo igual y otro recto, y, por tanto, son semejantes.

2. Demuestra que los triángulos ABC, AHB y BHC son semejantes.



$$ABC - ABH \;\rightarrow\; \frac{\overline{AB}}{\overline{AH}} = 2{,}125 = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{BH}}$$

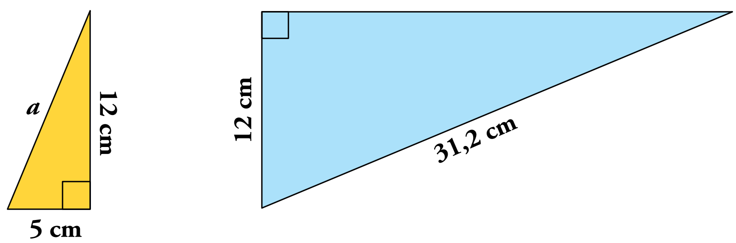
$$ABC - BHC \;\rightarrow\; \frac{\overline{AB}}{\overline{BH}} = 1{,}1\widehat{3} = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{HC}}$$

Como la semejanza es una relación de equivalencia y ABH es semejante a ABC, que es semejante a BHC, entonces ABH es semejante a BHC.

3. Explica por qué dos triángulos rectángulos isósceles son semejantes.

Si es rectángulo e isósceles, sus catetos son iguales y, por tanto, son triángulos semejantes.

4. Explica por qué estos dos triángulos son semejantes.



Aplicamos Pitágoras para calcular la hipotenusa en el triángulo pequeño:

$$a = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13 \text{ cm}$$

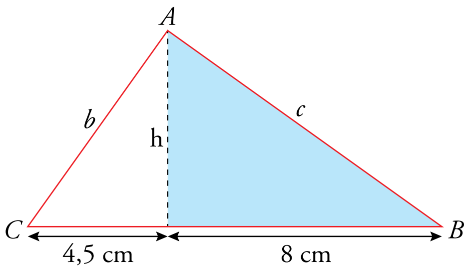
Vemos si los triángulos tienen la hipotenusa y un cateto proporcionales:

$$\frac{31{,}2}{13} = 2{,}4 = \frac{12}{5}$$

Efectivamente, así es. Por tanto, los triángulos son semejantes.

Página 205

5. **En un triángulo rectángulo, las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa miden 8 cm y 4,5 cm, respectivamente. Calcula las medidas de los catetos y de la altura sobre la hipotenusa.**



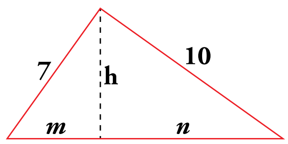
$a = 4{,}5 + 8 = 12{,}5$ cm

Por el teorema del cateto, $\begin{cases} b^2 = 12{,}5 \cdot 4{,}5 = 56{,}25 \;\rightarrow\; b = 7{,}5 \text{ cm} \\ c^2 = 12{,}5 \cdot 8 = 100 \;\rightarrow\; c = 10 \text{ cm} \end{cases}$

Aplicamos el teorema de Pitágoras en el triángulo coloreado:

$\text{h} = \sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{36} = 6$ cm

6. **En este triángulo rectángulo, calcula las longitudes h, *m* y *n*.**



Aplicamos el teorema de Pitágoras:

$m + n = \sqrt{10^2 + 7^2} = \sqrt{149} \approx 12{,}21$ cm

Aplicamos el teorema del cateto:

$7^2 = m \cdot (m + n) \;\rightarrow\; 49 = m \cdot 12{,}21 \;\rightarrow\; m = 49 : 12{,}21 \approx 4{,}01$ cm

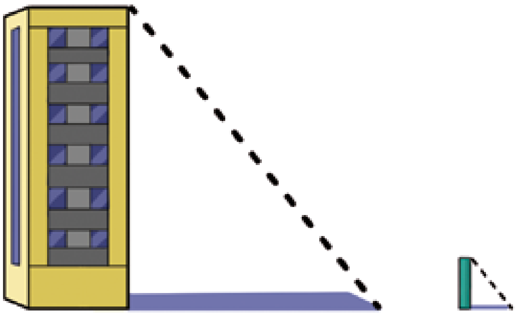
$10^2 = n \cdot (m + n) \;\rightarrow\; 100 = n \cdot 12{,}21 \;\rightarrow\; n = 100 : 12{,}21 \approx 8{,}19$ cm

$\text{h} = \sqrt{10^2 - 8{,}19^2} = \sqrt{32{,}92} \approx 5{,}74$ cm

6 Aplicaciones de la semejanza de triángulos

Página 206

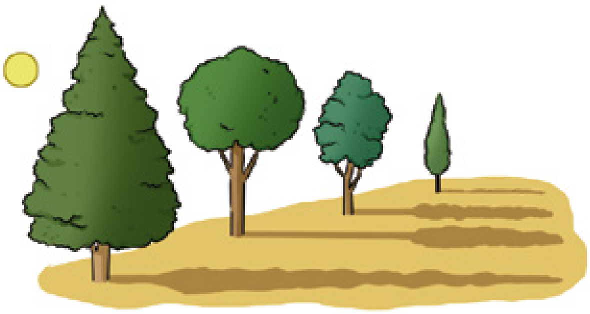
1. Calcula la altura de un edificio que proyecta una sombra de 49 m en el momento en que una valla de 2 m proyecta una sombra de 1,25 m.



