El movimiento

7

INTERPRETA LA IMAGEN

- **¿Cuántos satélites forman el sistema GPS? ¿Cuántos deben ser visibles como mínimo desde un receptor?**

  Lo forman 24 satélites. Deben ser visibles cuatro con el objetivo de poder obtener la triangulación necesaria para fijar la posición.

- **¿Qué información transmite cada satélite?**

  Transmite su posición y el tiempo en que emite la señal.

- **¿Qué magnitudes aparecen en la pantalla del navegador GPS? ¿En qué unidades están expresadas?**

  Aparecen:

  La hora: en horas y minutos.

  La velocidad: en km/h.

  La distancia hasta la próxima intersección: en metros.

  El tiempo que falta para llegar: minutos y segundos.

  La distancia que falta hasta llegar al destino: en kilómetros.

CLAVES PARA EMPEZAR

- **¿Qué diferencia hay entre velocidad y aceleración?**

  La velocidad da una idea del espacio recorrido en cada unidad de tiempo y la aceleración expresa cómo varía la velocidad.

- **¿A qué distancia estaremos de un satélite si su señal nos informa de que $t_1 = 5{,}31$ s y nuestro GPS recibe esa señal en $t_2 = 5{,}38$ s?**

  La señal se propaga a la velocidad de la luz. Por tanto:

$$c = \frac{\text{distancia}}{\text{tiempo}} \rightarrow \text{distancia} = c \cdot \text{tiempo} = 300\,000 \text{ km/s} \cdot (5{,}38 - 5{,}31) = 21\,000 \text{ km}$$

- **Opina. ¿Crees que el uso de navegadores GPS mejora la seguridad de los conductores o piensas que puede suponer una distracción más a la hora de conducir?**

  Respuesta personal. Lo ideal es programar el navegador y las rutas que deseemos realizar antes de comenzar a conducir. En ese caso el GPS puede ser de gran ayuda, pues nos facilita las instrucciones de navegación y el conductor puede fijar así su atención sobre los demás vehículos, los peatones o las condiciones de la calzada.

ACTIVIDADES

1 **Ordena de mayor a menor las velocidades:**

a) Un pájaro que recorre 10 km en 20 minutos.

b) Un atleta que recorre 100 m en 10 segundos.

c) Una barca que recorre una milla náutica en un cuarto de hora (Dato: 1 milla náutica = 1852 m).

a) Para ordenarlas debemos expresarlas todas en la misma unidad. Por ejemplo, elegimos el m/s, la unidad para expresar la velocidad en el Sistema Internacional.

$$\frac{10 \cancel{\text{km}}}{20 \cancel{\text{min}}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \cancel{\text{km}}} \cdot \frac{1 \cancel{\text{min}}}{60 \text{ s}} = 8{,}\widehat{3} \text{ m/s} \rightarrow v_1 = 8{,}\widehat{3} \text{ m/s}$$

b) En este caso la velocidad es:

$$v_2 = \frac{100\ \text{m}}{10\ \text{s}} = 10\ \text{m/s}$$

c) Y en el caso de la barca:

$$v = \frac{1852\ \text{m}}{15\ \cancel{\text{min}}} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{min}}}{60\ \text{s}} = 2{,}06\ \text{m/s}$$

Por tanto, la mayor velocidad corresponde al atleta, luego al pájaro y luego a la barca.

2 **Expresa las siguientes velocidades en la unidad del SI.**

a) 15 m/s.

b) 1400 cm/s.

c) 5 nudos. (Dato: 1 nudo = 1 milla náutica por hora).

a) Empleamos el factor correspondiente en cada caso. La unidad del SI es el m/s. Por tanto, en este caso la velocidad ya está expresada en unidades del SI.

b) Usamos el factor de conversión correspondiente:

$$1400 \frac{\cancel{\text{cm}}}{\text{s}} \cdot \frac{1\ \text{m}}{100\ \cancel{\text{cm}}} = 14\ \text{m/s}$$

c) Usamos el factor de conversión correspondiente:

$$5 \frac{\cancel{\text{millas}}}{\cancel{\text{h}}} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{h}}}{3600\ \text{s}} \cdot \frac{1852\ \text{m}}{1\ \cancel{\text{milla}}} = 2{,}57\ \text{m/s}$$

3 **En un momento de una carrera, dos corredores se encuentran en la posición dibujada en el caso A. Indica sus posiciones (supón que la escala está en m).**

Para uno la posición es $s_1 = 60$ m.

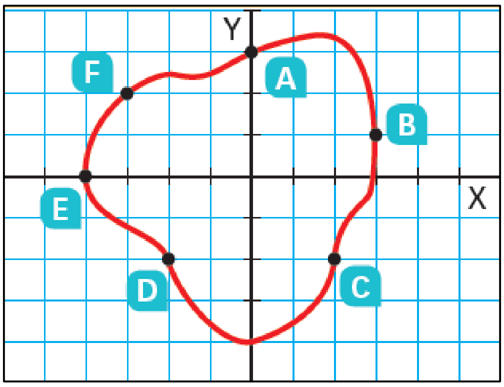
Para el otro: $s_2 = 80$ m.

4 **Coloca en una pista de atletismo de 100 m a cuatro corredores que están en las siguientes posiciones:**

Corredor	A	B	C	D
Posición (m)	10	85	−10	50

Respuesta:

5 **El dibujo representa la trayectoria de un móvil. Indica las coordenadas de las posiciones que se señalan:**



A: (0, 3).

B: (3, 1).

C: (2, –2).

D: (–2, –2).

E: (–4, 0).

F: (–3, 2).

6 **Observa el entrenamiento de la carrera de 100 m que se muestra en la imagen A. Determina, para cada corredor:**

a) El desplazamiento.

b) El espacio recorrido.

a) Para el corredor de verde, de la calle 1: desplazamiento de 60 m, pues parte de la posición 0.
Para el corredor de azul, de la calle 2: desplazamiento de 80 m, pues parte de la posición 0.

b) Para el corredor de verde, de la calle 1: espacio recorrido de 60 m.
Para el corredor de azul, de la calle 2: espacio recorrido de 120 m, pues el corredor parte de la posición 0, llega a la posición de 100 m y luego vuelve.

7 **Observa la imagen B del circuito de Jerez.**

a) Busca algún tramo donde el desplazamiento coincida con el camino recorrido.

b) ¿Sería posible que una moto siguiera una trayectoria distinta a la marcada en rojo y que el vector desplazamiento continuara siendo el mismo?

a) Son los tramos rectos.

b) Sí; por ejemplo, si recorre el circuito entre ambas posiciones, pero en el sentido opuesto al indicado en el dibujo. Habría recorrido una distancia bastante mayor que la señalada en rojo en el dibujo, pero el desplazamiento sería el mismo.

8 **Si el tiempo de reacción medio de un adulto es de 3/4 de segundo, calcula:**

a) La distancia que recorre un conductor, como mínimo, desde que observa una situación de peligro hasta que toma una decisión, si viaja a 120 km/h.
¿Y si viaja a 50 km/h? Teniendo en cuenta el resultado, justifica la norma que limita a 50 km/h la velocidad de los coches en las vías urbanas.

b) La distancia de seguridad de un coche que circula a 120 km/h. ¿Y si el coche circula a 50 km/h?

a) El espacio recorrido puede calcularse a partir de la velocidad del vehículo y del tiempo transcurrido. Primero expresamos la velocidad en unidades del SI:

$$120\ \frac{\cancel{\text{km}}}{\cancel{\text{h}}}\cdot\frac{1\ \cancel{\text{h}}}{3600\ \text{s}}\cdot\frac{1000\ \text{m}}{1\ \cancel{\text{km}}}=33{,}\widehat{3}\ \text{m/s}$$

A continuación realizamos el cálculo:

$$v=\frac{x}{t}\rightarrow x=v\cdot t=33{,}\widehat{3}\ \text{m/s}\cdot\frac{3}{4}\text{s}=25\ \text{m}$$

Si viaja a 50 km/h, primero expresamos dicha velocidad en m/s:

$$50\ \frac{\cancel{\text{km}}}{\cancel{\text{h}}}\cdot\frac{1\ \cancel{\text{h}}}{3600\ \text{s}}\cdot\frac{1000\ \text{m}}{1\ \cancel{\text{km}}}=13,\widehat{8}\ \text{m/s}$$

Ahora calculamos la distancia igual que antes:

$$v=\frac{x}{t}\rightarrow x=v\cdot t=13,\widehat{8}\ \text{m/s}\cdot\frac{3}{4}\text{s}=10,42\ \text{m}$$

Como vemos, la distancia recorrida durante ese tiempo de reacción es bastante mayor para el caso en que se circula a 120 km/h. Por eso se limita tanto la velocidad en recorridos urbanos, pues en una ciudad es habitual que surja un peatón sobre la calzada, que aparezca un balón…

b) La distancia de seguridad es mayor que las distancias calculadas, pues desde que el conductor pisa el freno hasta que el vehículo se detiene también recorre cierta distancia.

9 **Un coche con MRU pasa frente a nosotros a una velocidad de 72 km/h. ¿Qué distancia habrá recorrido en media hora?**

Usamos la fórmula de la velocidad y despejamos la distancia. En este caso no es necesario cambiar de unidades.

$$v=\frac{x}{t}\rightarrow x=v\cdot t=72\ \text{km/h}\cdot 0,5\ \text{h}=36\ \text{km}$$

10 **El estrecho de Gibraltar mide 14,4 km.**

a) El nadador David Meca logró cruzar el Estrecho en un tiempo de 7 horas y 18 minutos. ¿Cuál fue su velocidad media?

b) El pez espada alcanza una velocidad de 130 km/h. ¿Cuánto tiempo tardaría en cruzar el Estrecho?

a) La velocidad media se calcula dividiendo el espacio recorrido entre el tiempo empleado. 18 min equivalen a 0,3 horas. Por tanto:

$$v=\frac{\text{distancia}}{\text{tiempo}}=\frac{14,4\ \text{km}}{18,3\ \text{h}}\cdot 0,5\ \text{h}=0,787\ \text{km/h}=0,219\ \text{m/s}$$

b) Para calcular el tiempo usamos la misma expresión que antes:

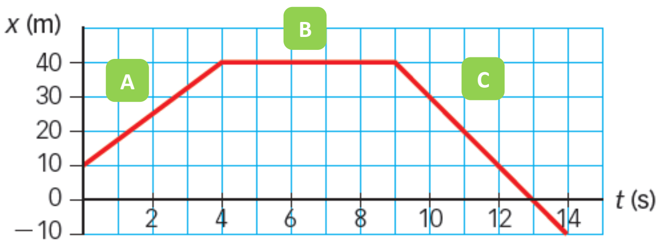
$$v=\frac{\text{distancia}}{\text{tiempo}}\rightarrow t=\frac{d}{v}=\frac{14,4\ \text{km}}{130\ \text{km/h}}=0,11\ \text{h}=6,65\ \text{min}$$

11 **La gráfica representa el movimiento de un móvil.**

a) Determina sus ecuaciones de movimiento.

b) Calcula su velocidad media y su rapidez media.

c) Redacta el enunciado de un ejercicio acorde con la situación que representa la gráfica.



a) Identificamos los tres tramos de la gráfica: A, B y C. Escribimos la posición del móvil para cada uno de los tramos que se identifican en la gráfica. En el tramo A, la velocidad es constante. Su valor es:

$$v=\frac{\text{distancia}}{\text{tiempo}}=\frac{x_2-x_1}{t_2-t_1}=\frac{40\ \text{m}-10\ \text{m}}{4\ \text{s}-0\ \text{s}}=7,5\ \text{m/s}$$

Entonces, en ese tramo podemos escribir su posición así:

$$x(t)=x_0+v\cdot t=10+7,5\cdot t\ \ \text{(en unidades del SI)}$$

En el tramo B la posición del móvil no cambia. Esto quiere decir que su velocidad es nula.

$$x(t)=40\ \ \text{(en unidades del SI)}$$

Es decir, su posición no cambia con el tiempo.

En el tramo C procedemos como en el tramo A:

$$v = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{-10\ \text{m} - 40\ \text{m}}{14\ \text{s} - 9\ \text{s}} = -10\ \text{m/s}$$

El signo negativo de la velocidad indica que en este tramo el móvil se acerca al origen. La posición será:

$$x(t) = x_0 + v \cdot t = 40 - 10 \cdot t \ \ \text{(en unidades del SI)}$$

b) La velocidad media se calcula a partir del espacio total recorrido y del tiempo empleado.

En el tramo A, la distancia recorrida es:

$$d = x_{\text{final}} - x_0 = 40\ \text{m} - 10\ \text{m} = 30\ \text{m}$$

En el tramo B, la distancia recorrida es nula, puesto que el móvil está en reposo.

En el tramo C, la distancia recorrida es:

$$d = |x_{\text{final}} - x_0| = |-10\ \text{m} - 40\ \text{m}| = 50\ \text{m}$$

Por tanto, la velocidad media es:

$$v_{\text{m}} = \frac{d_1 + d_2 + d_3}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3} = \frac{30\ \text{m} + 0 + 50\ \text{m}}{14\ \text{s}} = 5{,}71\ \text{m/s}$$

c) Respuesta modelo. Andrea y Julio se encuentran a 10 m de la casa de Andrea. Comienzan a andar durante cuatro segundos hasta llegar a una distancia de 40 m de la casa de Andrea. Ahí se detienen charlando durante cinco segundos y luego vuelven hacia la casa de Andrea, de modo que tras otros cinco segundos la rebasan en 10 m en sentido opuesto respecto al punto de partida.

12 **Ana vive a 3 km del instituto, y María, en la misma carretera, 500 m más lejos. Todas las mañanas, a las ocho y cuarto, cogen la bici para ir a clase. Ana pedalea a 6 m/s, y María, a 8 m/s.**

a) ¿Cuándo y dónde se encuentran?

b) ¿A qué velocidad tendría que pedalear Ana, como mínimo, para que María no la alcanzase antes de llegar al instituto?

a) Escribimos la ecuación de posición de cada ciclista. Cuando se encuentren, es porque su posición es la misma. Suponemos que parten de sus casas al mismo tiempo. Empleamos unidades del Sistema Internacional. Las posiciones respecto al instituto de ambas son:

$$x_{\text{Ana}} = 3000 - v_{\text{Ana}} \cdot t = 3000 - 6 \cdot t$$
$$x_{\text{María}} = 3500 - v_{\text{María}} \cdot t = 3500 - 8 \cdot t$$

Cuando ambas posiciones se igualan:

$$x_{\text{Ana}} = x_{\text{María}} \rightarrow 3000 - 6 \cdot t = 3500 - 8 \cdot t \rightarrow -6 \cdot t + 8 \cdot t = 3500 - 3000 \rightarrow$$
$$\rightarrow 2 \cdot t = 500 \rightarrow t = \frac{500}{2} = 250\ \text{s}$$

Ahora sustituimos este valor del tiempo en cualquier ecuación de la posición:

$$x_{\text{Ana}} = 3000 - 6 \cdot t = 3000 - 6 \cdot 250 = 1500$$

Es decir, se encuentran cuando quedan 1500 m para llegar al instituto.

b) Para que no la alcanzase, la posición de Ana en las ecuaciones anteriores debería ser 0, es decir, que estuviese ya en el instituto en el momento del encuentro. Rehacemos el problema con este valor.

$$x_{\text{Ana}} = 3000 - v_{\text{Ana}} \cdot t = 3000 - v \cdot t = 0$$
$$x_{\text{María}} = 3500 - v_{\text{María}} \cdot t = 3500 - 8 \cdot t = 0$$

Calculamos el tiempo que tarda María en llegar al instituto:

$$x_{\text{María}} = 3500 - 8 \cdot t = 0 \rightarrow 3500 = 8 \cdot t \rightarrow t = \frac{3500}{8} = 437{,}5\ \text{s}$$

Ahora llevamos este valor a la ecuación de Ana:

$$x_{\text{Ana}} = 3000 - v \cdot t = 0 \rightarrow 3000 - v \cdot 437{,}5 = 0 \rightarrow 3000 = v \cdot 437{,}5 \rightarrow v = \frac{3000}{437{,}5} = 6{,}857\ \text{m/s}$$

A esta velocidad, cuando María alcanza a Ana, esta ya está en el instituto.

13 **Calcula la velocidad media de un móvil que se mueve según los siguientes casos:**

a) **9 s a 10 m/s y 1 s a 6 m/s.**

b) **9 s a 6 m/s y 1 s a 10 m/s.**

c) **5 s a 6 m/s y 5 s a 10 m/s.**

d) **¿En qué caso la velocidad media coincide con la media aritmética de las velocidades? Justifica ese resultado.**

a) La velocidad media se calcula a partir del espacio total recorrido y del tiempo total transcurrido:

$$v=\frac{d_1+d_2}{\Delta t_1+\Delta t_2}=\frac{v_1\cdot\Delta t_1+v_2\cdot\Delta t_2}{\Delta t_1+\Delta t_2}=\frac{10\text{ m/s}\cdot 9\text{ s}+6\text{ m/s}\cdot 1\text{ s}}{9\text{ s}+1\text{ s}}=9{,}6\text{ m/s}$$

Es interesante comentar que la velocidad media no coincide, en general, con la media de las dos velocidades, aunque tiene que tener un valor comprendido entre las dos.

b) Procedemos análogamente.

$$v=\frac{d_1+d_2}{\Delta t_1+\Delta t_2}=\frac{v_1\cdot\Delta t_1+v_2\cdot\Delta t_2}{\Delta t_1+\Delta t_2}=\frac{6\text{ m/s}\cdot 9\text{ s}+10\text{ m/s}\cdot 1\text{ s}}{9\text{ s}+1\text{ s}}=6{,}4\text{ m/s}$$

Ahora el valor está más cerca de la velocidad más baja, pues el móvil se mueve más tiempo con la velocidad más baja que con la velocidad más alta.

c) Y en este caso.

$$v=\frac{d_1+d_2}{\Delta t_1+\Delta t_2}=\frac{v_1\cdot\Delta t_1+v_2\cdot\Delta t_2}{\Delta t_1+\Delta t_2}=\frac{6\text{ m/s}\cdot 5\text{ s}+10\text{ m/s}\cdot 5\text{ s}}{5\text{ s}+5\text{ s}}=8\text{ m/s}$$

Ahora el valor de la velocidad media sí coincide con la media de las velocidades.

d) En el caso c, debido a que el móvil se desplaza durante el mismo tiempo con una velocidad y con la otra.