$\dfrac{2}{1{,}25} = \dfrac{x}{49} \to x = 78{,}4$

Tiene una altura de 78,4 m.

2. Las sombras de estos árboles medían, a las cinco de la tarde, 12 m, 8 m, 6 m y 4 m, respectivamente. Si el árbol pequeño mide 2,5 m, ¿cuánto miden los demás?



$\dfrac{2{,}5}{4} = \dfrac{x}{12} \to x = 7{,}5$

$0{,}625 \cdot 8 = y \to y = 5$

$0{,}625 \cdot 6 = z \to z = 3{,}75$

El primero mide 7,5 m, el segundo, 5 m y el tercero, 3,75 m.

Página 207

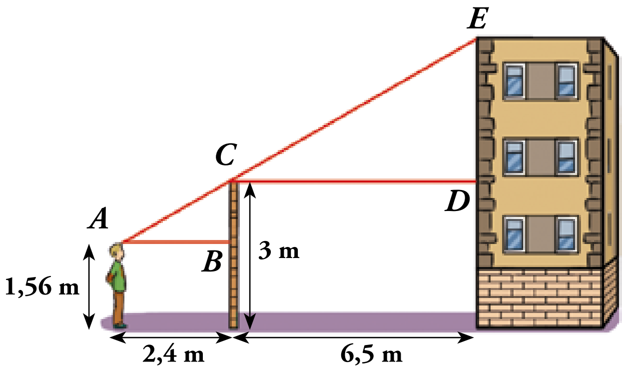
3. Observa de qué ingenioso método se vale Ramón para averiguar la altura del edificio:

Se sitúa de tal manera que la parte alta de la verja y la parte alta del edificio estén alineadas con sus ojos. Señala su posición y toma las medidas que se ven en el dibujo.

a) Explica por qué los triángulos *ABC* y *CDE* son semejantes.

b) Calcula $\overline{ED}$.

c) Calcula la altura del edificio.



a) Porque $\hat{A}$ del pequeño es igual que $\hat{C}$ del grande, y como son rectángulos y tienen un ángulo agudo igual, son semejantes.

b) $3 - 1{,}56 = 1{,}44$

$$\frac{\overline{ED}}{1{,}44} = \frac{6{,}5}{2{,}4} \rightarrow \overline{ED} = 3{,}9 \text{ m}$$

c) $3 + 3{,}9 = 6{,}9$ m

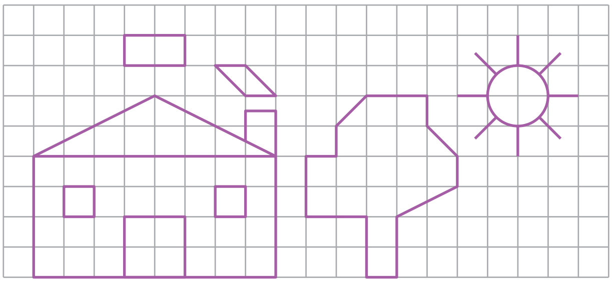
La altura del edificio es de 6,9 m.

Ejercicios y problemas

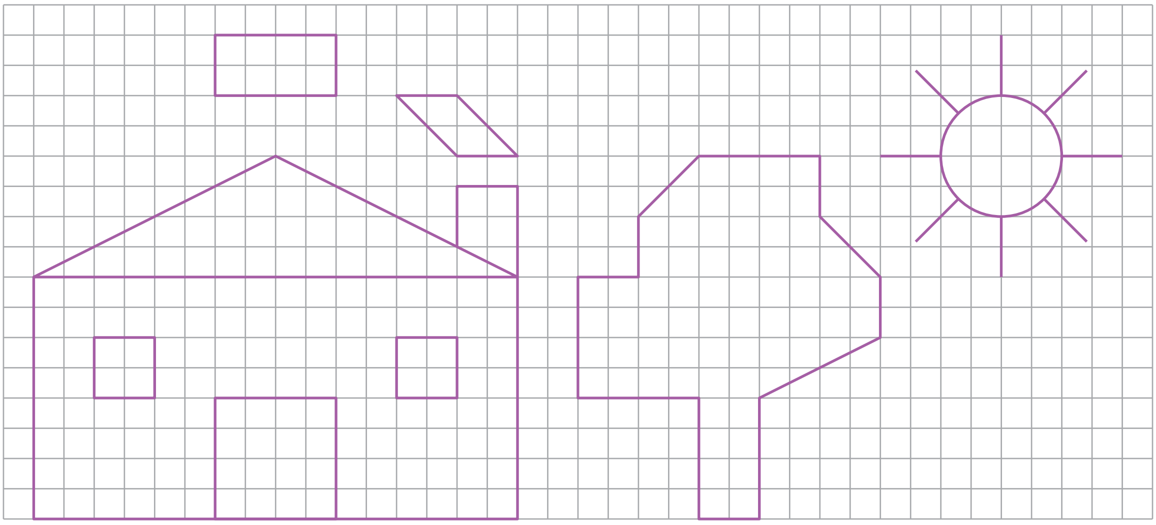
Página 208

Figuras semejantes

1. **Sobre una hoja de papel cuadriculado, realiza una copia del siguiente dibujo, pero al doble de su tamaño.**

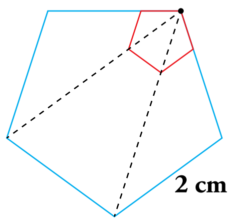


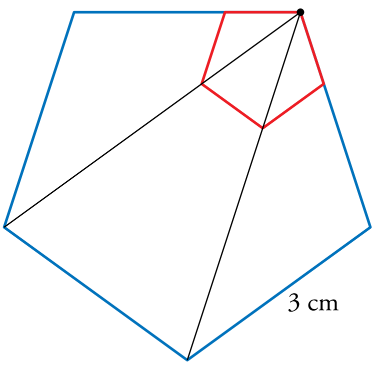
Construcción:



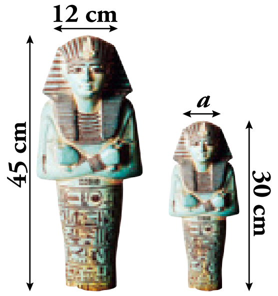
2. **Para construir un pentágono regular de 2 cm de lado, copiamos un pentágono regular cualquiera (figura roja), alargamos dos de sus lados consecutivos hasta 2 cm y completamos una figura semejante a la roja trazando rectas paralelas a sus lados.**

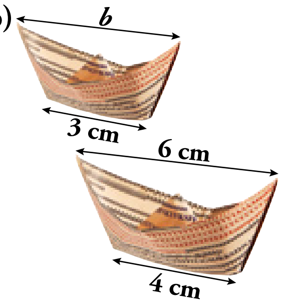
Calca en tu cuaderno el pentágono rojo y, procediendo de la misma manera, dibuja un pentágono regular de 3 cm de lado.

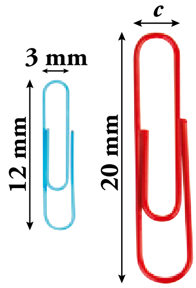


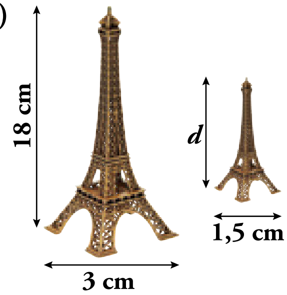


3. **Suponiendo que en cada apartado hay dos figuras semejantes, calcula la razón de semejanza entre la primera y la segunda, y halla las longitudes que faltan.**

a)


b)


c)


d)


a) $r = \frac{45}{30} = \frac{3}{2} \rightarrow \frac{12}{a} = \frac{3}{2} \rightarrow a = 8$ cm

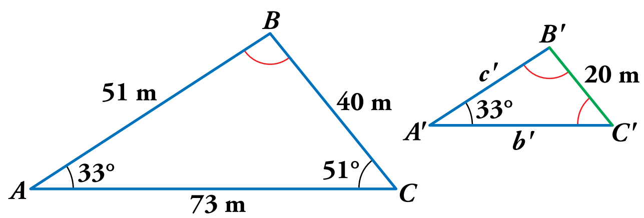
b) $r = \frac{3}{4} \rightarrow \frac{b}{6} = \frac{3}{4} \rightarrow b = 4{,}5$ cm

c) $r = \frac{12}{20} = \frac{3}{5} \rightarrow \frac{3}{c} = \frac{3}{5} \rightarrow c = 5$ cm

d) $r = \frac{3}{1{,}5} = 2 \rightarrow \frac{18}{d} = 2 \rightarrow d = 9$ cm

Semejanza de triángulos

4. **Sabemos que los siguientes triángulos son semejantes. Halla los lados y los ángulos que faltan.**



$\hat{B} = 180° - 51° - 33° = 96°$

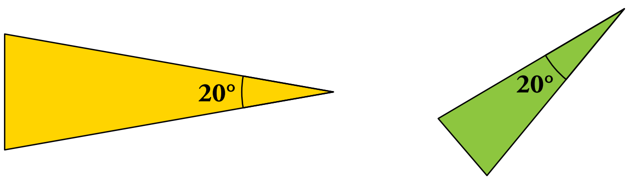
$\hat{B}' = 96°$

$\hat{C}' = 51°$

$b' = \frac{73}{2} = 36{,}5$ m

$c' = \frac{51}{2} = 25{,}5$ m

5. **Explica por qué estos dos triángulos isósceles son semejantes.**



Por ser isósceles tiene los otros dos ángulos iguales y miden 80° cada uno.

Por tanto, tienen los mismos ángulos y los podemos colocar en posición de Tales.