14 **Se deja caer una pelota desde una altura de 3 m. Calcula el tiempo que tarda en llegar al suelo y su velocidad en ese momento. Interpreta el signo.**

La aceleración en este caso es la de la gravedad: 9,8 m/s^2. El espacio recorrido correspondiente a un MRUA como este es:

$$s=v_0\cdot t+\frac{1}{2}\cdot g\cdot t^2$$

En esta ecuación desconocemos solamente el tiempo, puesto que el espacio recorrido es de 3 m. Por tanto:

$$s=\cancel{v_0\cdot t}+\frac{1}{2}\cdot g\cdot t^2=\frac{1}{2}\cdot g\cdot t^2\rightarrow t=\sqrt{\frac{2\cdot s}{g}}=\sqrt{\frac{2\cdot 3\text{ m}}{9{,}8\text{ m/s}^2}}=0{,}782\text{ s}$$

Ahora podemos emplear este valor para calcular la velocidad que lleva cuando llega al suelo:

$$v=\cancel{v_0}+g\cdot t=9{,}8\text{ m/s}^2\cdot 0{,}782\text{ s}=7{,}67\text{ m/s}$$

15 **Una conductora que circula por un tramo rectilíneo de una autovía a 120 km/h observa que, a 100 m de distancia, se encuentra un gato en medio de la carretera.**

a) **¿Qué aceleración debe comunicar al coche para no atropellarlo?**

b) **¿Cuánto tiempo tarda en detenerse?**

c) **Si no hubiese frenado, ¿cuánto tiempo habría tardado en alcanzar al gato?**

a) Primero expresamos la velocidad en unidades del SI:

$$120\frac{\cancel{\text{km}}}{\cancel{\text{h}}}\cdot\frac{1\ \cancel{\text{h}}}{3600\text{ s}}\cdot\frac{1000\text{ m}}{1\ \cancel{\text{km}}}=33{,}\widehat{3}\text{ m/s}$$

Se trata de un MRUA con aceleración negativa en este caso, pues el vehículo frena. Escribimos la ecuación que relaciona la aceleración con el espacio recorrido:

$$s=v_0\cdot t+\frac{1}{2}\cdot a\cdot t^2$$

En esta ecuación desconocemos tanto la aceleración como el tiempo que tarda en parar. Así pues, necesitamos emplear la ecuación que liga la velocidad inicial y final con el tiempo empleado:

$$v = v_0 + a \cdot t$$

En esta ecuación desconocemos tanto la aceleración como el tiempo. Así pues, tenemos un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas. Despejamos, por ejemplo, el tiempo de la ecuación de la velocidad. La velocidad final es cero, pues el vehículo se detiene. Nos queda:

$$v = v_0 + a \cdot t \rightarrow t = \frac{\cancel{v} - v_0}{a} \rightarrow t = \frac{-v_0}{a}$$

Ahora sustituimos este valor en la primera ecuación:

$$s = v_0 \cdot \left(\frac{-v_0}{a}\right) + \frac{1}{2} \cdot a \cdot \left(\frac{-v_0}{a}\right)^2 = \left(\frac{-v_0^2}{a}\right) + \frac{1}{2} \cdot \cancel{a} \cdot \frac{v_0^2}{a^{\cancel{2}}} = \frac{-v_0^2}{a} + \frac{1}{2} \cdot \frac{v_0^2}{a} \rightarrow s = -\frac{1}{2} \cdot \frac{v_0^2}{a}$$

En esta ecuación la única variable que desconocemos ya es la aceleración, pues nos dicen que el gato está a 100 m de distancia:

$$s = -\frac{1}{2} \cdot \frac{v_0^2}{a} \rightarrow a = -\frac{1}{2} \cdot \frac{v_0^2}{s} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{\left(33{,}\widehat{3}\ \text{m/s}\right)^2}{100\ \text{m}} = -5{,}\widehat{5}\ \text{m/s}^2$$

Otra manera de resolver este problema sería introduciendo la relación que existe en un MRUA entre la aceleración, el espacio recorrido y las velocidades inicial y final.

Relación entre distancia recorrida y velocidad final en un MRUA:

$$x_f - x_0 = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$v_f = v_0 + a \cdot t$$

Despejamos *t* en la ecuación de abajo y sustituimos arriba:

$$x_f - x_0 = v_0 \cdot \left(\frac{v_f - v_0}{a}\right) + \frac{1}{2} \cdot a \cdot \left(\frac{v_f - v_0}{a}\right)^2$$

Operando:

$$x_f - x_0 = \frac{v_0 \cdot v_f - v_0^2}{a} + \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{v_f^2 + v_0^2 - 2 \cdot v_f \cdot v_0}{a^2} \rightarrow x_f - x_0 = \frac{v_0 \cdot v_f}{a} - \frac{v_0^2}{2 \cdot a} + \frac{v_f^2}{2 \cdot a} + \frac{v_0^2}{2 \cdot a} - \frac{v_f \cdot v_0}{a} \rightarrow$$

$$\rightarrow x_f - x_0 = \frac{v_f^2}{2 \cdot a} - \frac{v_0^2}{2 \cdot a} \rightarrow 2 \cdot a \cdot \left(x_f - x_0\right) = v_f^2 - v_0^2$$

Despejando la aceleración y sustituyendo ahora los datos del enunciado:

$$a = \frac{v_f^2 - v_0^2}{2 \cdot \left(x_f - x_0\right)} = \frac{\left(33{,}\widehat{3}\ \text{m/s}\right)^2}{2 \cdot 100\ \text{m}} = 5{,}\widehat{5}\ \text{m/s}$$

b) Como ya sabemos el valor de la aceleración, usamos la ecuación para el tiempo obtenida anteriormente:

$$t = \frac{-v_0}{a} = \frac{-33{,}\widehat{3}\ \text{m/s}}{-5{,}\widehat{5}\ \text{m/s}^2} = 6\ \text{s}$$

c) Si no frena, el movimiento es rectilíneo y uniforme, MRU. En este caso es sencillo calcular el tiempo necesario para recorrer 100, pues sabemos la velocidad inicial del vehículo:

$$v_0 = \frac{d}{t} \rightarrow t = \frac{d}{v_0} = \frac{100\ \text{m}}{33{,}\widehat{3}\ \text{m/s}} = 3\ \text{s}$$

Lógicamente, obtenemos un tiempo menor que en el caso anterior.

A partir del primer sistema de ecuaciones, el problema se podría haber resuelto despejando la aceleración en una ecuación y sustituyendo en la otra. Matemáticamente es algo más sencillo. Pero en este caso se calcula antes el tiempo y luego la aceleración, en orden inverso a como pide el enunciado. Comentar a los alumnos que el orden en que resuelven los apartados de un problema propuesto no tiene por qué ser el mismo que se refleja en el enunciado.

16 **Desde la terraza de un edificio de 30 m se lanza una moneda, verticalmente hacia arriba, con una velocidad de 4 m/s. Calcula la altura máxima que alcanza la moneda y la velocidad al llegar al suelo.**

La altura máxima corresponde a la situación en que la velocidad es nula. Aplicamos la ecuación que relaciona velocidad inicial y final:

$$v = v_0 - g \cdot t \rightarrow 0 = v_0 - g \cdot t \rightarrow v_0 = g \cdot t \rightarrow t = \frac{v_0}{g} = \frac{4\ \text{m/s}}{9{,}8\ \text{m/s}^2} = 0{,}41\ \text{s}$$

Entonces la altura máxima se puede calcular:

$$y = y_0 + \underbrace{\left(v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2\right)}_{\text{espacio recorrido hacia arriba}} = 30\ \text{m} + \left[4\ \text{m/s} \cdot 0{,}41\ \text{s} - \frac{1}{2} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot (0{,}41\ \text{s})^2\right] = 30{,}82\ \text{m}$$

Cuando alcanza la altura máxima, su velocidad es nula. Entonces podemos calcular el tiempo que tarda en recorrer esa distancia (30,82 m) durante su posterior caída. Al final de la caída, en el suelo, la posición es $y = 0$.

$$y = y_0 - \frac{1}{2} g \cdot t^2 \rightarrow \frac{1}{2} g \cdot t^2 = y_0 - y \rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot (y_0 - y)}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot (30{,}82 - 0)}{9{,}8\ \text{m/s}^2}} = 2{,}51\ \text{s}$$

Ahora podemos usar este valor para calcular la velocidad al llegar al suelo. Hay que tener en cuenta que ahora, desde el punto más alto, la moneda parte del reposo y su velocidad inicial es cero.

$$v = v_0 - g \cdot t = g \cdot t = -9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 2{,}51\ \text{s} = -24{,}58\ \text{m/s}$$

El signo negativo de la velocidad indica que es hacia abajo.

17 **Una moto circula por una recta a 108 km/h en una vía limitada a 90 km/h. Un coche de la policía, parado en esa zona, arranca y lo persigue con una aceleración de 1,2 m/s². Calcula el tiempo que tarda en alcanzarlo y la distancia recorrida por la policía.**

Expresamos la velocidad en unidades del SI:

$$108 \frac{\cancel{\text{km}}}{\cancel{\text{h}}} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{h}}}{3600\ \text{s}} \cdot \frac{1000\ \text{m}}{1\ \cancel{\text{km}}} = 30\ \text{m/s}$$

Escribimos la ecuación de posición de ambos móviles.

Para la moto, que lleva un MRU:

$$x_{\text{Moto}} = v_{\text{Moto}} \cdot t$$

Para el coche de policía, que lleva un MRUA:

$$x_{\text{Policía}} = \frac{1}{2} a_{\text{Policía}} \cdot t^2$$

Cuando el coche de policía alcanza a la moto, la posición de ambos móviles coincide:

$$x_{\text{Moto}} = x_{\text{Policía}} \rightarrow v_{\text{Moto}} \cdot \cancel{t} = \frac{1}{2} a_{\text{Policía}} \cdot t^{\cancel{2}} \rightarrow t = \frac{2 \cdot v_{\text{Moto}}}{a_{\text{Policía}}} = \frac{2 \cdot 30\ \text{m/s}}{1{,}2\ \text{m/s}^2} = 50\ \text{s}$$

Este es el tiempo que tarda en alcanzarlo.