6. **Los lados de un triángulo miden 7,5 cm, 18 cm y 19,5 cm. Se construye otro semejante a él cuyo lado menor mide 5 cm.**

a) ¿Cuál es la razón de semejanza al pasar del primero al segundo?

b) ¿Cuánto medirán los otros dos lados del segundo triángulo?

c) Sabiendo que el primer triángulo es rectángulo, ¿podemos asegurar que el segundo también lo será? Compruébalo aplicando el teorema de Pitágoras a los dos triángulos.

a) $r = \frac{5}{7{,}5} = \frac{2}{3}$

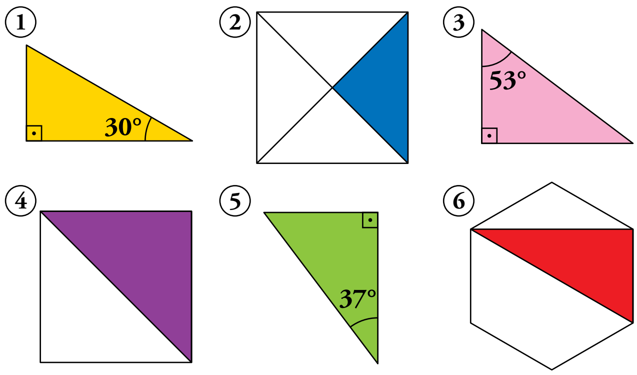
b) $18 \cdot \frac{2}{3} = 12$ cm y $19{,}5 \cdot \frac{2}{3} = 13$ cm.

c) El segundo será rectángulo. Lo comprobamos: $5^2 + 12^2 = 13^2$

7. **Explica por qué son semejantes dos triángulos rectángulos con un ángulo agudo igual.**

Dos triángulos rectángulos con un ángulo agudo igual son semejantes porque se pueden poner en la posición de Tales, ya que, al tener un ángulo agudo igual y otro rectángulo, tienen los tres iguales.

8. **Entre los siguientes triángulos rectángulos hay algunos semejantes entre sí. Averigua cuáles son calculando previamente los ángulos que faltan.**



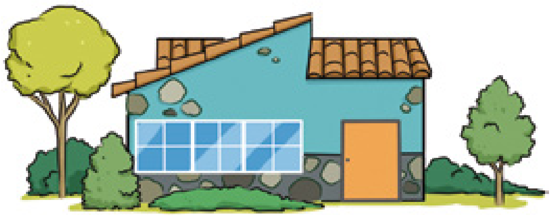
Son semejantes:

① y ⑥	② y ④	③ y ⑤
(90°, 60°, 30°)	(90°, 45°, 45°)	(90°, 53°, 37°)

Página 209

Aplicaciones de la semejanza

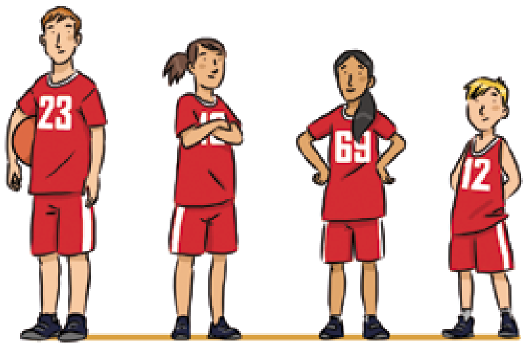
9. **La altura de la puerta de la casa mide 3 m. ¿Cuál es la altura de la casa? ¿Y la del árbol más pequeño?**



$\frac{1\text{ cm}}{3\text{ m}} = \frac{2{,}5\text{ cm}}{a} \rightarrow a = 7{,}5\text{ m}$ $\qquad$ $\frac{1\text{ cm}}{3\text{ m}} = \frac{1{,}7\text{ cm}}{b} \rightarrow b = 5{,}1\text{ m}$

La casa tiene 7,5 m de altura, y el árbol pequeño, 5,1 m.

10. **Si el más alto de estos jugadores mide 1,80 m, ¿cuánto miden los demás?**



$$\frac{4{,}4\text{ cm}}{1{,}8\text{ m}} = \frac{4\text{ cm}}{a} \rightarrow a = 1{,}64\text{ m}$$

$$\frac{4{,}4\text{ cm}}{1{,}8\text{ m}} = \frac{3{,}8\text{ cm}}{b} \rightarrow b = 1{,}55\text{ m}$$

$$\frac{4{,}4\text{ cm}}{1{,}8\text{ m}} = \frac{3{,}5\text{ cm}}{c} \rightarrow c = 1{,}43\text{ m}$$

Los jugadores miden, respectivamente, 1,80 m; 1,64 m; 1,55 m y 1,43 m.

11. **Un rectángulo tiene unas dimensiones de 10 cm por 15 cm. El lado menor de otro rectángulo semejante a él mide 12 cm. Calcula:**

a) La razón de semejanza para pasar del primer al segundo rectángulo.

b) El lado mayor del segundo.

c) Las áreas de ambos rectángulos.

a) Razón de semejanza = $\frac{12}{10} = 1{,}2$

b) $15 \cdot 1{,}2 = 18$ cm

c) El área del primero es 150 cm^2, y la del segundo, 216 cm^2.

12. **Para determinar que la altura de un eucalipto es de 11 m, Carlos ha medido la sombra de este (9,6 m) y la suya propia (1,44 m), ambas proyectadas por el Sol a la misma hora. ¿Cuánto mide Carlos?**

$\frac{11}{9,6} = \frac{x}{1,44} \rightarrow x = 1,65$. Carlos mide 1,65 m.

13. **Sobre la pantalla del sonar de un submarino se ve que un objeto se acerca a 1 cm por minuto. Si la imagen en la pantalla tiene una escala de 1:1 000 000, ¿a cuántos kilómetros por hora se mueve el objeto?**

1 cm por minuto son, en la realidad, 1 000 000 cm por minuto, o lo que es lo mismo, 10 km por minuto, que son $10 \cdot 60 = 600$ km por hora.