La distancia recorrida se puede calcular sustituyendo este valor del tiempo en la ecuación de posición de la moto o en la del coche de policía. Es más sencillo emplear la ecuación de la moto:

$$x_{\text{Moto}} = v_{\text{Moto}} \cdot t = 30\ \text{m/s} \cdot 50\ \text{s} = 1500\ \text{m}$$

Es decir, el coche de policía alcanza a la moto tras recorrer ambos 1500 m.

18 **El tambor de una lavadora gira a 1200 revoluciones por minuto. Calcula su periodo, su frecuencia y su velocidad angular en unidades del SI.**

El dato del enunciado es la velocidad angular. La expresamos en unidades del SI:

$$1200\ \text{rpm} = 1200 \frac{\cancel{\text{rev.}}}{\cancel{\text{min}}} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{min}}}{60\ \text{s}} \cdot \frac{2\pi\ \text{rad}}{1\ \cancel{\text{rev.}}} = 125{,}66\ \text{rad/s}$$

La frecuencia es el número de vueltas que da en un segundo.

$$f = 200 \frac{\text{rev.}}{\cancel{\text{min}}} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{min}}}{60\ \text{s}} = 3{,}33\ \text{s}^{-1}$$

El periodo es la inversa de la frecuencia:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{3{,}33\ \text{s}^{-1}} = 0{,}3\ \text{s}$$

19 **Calcula la aceleración que tienen los caballitos y las sillas del tiovivo del ejemplo resuelto.**

Podemos relacionar la aceleración con la velocidad angular y con el radio:

$$a_n = \omega^2 \cdot r = 0{,}63\ \text{rad/s} \cdot 1{,}5\ \text{m} = 0{,}945\ \text{m/s}^2$$

REPASA LO ESENCIAL

20 **¿Por qué hay que establecer un sistema de referencia para estudiar el movimiento? Explica cuál es el sistema de referencia más adecuado para estudiar:**

a) Una carrera de 100 m lisos.

b) Un coche teledirigido en una habitación.

c) El movimiento de una cometa.

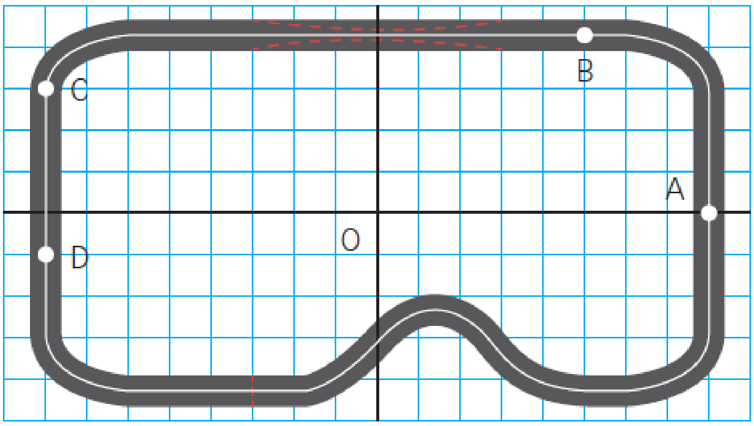
Porque el movimiento es relativo y en función del sistema de referencia elegido la posición o la velocidad, por ejemplo, varían.

a) Para este caso es adecuado utilizar la línea de salida o de meta como origen de un sistema de referencia unidimensional.

b) Podemos emplear una esquina situada en el suelo como origen de un sistema de referencia bidimensional.

c) Podemos emplear como origen, por ejemplo, la posición de la persona que gobierna la cometa en un sistema de referencia tridimensional.

21 **Para estudiar la carrera que tiene lugar en el circuito de la imagen se ha establecido el siguiente sistema de referencia. Cada cuadrado equivale a 10 m.**

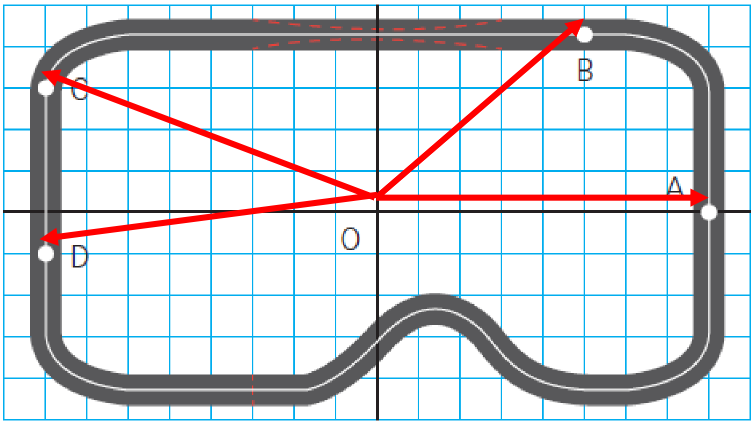


a) Dibuja en tu cuaderno el vector de posición de A, B, C y D.

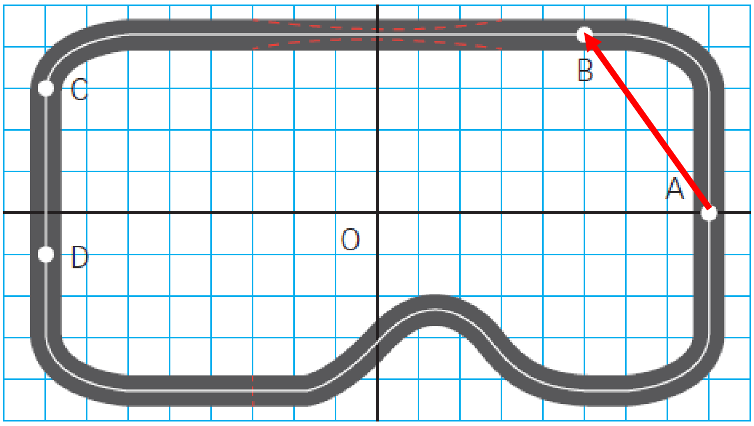
b) Dibuja el vector desplazamiento de A a B. Su longitud, ¿coincide con el camino recorrido para ir de A a B? ¿Cuál es mayor?

c) Localiza en tu cuaderno dos puntos en que coincidan el desplazamiento y el camino recorrido.

a) Los vectores de posición tienen origen en el punto O y fin en cada uno de los puntos. Respuesta:



b) El vector desplazamiento comienza en A y finaliza en B:



El módulo del vector desplazamiento no coincide con el camino recorrido para ir de A a B. El camino recorrido es mayor.

c) El desplazamiento coincide con el espacio recorrido en los tramos rectos. Por ejemplo, entre los puntos C y D.

22 **Copia una tabla en tu cuaderno y asigna las características adecuadas a cada velocidad. Ten en cuenta que algunas características corresponden a ambas.**

Velocidad media	Velocidad instantánea

a) **Es una magnitud vectorial.**

b) **Mide el desplazamiento por unidad de tiempo.**

c) **Tiene la dirección de la tangente a la trayectoria.**

d) **Se mide en m/s.**

e) **Se mide en km/h.**

f) **La leemos en el velocímetro.**

La tabla queda así:

Velocidad media	Velocidad instantánea
Es una magnitud vectorial.	Es una magnitud vectorial.
Mide el desplazamiento por unidad de tiempo.	Tiene la dirección de la tangente a la trayectoria.
Se mide en m/s.	Se mide en m/s.
Se mide en km/h.	Se mide en km/h.
	La leemos en el velocímetro.

23 **Escribe la fórmula de cada componente de la aceleración y haz una tabla en tu cuaderno asignando las características adecuadas a cada una.**

Aceleración normal	Aceleración tangencial

Mide la variación del módulo de la velocidad por unidad de tiempo - Mide la variación de la dirección de la velocidad por unidad de tiempo - Tiene la dirección de la tangente a la trayectoria - Su dirección es perpendicular a la tangente - En el SI se mide en m/s².

La expresión de la aceleración normal es:

$$a_n = \frac{v^2}{r}$$

La expresión de la aceleración tangencial es:

$$a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

La tabla queda así:

Aceleración normal	Aceleración tangencial
Mide la variación de la dirección de la velocidad por unidad de tiempo.	Mide la variación del módulo de la velocidad por unidad de tiempo.
Su dirección es perpendicular a la tangente.	Tiene la dirección de la tangente a la trayectoria.
En el SI se mide en m/s².	En el SI se mide en m/s².

24 **Razona en tu cuaderno cuáles de estas características corresponden a un MRU y cuáles a un MRUA.**

a) **Su velocidad aumenta continuamente.**

b) **Su velocidad siempre es positiva.**

c) **Su trayectoria es una línea recta.**

d) **El módulo de su velocidad siempre es constante.**

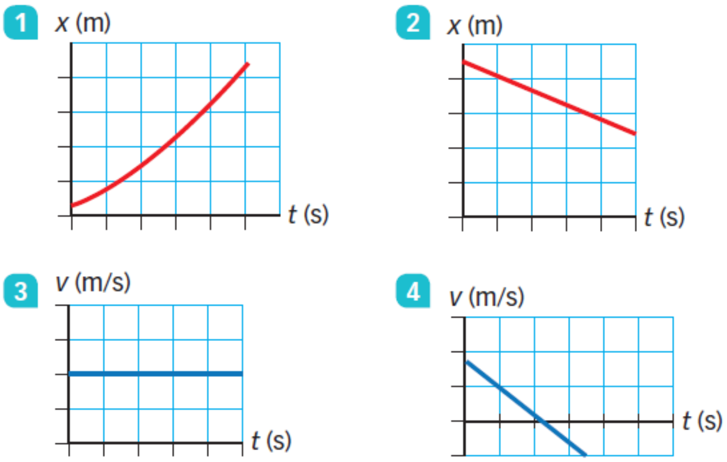
a) MRUA. En el caso de que la aceleración tenga el mismo sentido que la velocidad, el módulo de la velocidad aumentará constantemente. Pero si la aceleración tiene sentido opuesto a la velocidad inicial, la velocidad irá disminuyendo en módulo y cambiará de signo, para seguir aumentando luego en módulo de nuevo.

b) MRU. En un MRUA puede haber cambio de signo. Por ejemplo, una pelota que primero sube y luego baja.

c) MRU y MRUA.

d) MRU.