Resuelve problemas

14. **Una pareja que va a comprar una casa consulta un callejero a escala 1:30 000. Miden sobre el plano la distancia de esta al metro y resulta ser de 2,3 cm. ¿Cuál es la distancia real?**

Por otro lado, saben que la distancia de esa casa a la guardería es de 1,5 km. ¿A qué distancia se encontrarán en el callejero?

- Distancia al metro $\rightarrow$ $30\,000 \cdot 2,3 = 69\,000$ cm = 689 m
- Distancia de la casa a la guardería en el callejero $\rightarrow$ $30\,000 \cdot x = 1,5$ km

  $30\,000 \cdot x = 150\,000$ cm $\rightarrow$ $x = 5$ cm

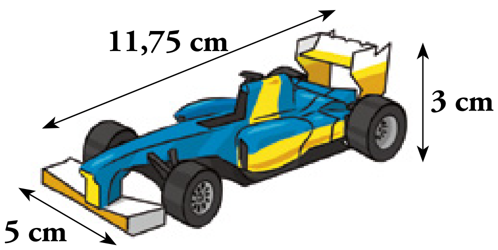
15. **En la orilla del río Sena (París) hay una réplica a escala 1:4 de la Estatua de la Libertad, cuya altura es 11,5 m. Halla la altura de la estatua de Nueva York.**

En Cenicero, un pueblo riojano, hay otra réplica de la Estatua de la Libertad de 1,2 m de altura. ¿Cuál es la escala de esta con respecto a la de Nueva York?

La estatua de Nueva York mide $11,5 \cdot 4 = 46$ m.

La escala entre la estatua de Cenicero y la de Nueva York es $\frac{1,2}{46} = \frac{3}{115}$; es decir, 3:115.

16. **El coche teledirigido de Pablo es una reproducción a escala 1:40 de los de "Fórmula 1". Observa sobre el dibujo las dimensiones del coche de juguete y halla las dimensiones del coche real.**

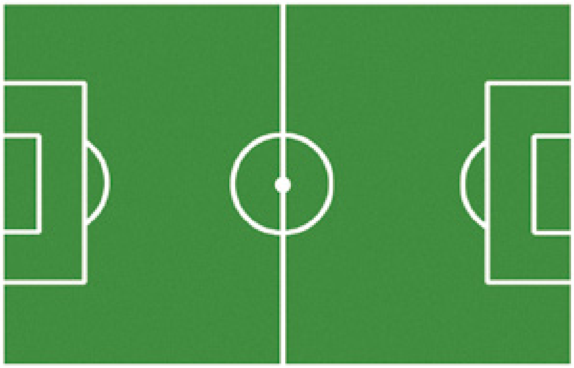


Largo: $11,75 \cdot 40 = 470$ cm = 4,7 m

Ancho: $5 \cdot 40 = 200$ cm = 2 m

Alto: $3 \cdot 40 = 120$ cm = 1,2 m

17. **Averigua cuáles son las dimensiones reales de este campo de fútbol. Calcula la superficie del área de penalti (área grande) y la del círculo central.**



1:1 400

DIMENSIONES REALES DEL CAMPO

Largo del campo: $7{,}5 \cdot 1\,400 = 10\,500$ cm $= 105$ m

Ancho del campo: $4{,}7 \cdot 1\,400 = 6\,580$ cm $= 65{,}8$ m

SUPERFICIE ÁREA DE PENALTI

Área de penalti en la maqueta: $1 \cdot 2{,}6 = 2{,}6$ cm^2

Área de penalti real: $2{,}6 \cdot 1\,400^2 = 5\,096\,000$ cm^2 $= 509{,}6$ m^2

SUPERFICIE ÁREA DEL CÍRCULO CENTRAL

Área del círculo central de la maqueta: $3{,}14 \cdot 0{,}65^2 = 1{,}32665$ cm^2

Área del círculo central real: $1{,}32665 \cdot 1\,400^2 = 2\,600\,234$ cm^2 ≈ 260 m^2

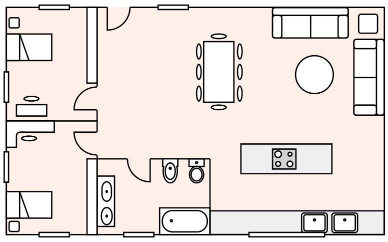
Página 211

18. **Ana ha dibujado el plano de su nueva casa. Sabemos que cada sofá mide 3 m de largo.**

a) ¿Qué dimensiones reales tienen las camas?

b) Ana quiere pintar el techo. Si le cuesta 2 € por metro cuadrado, ¿cuánto se gastará en pintarlo?

c) Ana quiere poner una mesa de ping-pong de 2,70 m × 1,50 m. Halla sus dimensiones en el plano.



a) $\dfrac{1\text{ cm}}{3\text{ m}} = \dfrac{0{,}6\text{ cm}}{a} \rightarrow a = 1{,}8\text{ m}$ $\qquad \dfrac{1\text{ cm}}{3\text{ m}} = \dfrac{0{,}35\text{ cm}}{b} \rightarrow b = 1{,}05\text{ m}$

Las dimensiones reales de las camas son 1,05 m de ancho y 1,80 m de largo.

b) $\dfrac{1\text{ cm}}{3\text{ m}} = \dfrac{5\text{ cm}}{a} \rightarrow a = 15\text{ m}$ $\qquad \dfrac{1\text{ cm}}{3\text{ m}} = \dfrac{3\text{ cm}}{b} \rightarrow b = 9\text{ m}$

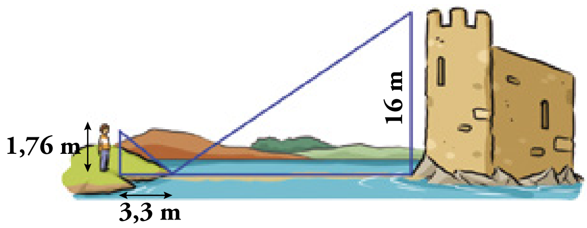
La superficie de la casa es $15\text{ m} \times 9\text{ m} = 135\text{ m}^2$.

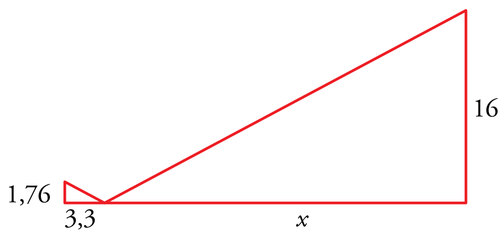
En pintar el techo se gastará $135 \cdot 2 = 270$ €.

c) $\dfrac{1\text{ cm}}{3\text{ m}} = \dfrac{a}{2{,}7\text{ m}} \rightarrow a = 0{,}9\text{ cm}$ $\qquad \dfrac{1\text{ cm}}{3\text{ m}} = \dfrac{b}{1{,}5\text{ m}} \rightarrow b = 0{,}5\text{ cm}$

Las dimensiones de la mesa de ping-pong en el plano serán 0,9 cm × 0,5 cm.

19. **Halla la distancia de Marcos a la base de la torre a partir de los datos del dibujo.**

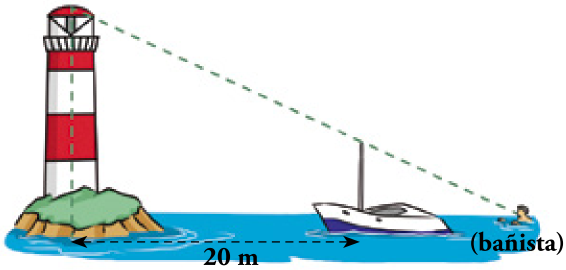




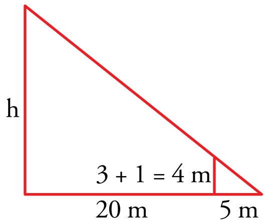
$$\frac{1{,}76}{16} = \frac{3{,}3}{x} \rightarrow x = \frac{3{,}3 \cdot 16}{1{,}76} = 30\text{ m}$$

La distancia entre Marcos y la base de la torre es de 33,3 m.

20. **El bañista se encuentra a 5 m del barco. La borda del barco está a 1 m sobre el nivel del mar. El mástil del barco sobresale 3 m de la borda. El bañista ve alineados el extremo del mástil y el foco del faro.**



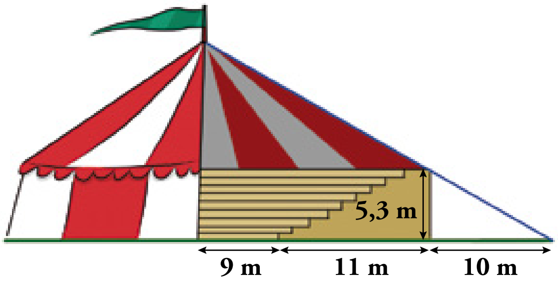
¿A qué altura sobre el nivel del mar se encuentra el foco del faro?

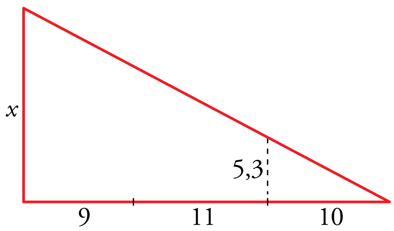


$$\frac{h}{25} = \frac{4}{5} \rightarrow h = \frac{4 \cdot 25}{5} = 20 \text{ m}$$

El foco del faro se encuentra a 20 m sobre el nivel del mar.

21. **¿Qué altura tiene el circo del dibujo?**





$$\frac{x}{30} = \frac{5,3}{10} \rightarrow x = 15,9 \text{ m}$$

La altura del circo es de 15,9 m.

Problemas "+"

22. **El Titanic fue un barco británico que se hundió en 1912 durante su viaje inaugural. James Cameron construyó, para rodar la película *Titanic*, una réplica de unos 15 m de largo. El Titanic medía, unos 270 m de largo, 30 m de ancho y 53 m de alto. Además, pesaba unas 46 000 toneladas.**

a) ¿A qué escala construyó James Cameron el barco?

b) ¿Cuánto medían el ancho y alto de la maqueta?

c) Si la maqueta se hubiera construido con los mismos materiales que el barco, ¿cuánto pesaría?