25 **Asocia en tu cuaderno cada gráfica con el rótulo y la ecuación matemática correspondiente:**



Posición-tiempo, MRU	Velocidad-tiempo, MRU
Posición-tiempo, MRUA	Velocidad-tiempo, MRUA

$v_f = v_0 + a \cdot t$	$x_t = x_0 + v \cdot t$
$v =$ cte.	$x_f = x_0 + v_0 \cdot t + \dfrac{a \cdot t^2}{2}$

Gráfica 1:

Posición-tiempo, MRUA. $x_f = x_0 + v_0 \cdot t + \dfrac{a \cdot t^2}{2}$

Gráfica 2:

Posición-tiempo, MRU. $x_f = x_0 + v_0 \cdot t$

Gráfica 3:

Velocidad-tiempo, MRU. $v =$ cte.

Gráfica 4:

Velocidad-tiempo, MRUA. $v_f = v_0 + a \cdot t$

26 **Escribe en tu cuaderno las siguientes frases referidas a un MCU de forma que sean correctas:**

a) **Su trayectoria es una curva.**

b) **El vector velocidad permanece constante.**

c) **Solo se puede estudiar con magnitudes angulares.**

d) **No tiene aceleración.**

a) Su trayectoria es una **circunferencia**.

b) El **módulo** de la velocidad permanece constante.

c) Se puede estudiar con magnitudes angulares **y con magnitudes lineales**.

d) **Sí** tiene aceleración.

27 **¿Qué tipo de movimiento tienen los siguientes móviles?**

a) **La Luna girando en torno a la Tierra.**

b) **Un coche que frena hasta parar.**

c) **Un avión a velocidad de crucero.**

d) **Una noria cuando arranca.**

e) **Una noria durante la atracción.**

f) **Una castaña que cae del árbol.**

g) **Un atleta corriendo los 100 m lisos.**

a) Movimiento circular uniforme (aproximadamente). Se puede comentar a los alumnos que la órbita de la Luna es algo elíptica y que cuando se encuentra más cerca de la Tierra su velocidad es algo mayor que cuando se encuentra más lejos.

b) Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, con aceleración negativa.

c) Movimiento rectilíneo y uniforme.

d) Movimiento circular con aceleración.

e) Movimiento circular uniforme.

f) Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.

g) Movimiento uniformemente acelerado (aproximadamente) durante la primera parte y movimiento rectilíneo uniforme (aproximadamente) durante el resto.

PRACTICA

28 **La noria es una típica atracción de feria. Imagina que te subes a una noria de 8 m de radio:**

a) ¿Qué tipo de trayectoria describes?

b) ¿Qué espacio recorres al completar 10 vueltas?

c) ¿Cuál es tu desplazamiento al completar 10 vueltas?

d) ¿Cuál es tu desplazamiento cuando estás en el punto más alto por primera vez? ¿Y tras dos vueltas?

a) Circular.

b) En cada vuelta se recorre la longitud de una circunferencia de radio 8 m. Por tanto:

$$10\ \cancel{\text{vueltas}} \cdot \frac{2\pi \cdot r}{1\ \cancel{\text{vuelta}}} = 10 \cdot 2\pi \cdot 8\ \text{m} = 502{,}65\ \text{m}$$

c) El desplazamiento es nulo, porque al cabo de 10 vueltas se vuelve al punto de partida.

d) Al estar en el punto más alto, el desplazamiento es igual al diámetro de la noria; es decir, $2 \cdot 8\ \text{m} = 16\ \text{m}$.

Tras recorrer dos vueltas más, el desplazamiento sigue siendo el mismo, porque vuelves a estar en el punto más alto.

29 **Dibuja un plano de tu clase. Sitúa en él tu mesa y el encerado. Sitúa un sistema de referencia en tu mesa.**

a) ¿Cuál es el desplazamiento desde tu mesa al encerado?

b) Cuando te levantas para ir al encerado, ¿coincide el desplazamiento con el camino que recorres?

c) Dibuja un camino alternativo y determina el desplazamiento en ese caso. ¿Coincide con el anterior? ¿Por qué?

a) Respuesta personal.

b) Al ir al encerado el desplazamiento no coincide con el espacio recorrido, pues se bordean algunas mesas, por ejemplo.

c) Respuesta personal. El desplazamiento solo coincide con el espacio recorrido cuando la trayectoria es una recta y no hay cambio de sentido.

30 **Clasifica en tu cuaderno las siguientes trayectorias en rectilínea, circular o curvilínea.**

a) Un lanzamiento de tiro libre en baloncesto.

b) El despegue de un cohete espacial.

c) La prueba de natación de los 100 m mariposa.

d) La caída de una maceta desde una terraza.

e) El tambor de una lavadora.

a) Curvilínea.

b) Rectilínea.

c) Rectilínea.

d) Rectilínea.

e) Circular.

31 **¿Cuáles de estos vehículos serán fotografiados por el radar y multados por la policía de tráfico cuando circulan por una autopista, donde el límite de velocidad es 120 km/h?**

a) Un coche que viaja a 1500 m/min.

b) Un autobús que se mueve a 2 km/min.

c) Una moto con una velocidad de 40 m/s.

d) Un camión que circula a 70 millas por hora.

(Dato: 1 milla = 1609 m).

Expresamos todas las velocidades en km/h para comparar.

a) En este caso:

$$1500\frac{\cancel{\text{m}}}{\cancel{\text{min}}}\cdot\frac{60\ \cancel{\text{min}}}{1\ \text{h}}\cdot\frac{1\ \text{km}}{1000\ \cancel{\text{m}}}=90\ \text{km/h}$$

El coche no será multado.

b) En este caso:

$$2\frac{\text{km}}{\cancel{\text{min}}}\cdot\frac{60\ \cancel{\text{min}}}{1\ \text{h}}=120\ \text{km/h}$$

El autobús no será multado. Está en el límite.

c) En este caso:

$$40\frac{\cancel{\text{m}}}{\cancel{\text{s}}}\cdot\frac{3600\ \cancel{\text{s}}}{1\ \text{h}}\cdot\frac{1\ \text{km}}{1000\ \cancel{\text{m}}}=144\ \text{km/h}$$

La moto sí será multada.

d) En este caso:

$$70\frac{\cancel{\text{millas}}}{\text{h}}\cdot\frac{1609\ \cancel{\text{m}}}{1\ \cancel{\text{milla}}}\cdot\frac{1\ \text{km}}{1000\ \cancel{\text{m}}}=112{,}63\ \text{km/h}$$

El camión no será multado.

32 **Entre la curva *Sito Pons* y la *Dry Sack* del circuito de Jerez, representado en la página 138 hay una recta de 607 m. Un corredor entra en *Sito Pons* a una velocidad de 170 km/h, tarda 11,6 s en recorrer la recta y toma la *Dry Sack* a 175 km/h.**

a) Calcula la velocidad media en la recta (en m/s y km/h).

b) Dibuja el circuito en tu cuaderno y el vector de la velocidad en la recta y en cada curva.

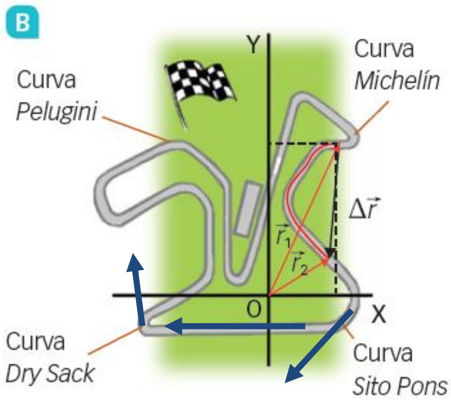
c) Explica qué significan los tres vectores de velocidad que has dibujado.

a) La velocidad media se calcula dividiendo el espacio recorrido entre el tiempo empleado.

$$v_\text{m}=\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{607\ \text{m}}{11{,}6\ \text{s}}=52{,}33\ \text{m/s}$$

$$v_\text{m}=52{,}33\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\cdot\frac{3600\ \cancel{\text{s}}}{1\ \text{h}}\cdot\frac{1\ \text{km}}{1000\ \cancel{\text{m}}}=188{,}38\ \text{km/h}$$

b) El esquema pedido es este:



c) El vector de la *Sito Pons* indica la dirección y sentido de la velocidad instantánea en esa curva. Lo mismo en la curva *Dry Sack*. El vector en la recta indica la velocidad media.

33 **El récord mundial masculino en la distancia de 100 m lo ostenta el atleta jamaicano Usain Bolt con 9,58 s.**

a) Calcula su velocidad media en m/s y km/h. ¿Habrá superado esta velocidad en algún momento?

b) ¿Mantendría esta misma velocidad media en la carrera de los 10 000 m?

a) La velocidad media se calcula dividiendo la distancia total entre el tiempo empleado.

$$v_\mathrm{m} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{100\ \mathrm{m}}{9{,}58\ \mathrm{s}} = 10{,}44\ \mathrm{m/s} \rightarrow 10{,}44\ \frac{\cancel{\mathrm{m}}}{\cancel{\mathrm{s}}} \cdot \frac{1\ \mathrm{km}}{1000\ \cancel{\mathrm{m}}} \cdot \frac{3600\ \cancel{\mathrm{s}}}{1\ \mathrm{h}} = 35{,}58\ \mathrm{km/h}$$

b) No podría mantener esta velocidad, pues en una carrera de 100 m el esfuerzo es muy intenso y no puede prolongarse tanto tiempo.