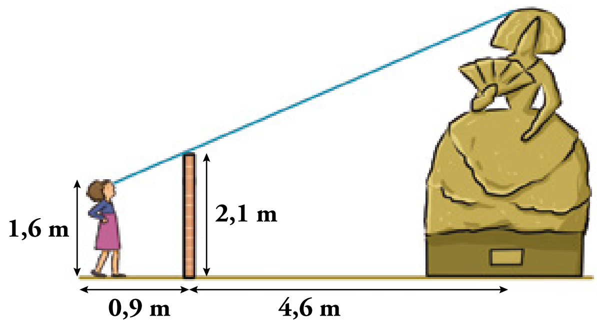
a) $\dfrac{15}{270} = \dfrac{1}{18} \rightarrow$ Lo construyó a escala 1:18.

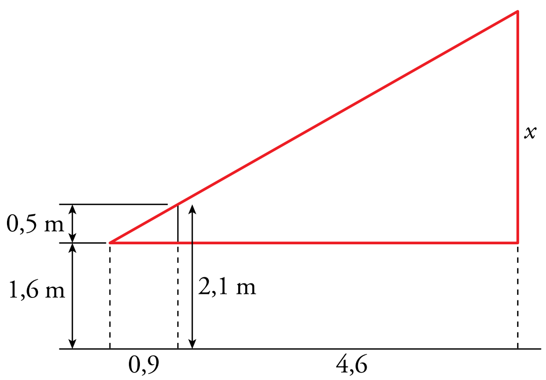
b) Ancho de la maqueta $= \dfrac{30}{18} \approx 1{,}67$ m

Alto de la maqueta $= \dfrac{53}{18} \approx 2{,}94$ m

c) $46\,000 \cdot \left(\dfrac{1}{18}\right)^3 = 7{,}8875$ toneladas $= 7\,887{,}5$ kg

23. **¿A qué altura se encuentra el extremo superior de la escultura, sabiendo que Paula la ve alineada con el borde de la valla?**



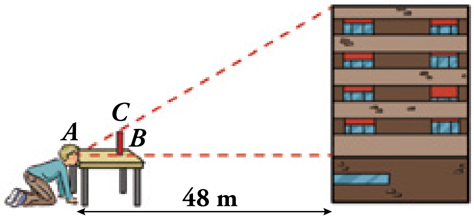


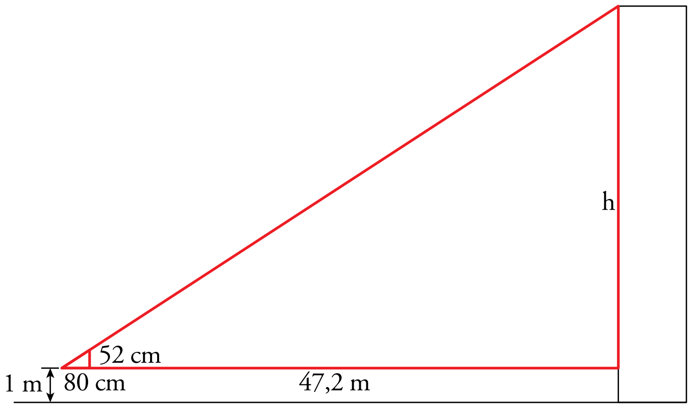
$\dfrac{x}{0{,}5} = \dfrac{5{,}5}{0{,}9} \rightarrow x = 3{,}06$

El extremo superior de la escultura se encuentra a $3{,}06 + 1{,}6 = 4{,}66$ m.

24. **Halla la altura del edificio sabiendo que:**

- **La mesa tiene 1 m de altura.**
- **$\overline{AB}$ = 80 cm y $\overline{BC}$ = 52 cm**

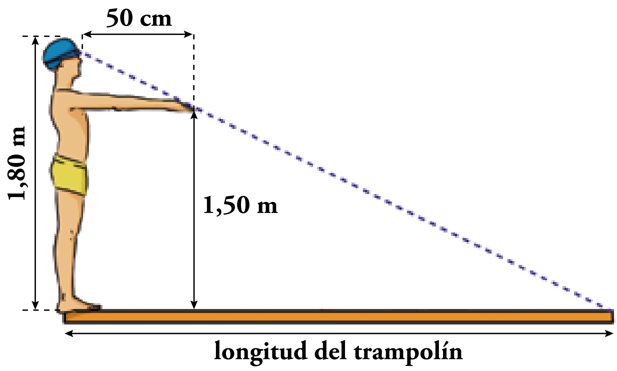




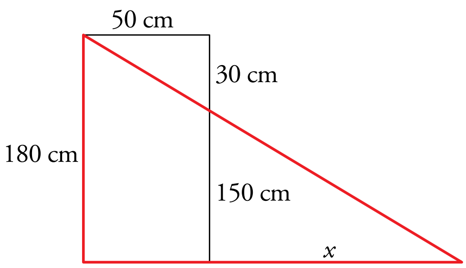
$$\frac{h}{0{,}52} = \frac{48}{0{,}8} \rightarrow h = 31{,}2$$

El edificio mide 32,2 m de altura.