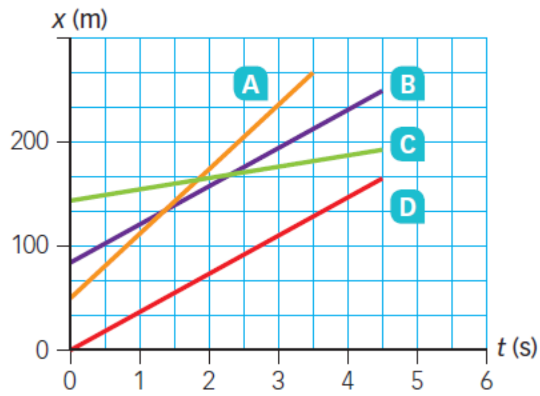
34 **Observa la gráfica posición-tiempo de los siguientes movimientos y responde:**

a) El movimiento con mayor velocidad es…

b) El movimiento con menor velocidad es…

c) Los movimientos con la misma velocidad son…

d) El movimiento que comienza en el origen es…



a) El A.

b) El C.

c) B y D.

d) El D.

35 **Un patinador se desliza en una pista de hielo con MRU y avanza a 16 m/s. Si empezamos a estudiar el movimiento cuando pasa por la posición de salida:**

a) Escribe su ecuación de movimiento.

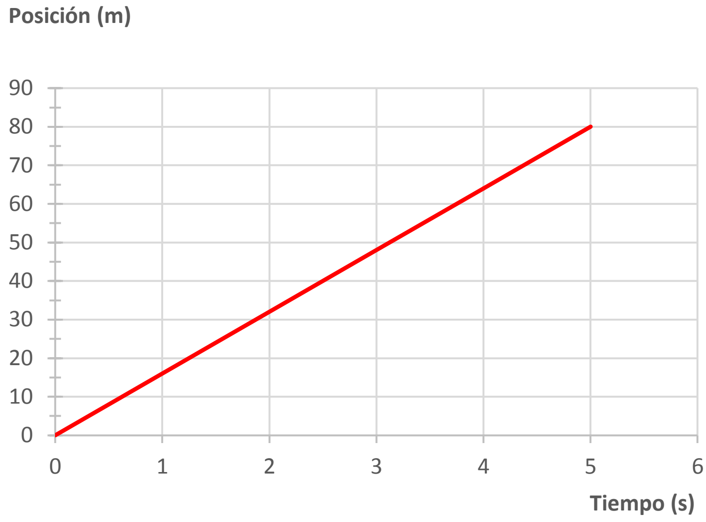
b) Representa sus gráficas *x-t* y *v-t*.

a) Con los datos del enunciado sabemos que $x_0 = 0$. Por tanto, si empleamos unidades del SI:

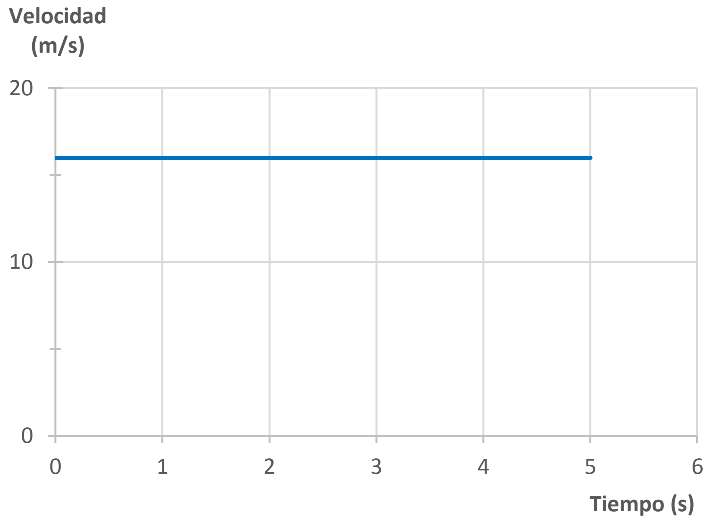
$$x(t) = x_0 + v \cdot t \rightarrow x(t) = 0 + 16 \cdot t$$

b) Para elaborar la gráfica damos valores a *t* y sustituyendo en la ecuación obtenemos los valores de *x*.

La gráfica posición-tiempo es una recta cuya pendiente es la velocidad del patinador.



La gráfica velocidad-tiempo es una recta horizontal, pues la velocidad del patinador no varía.



36 **Una atleta se entrena en una pista de atletismo en el sentido desde la meta hasta la salida (que tomamos como origen del sistema de referencia). Ponemos el cronómetro en marcha cuando pasa por la posición de 85 m. Suponiendo que avanza a 9 m/s y que no cambia de sentido:**

a) Elabora una tabla con su posición en cada uno de los próximos 10 segundos.

b) Haz la representación posición-tiempo. Utilízala para calcular su velocidad e interpreta el signo.

c) Dibuja la pista de entrenamiento y señala en ella la posición que ocupa en cada segundo.

a) La atleta lleva un MRU, y la ecuación de la posición es:

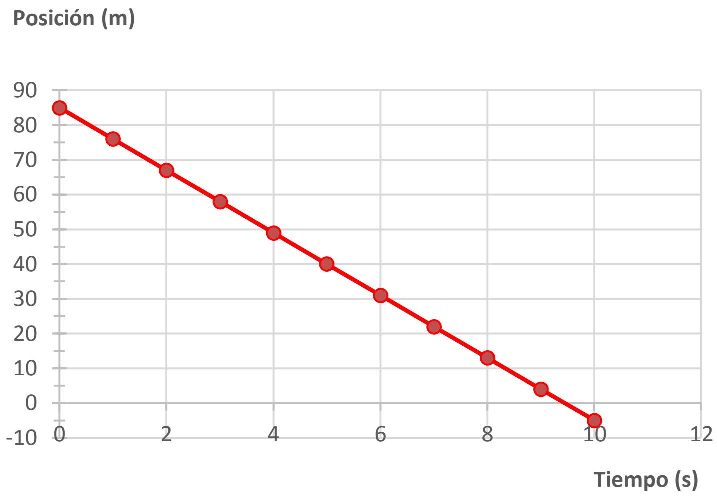
$$x(t) = x_0 + v \cdot t$$

En este caso, $x_0 = 85$ m y $v = -9$ m/s.

Dando valores a la variable *t* obtenemos la siguiente tabla:

Tiempo	Posición (m)
0	85
1	76
2	67
3	58
4	49
5	40
6	31
7	22
8	13
9	4
10	–5

b) La gráfica posición-tiempo es esta:

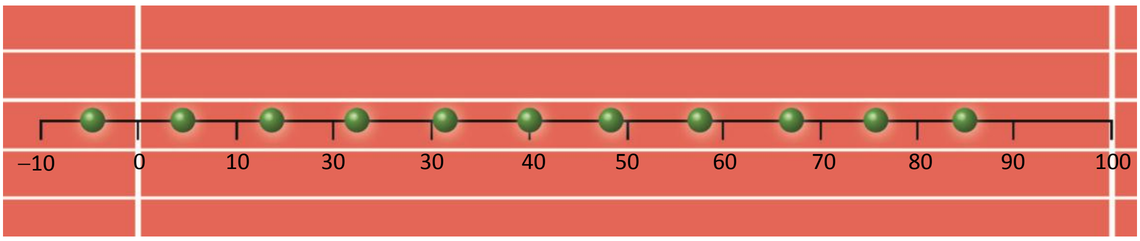


La velocidad se puede calcular a partir de la posición final e inicial, por ejemplo:

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-5-85}{10-0} = -9 \text{ m/s}$$

El signo negativo de la velocidad indica que el móvil se desplaza hacia el origen desde una posición mayor que cero.

c) El esquema solicitado es:



37 **EDUCACIÓN CÍVICA. Un coche que se mueve a 60 km/h choca frontalmente con otro que circula a 72 km/h. ¿Las consecuencias del accidente serían las mismas si ambos coches hubiesen circulado en el mismo sentido y el segundo hubiera alcanzado al primero por detrás? ¿Por qué?**

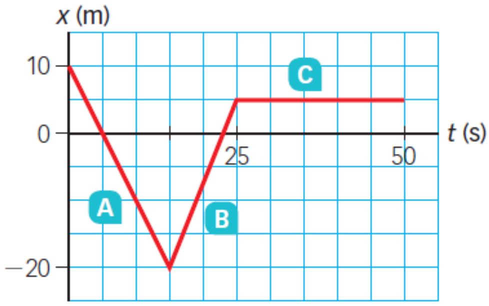
Si ambos coches circulan en el mismo sentido, las consecuencias del accidente no serían tan negativas, puesto que lo relevante en estos choques es la velocidad relativa entre ambos coches. Cuando ambos se mueven en la misma dirección y sentido, la velocidad relativa es igual a la diferencia entre ambas velocidades. Cuando ambos coches circulan en sentidos opuestos, la velocidad relativa se sumaría.

38 **La siguiente gráfica muestra el movimiento de un móvil.**

a) Estudia el tipo de movimiento en cada tramo.

b) Haz la representación *v*-*t*.

c) Calcula la velocidad y la rapidez media del móvil.



a) En el tramo A es un MRU, con velocidad negativa, pues el móvil parte de una posición mayor que cero y se dirige hacia el origen, rebasándolo en el instante $t = 5$ s.

En el tramo B es un MRU, pero el móvil invierte el sentido del movimiento y ahora se dirige hacia el origen desde posiciones menores que cero.