25. **Calcula la longitud del trampolín teniendo en cuenta las medidas.**



Llamando x a la distancia desde la proyección de las manos sobre el trampolín hasta el final de este, tenemos:



$$\frac{50}{x} = \frac{30}{150} \rightarrow x = 250 \text{ cm} = 2{,}5 \text{ cm}$$

Por tanto, el trampolín mide 2,5 + 0,5 = 3 metros.

Taller de matemáticas

Página 212

Construye, reflexiona e investiga

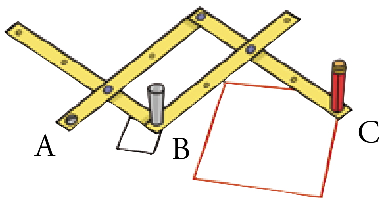
Ampliadoras con cuatro palos

Con cuatro varillas (del material que quieras) convenientemente taladradas y unidas como se indica en la figura, se consigue un aparato con el que se pueden ampliar las figuras al doble de su tamaño.

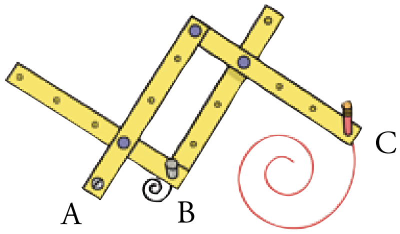
- **En A se sujeta a la mesa.**
- **En B hay un punzón que recorre la figura que se quiere reproducir.**
- **En C hay un lápiz que reproduce la figura al doble de su tamaño.**

Si hacemos en las varillas más taladros, se pueden conseguir ampliaciones diversas; es decir, semejanzas con razones distintas de 2. Por ejemplo:

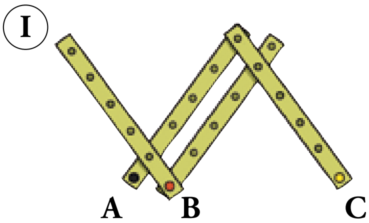
– Esta disposición sirve para ampliar el tamaño por 3.

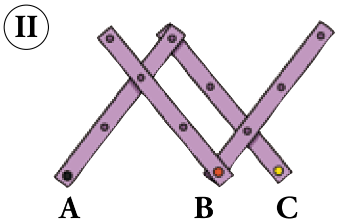


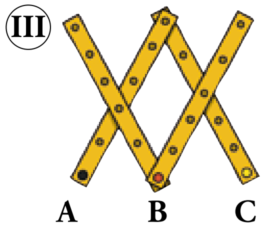
– Y con esta otra hacemos una figura 4 veces mayor.



A raíz de lo que hemos visto, ¿sabrías decir qué ampliaciones dan los siguientes aparatos?





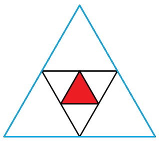


El aparato I amplía el tamaño multiplicando por 5. El aparato II amplía el tamaño multiplicando por 1,5. El apartato III multiplica los tamaños por 2,5.

Página 213

Entrénate resolviendo problemas

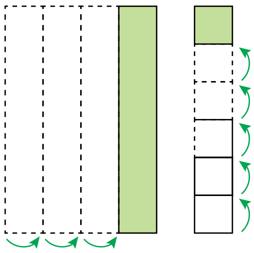
- **¿Qué fracción del triángulo grande se ha coloreado en rojo? ¿Cuál es la razón de semejanza entre estos dos triángulos?**

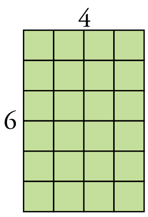


El triángulo grande se divide en cuatro medianos y cada uno de estos, en cuatro pequeños. La parte coloreada es 1/16 del triángulo grande.

La razón de semejanza entre las longitudes de los lados de los triángulos es 1/4.

- **Una hoja de papel con forma de rectángulo tiene un perímetro de 80 cm. Si la pliego en cuatro a lo largo y luego en seis a lo ancho, obtengo un cuadrado. ¿Cuáles son las dimensiones del papel?**





La hoja tiene un perímetro de 20 "unidades".

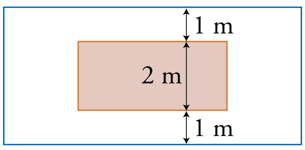
Cada una de estas unidades equivale a 80 cm : 20 = 4 cm.

Así, la hoja de papel tiene un ancho de $4 \cdot 4 = 16$ cm y un largo de $4 \cdot 6 = 24$ cm.

- **Una vendedora de espárragos cree duplicar la cantidad de cada manojo duplicando la longitud de la cuerda con la que los envuelve, pero se equivoca. Si la cuerda se duplica, ¿qué pasa con la cantidad de espárragos que contiene?**

La cantidad de espárragos se multiplica por 4.

- **Una alfombra de 2 m × 3 m está centrada en el suelo de una habitación rectangular y ocupa la cuarta parte del piso. Los bordes más largos de la alfombra quedan a un metro de la pared. ¿A qué distancia de la pared quedan los bordes más cortos?**



La superficie de la alfombra es de $2 \cdot 3 = 6$ m^2.

La superficie de la habitación es, pues, 24 m^2.

La habitación tiene 4 m de ancha. Por tanto, su longitud es 24 : 4 = 6 m.

Largo de la habitación – largo de la alfombra = 6 – 3 = 3 m

Los bordes están a 1,5 m de las paredes.