En el tramo C el móvil está parado, pues su posición no varía.

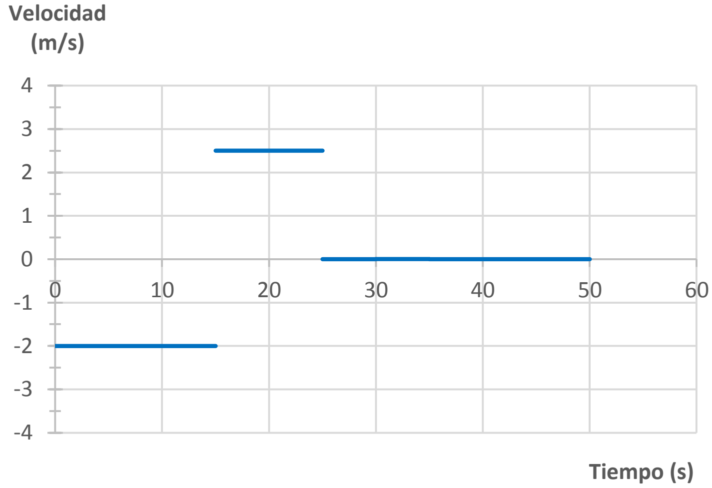
b) Calculamos la velocidad en el tramo A a partir de su posición inicial y final. Trabajamos con unidades del SI:

$$v_A = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-20-10}{15-0} = -2 \text{ m/s}$$

Calculamos la velocidad en el tramo B de nuevo a partir de su posición inicial y final. Trabajamos con unidades del SI:

$$v_B = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{5-(-20)}{25-15} = 2{,}5 \text{ m/s}$$

Por tanto, la gráfica velocidad-tiempo tendrá este aspecto:



c) La velocidad media se calcula a partir de la posición inicial y final del móvil en su movimiento.

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{5-10}{50-0} = -0{,}1 \text{ m/s}$$

La rapidez media se calcula a partir del espacio total recorrido.

En el tramo A, el espacio recorrido es:

$$|v_A| = \frac{\Delta s}{\Delta t} \rightarrow \Delta s = |v_A| \cdot \Delta t = 2 \text{ m/s} \cdot 15 \text{ s} = 30 \text{ m}$$

En el tramo B, el espacio recorrido es:

$$|v_B| = \frac{\Delta s_B}{\Delta t} \rightarrow \Delta s_B = |v_B| \cdot \Delta t = 2{,}5 \text{ m/s} \cdot 10 \text{ s} = 25 \text{ m}$$

En el tramo C, el móvil está parado. Por tanto, la rapidez será:

$$v = \frac{s_T}{\Delta t} = \frac{30 \text{ m} + 25 \text{ m}}{50 \text{ s}} = 1{,}1 \text{ m/s}$$

39 **La casa de Clara y la de Luis están en la misma carretera, separadas 5 km. El sábado quedan para intercambiarse un juego. Cogen sus bicis a las doce y se encontrarán en el camino. Como Luis pedalea más despacio (6 m/s) que Clara (10 m/s), sale cinco minutos antes. ¿Dónde y cuándo se encuentran los dos amigos?**

Tomamos el origen de referencia en la casa de Luis y empezamos a contar el tiempo cuando Luis sale de casa.

Usamos unidades del SI y escribimos las ecuaciones de movimiento para ambos. Para Luis, que se va alejando de su casa:

$$x_{\text{Luis}} = x_{0\ \text{Luis}} + v_{\text{Luis}} \cdot t \rightarrow x_{\text{Luis}} = 0 + 6 \cdot t$$

Para Clara, que se aproxima a casa de Luis, y que sale 5 minutos (300 s) después que Luis:

$$x_{\text{Clara}} = x_{0\ \text{Clara}} + v_{\text{Clara}} \cdot t_{\text{Clara}} \rightarrow x_{\text{Clara}} = 5000 - 10 \cdot (t - 300)$$

Se encuentran cuando sus posiciones coinciden. Es decir:

$$x_{\text{Luis}} = x_{\text{Clara}} \rightarrow 6 \cdot t = 5000 - 10 \cdot (t - 300)$$

En esta ecuación ya podemos despejar el tiempo, que recordemos que es el tiempo invertido por Luis.

$$6 \cdot t = 5000 - 10 \cdot (t - 300) \rightarrow 6 \cdot t = 5000 - 10 \cdot t + 3000 \rightarrow 16 \cdot t = 8000 \rightarrow$$

$$\rightarrow t = \frac{8000}{16} = 500 \text{ s} = 8{,}\widehat{3} \text{ min}$$

Clara invierte 5 min menos en llegar al punto de encuentro. Calculemos la posición del encuentro. Sustituyendo en la ecuación de movimiento de Luis:

$$x_{\text{Luis}} = 6 \cdot t = 6 \cdot 500 = 3000 \text{ m}$$

Es decir, se encuentran a 3000 m (3 km) de casa de Luis.

40 **Calcula la aceleración de cada móvil suponiendo que parten del reposo y que al cabo de 10 segundos alcanzan la velocidad de:**

a) Coche de Fórmula 1: 250 km/h.

b) Atleta de élite: 10 m/s.

c) Caracol común de jardín: 10 m/h.

a) Expresamos la velocidad en m/s:

$$250 \frac{\cancel{\text{km}}}{\cancel{\text{h}}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \cancel{\text{km}}} \cdot \frac{1 \cancel{\text{h}}}{3600 \text{ s}} = 69{,}\widehat{4} \text{ m/s}$$

La ecuación que relaciona la velocidad final con el tiempo es:

$$v = v_0 + a \cdot t = 0 + a \cdot t \rightarrow a = \frac{v}{t} = \frac{69{,}\widehat{4} \text{ m/s}}{10 \text{ s}} = 6{,}9\widehat{4} \text{ m/s}^2$$

b) La ecuación que relaciona la velocidad final con el tiempo es:

$$a = \frac{v}{t} = \frac{10 \text{ m/s}}{10 \text{ s}} = 1 \text{ m/s}^2$$

c) Expresamos la velocidad en m/s:

$$10 \frac{\text{m}}{\cancel{\text{h}}} \cdot \frac{1 \cancel{\text{h}}}{3600 \text{ s}} = 0{,}002\widehat{7} \text{ m/s}$$

La ecuación que relaciona la velocidad final con el tiempo es:

$$a = \frac{v}{t} = \frac{0{,}002\widehat{7} \text{ m/s}}{10 \text{ s}} = 0{,}000\ 2\widehat{7} \text{ m/s}^2$$

41 **Calcula la aceleración centrípeta de:**

a) Una noria de 22 m de diámetro que gira a 20 km/h.

b) Un tiovivo de 5 m de radio que gira a 15 km/h.

c) El vagón de una montaña rusa que da un rizo de 10 m de diámetro a 80 km/h.

La expresión que nos permite calcular la aceleración centrípeta es:

$$a_{\text{n}} = \frac{v^2}{r}$$

a) Expresamos la velocidad en m/s:

$$20\ \frac{\cancel{\text{km}}}{\cancel{\text{h}}} \cdot \frac{1000\ \text{m}}{1\ \cancel{\text{km}}} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{h}}}{3600\ \text{s}} = 5{,}\widehat{5}\ \text{m/s}$$

Ahora sustituimos en la expresión de la aceleración:

$$a_{\text{n}} = \frac{v^2}{r} = \frac{\left(5{,}\widehat{5}\ \text{m/s}\right)^2}{22\ \text{m}} = 1{,}40\ \text{m/s}^2$$

b) Expresamos la velocidad en m/s:

$$15\ \frac{\cancel{\text{km}}}{\cancel{\text{h}}} \cdot \frac{1000\ \text{m}}{1\ \cancel{\text{km}}} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{h}}}{3600\ \text{s}} = 4{,}1\widehat{6}\ \text{m/s}$$

Ahora sustituimos en la expresión anterior:

$$a_{\text{n}} = \frac{v^2}{r} = \frac{\left(4{,}1\widehat{6}\ \text{m/s}\right)^2}{5\ \text{m}} = 3{,}47\ \text{m/s}^2$$

c) Expresamos la velocidad en m/s:

$$80\ \frac{\cancel{\text{km}}}{\cancel{\text{h}}} \cdot \frac{1000\ \text{m}}{1\ \cancel{\text{km}}} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{h}}}{3600\ \text{s}} = 22{,}\widehat{2}\ \text{m/s}$$

Ahora sustituimos en la expresión de la aceleración:

$$a_{\text{n}} = \frac{v^2}{r} = \frac{\left(22{,}\widehat{2}\ \text{m/s}\right)^2}{10\ \text{m}} = 49{,}38\ \text{m/s}^2$$

42 EDUCACIÓN CÍVICA. **Un vehículo que va a 80 km/h tiene una aceleración de frenada máxima de 6,5 m/s^2.**

a) ¿Cuánto tiempo tarda en detenerse y qué espacio recorre hasta que se para?

b) Teniendo en cuenta que el tiempo de reacción medio es de 3/4 de segundo, ¿cuál debe ser la distancia de seguridad para ese vehículo?

a) Expresamos la velocidad en unidades del SI:

$$80\ \frac{\cancel{\text{km}}}{\cancel{\text{h}}} \cdot \frac{1000\ \text{m}}{1\ \cancel{\text{km}}} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{h}}}{3600\ \text{s}} = 22{,}\widehat{2}\ \text{m/s}$$

Se trata de un MRUA. Entonces:

$$v = v_0 + a \cdot t$$

Despejamos el tiempo y sustituimos los datos conocidos:

$$0 = v_0 + a \cdot t \rightarrow t = -\frac{v_0}{a} = -\frac{22{,}\widehat{2}\ \text{m/s}}{-6{,}5\ \text{m/s}^2} = 3{,}42\ \text{s}$$

El espacio recorrido puede calcularse a partir de la ecuación de la posición del MRUA.

$$s_{\text{Frenada}} = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

En esta ecuación conocemos todos los datos salvo el espacio recorrido, *s*. Expresamos todas las magnitudes en unidades del SI y sustituimos los datos en la ecuación:

$$s_{\text{Frenada}} = 22,\widehat{2} \cdot 3,42 - \frac{1}{2} \cdot 6,5 \cdot 3,42^2 = 37,99 \text{ m}$$

Este es el espacio recorrido durante la frenada.

b) Calculamos la distancia recorrida durante el tiempo de reacción. En ese intervalo de tiempo el vehículo no ha comenzado a frenar, por lo que lleva un MRU. Entonces, el espacio recorrido es:

$$s_{\text{Reacción}} = v_0 \cdot t_{\text{Reacción}} = 22,2 \text{ m/s} \cdot \frac{3}{4} \text{ s} = 16,\widehat{6} \text{ m}$$

La distancia de seguridad debe ser al menos igual a la suma de la distancia recorrida durante el tiempo de reacción más la distancia recorrida durante la frenada:

$$s = s_{\text{Reacción}} + s_{\text{Frenada}} = 16,\widehat{6} \text{ m} + 37,99 \text{ m} = 54,66 \text{ m}$$

43 **Los datos de la tabla muestran la velocidad de un coche en una pista recta:**

v (m/s)	10,0	12,0	14,0	16,0	18,0	20,0
t (s)	0	1	2	3	4	5

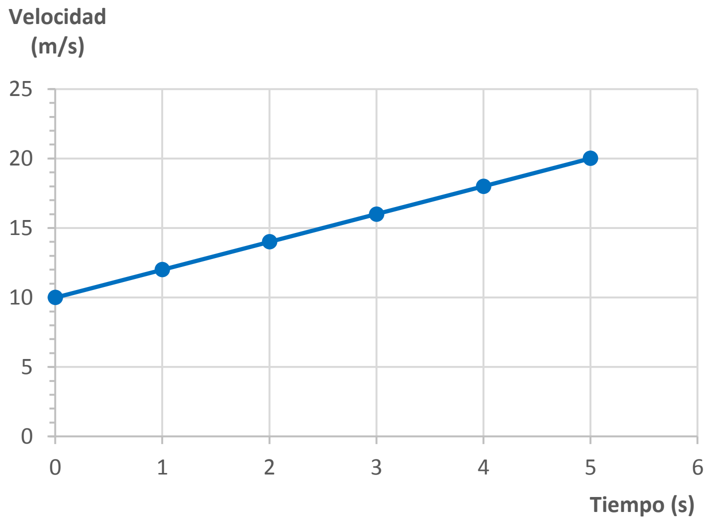
a) Dibuja la gráfica *v-t* e identifica el movimiento.

b) Escribe las ecuaciones del movimiento si en el instante inicial el coche está a 10 m de la salida.

c) Calcula la posición del móvil a los 2 segundos.

d) Calcula el desplazamiento y la velocidad media entre los segundos 2 y 5. ¿Coincide con la media aritmética de la velocidad en esos instantes? Explícalo.

a) La gráfica quedaría así:



La velocidad va aumentando proporcionalmente con el tiempo. Por tanto. Se trata de un MRUA.

b) La velocidad aumenta 2 m/s cada segundo. Este es el valor de la aceleración. La ecuación de la posición con respecto al tiempo (unidades SI) es:

$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2} = 10 + 10 \cdot t + \frac{2 \cdot t^2}{2} \rightarrow x(t) = 10 + 10 \cdot t + t^2$$

La ecuación de la velocidad en función del tiempo es:

$$v(t) = v_0 + a \cdot t \rightarrow v(t) = 10 + 2 \cdot t$$

c) Sustituimos el valor del tiempo en la ecuación de la posición:

$$x(t) = 10 + 10 \cdot t + t^2 \rightarrow x(2 \text{ s}) = 10 + 10 \cdot 2 + 2^2 = 34 \text{ m}$$

d) El desplazamiento se calcula restando la posición inicial a la posición final.

La posición a los 2 s es:

$$x(2\text{ s}) = 10 + 10 \cdot 2 + 2^2 = 34\text{ m}$$

La posición a los 5 s es:

$$x(5\text{ s}) = 10 + 10 \cdot 5 + 5^2 = 85\text{ m}$$

Por tanto, el desplazamiento es:

$$\Delta r = x(5\text{ s}) - x(2\text{ s}) = 85\text{ m} - 34\text{ m} = 51\text{ m}$$

La velocidad media es igual al desplazamiento dividido entre el tiempo empleado:

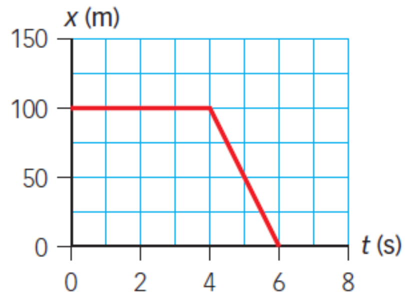
$$v_{\text{m}} = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{51\text{ m}}{5\text{ s} - 2\text{ s}} = 17\text{ m/s}$$

En el instante $t = 2$ s la velocidad es de 14 m/s, y en el instante $t = 5$ s la velocidad es de 20 m/s. Por tanto, la media aritmética de la velocidad entre estos dos puntos es:

$$v = \frac{v_{2\text{ s}} + v_{5\text{ s}}}{2} = \frac{14\text{ m/s} + 20\text{ m/s}}{2} = 17\text{ m/s}$$

Como vemos, la velocidad media sí coincide con la media aritmética en este caso. Esto es así porque la velocidad aumenta de manera constante durante este desplazamiento.

44 **La gráfica representa el movimiento rectilíneo de un móvil. Inicialmente está a 100 m del origen. Deduce las ecuaciones del movimiento de cada tramo y calcula el espacio total que recorre.**



En el primer tramo la posición no varía. Por tanto, el móvil no se mueve. En unidades del SI las ecuaciones del movimiento son:

$$x(t) = 100$$

$$v(t) = 0$$

En el segundo tramo el móvil se acerca hasta el origen. Como la gráfica posición-tiempo es una recta, se trata de un movimiento rectilíneo uniforme. La velocidad, en unidades del SI, se puede calcular a partir de la posición en dos instantes.

$$v = \frac{x_2 - x_1}{\Delta t} = \frac{0 - 100}{6 - 0} = -16{,}\widehat{6}\text{ m/s}$$

Se trata de una velocidad negativa porque el móvil se mueve hacia el origen.

Entonces la ecuación de la posición en función del tiempo es:

$$x(t) = x_0 + v \cdot t = 100 - 16{,}\widehat{6} \cdot t$$

Y la ecuación de la velocidad es:

$$v(t) = v_0 + a \cdot t = v_0 = 16{,}\widehat{6}\text{ m/s}$$

El espacio total recorrido en el primer tramo es nulo.

En el segundo tramo, que dura dos segundos, calculamos el espacio recorrido a partir del valor de la velocidad:

$$s_2 = |v \cdot \Delta t| = 16{,}\widehat{6}\text{ m/s} \cdot 2\text{ s} = 33{,}\widehat{3}\text{ m}$$

Esto significa que el espacio total recorrido es:

$$s = 33{,}\widehat{3}\text{ m}$$

45 **En una recta, un tranvía en reposo acelera durante 4 s a 3 m/s². A continuación mantiene la velocidad constante durante 10 s y finalmente frena hasta pararse 5 s después. Dibuja las gráficas *v-t* y *a-t* y calcula la distancia que recorrió en total.**

El dato de la aceleración nos indica que la velocidad aumenta 3 m/s en cada segundo. Por tanto, en el instante $t = 4$ s la velocidad será de $4 \cdot 3 = 12$ m/s.

Para dibujar la gráfica necesitamos conocer el valor de la velocidad en el último tramo. Como sabemos la velocidad inicial y final en dicho tramo:

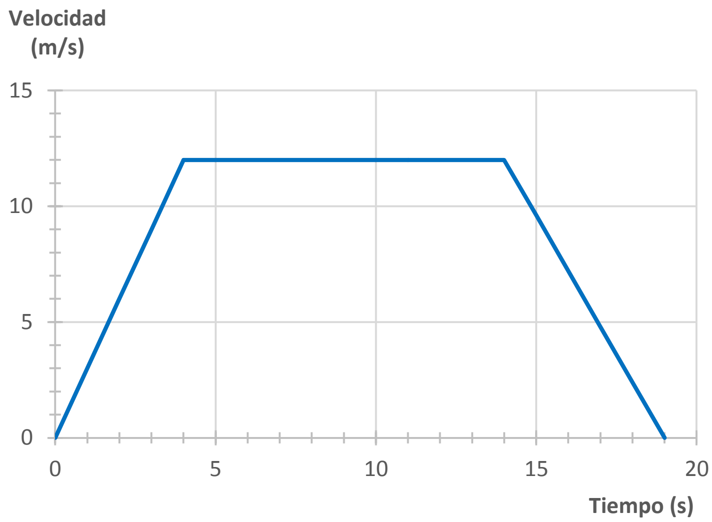
$$v = v_0 + a \cdot \Delta t \rightarrow \frac{v - v_0}{\Delta t} = a \rightarrow a = \frac{0 - 12}{5} = -2{,}4 \text{ m/s}^2$$

Esto quiere decir que la velocidad disminuye en 2,4 m/s cada segundo. Es decir, en ese tramo $a = -2{,}4$ m/s^2.

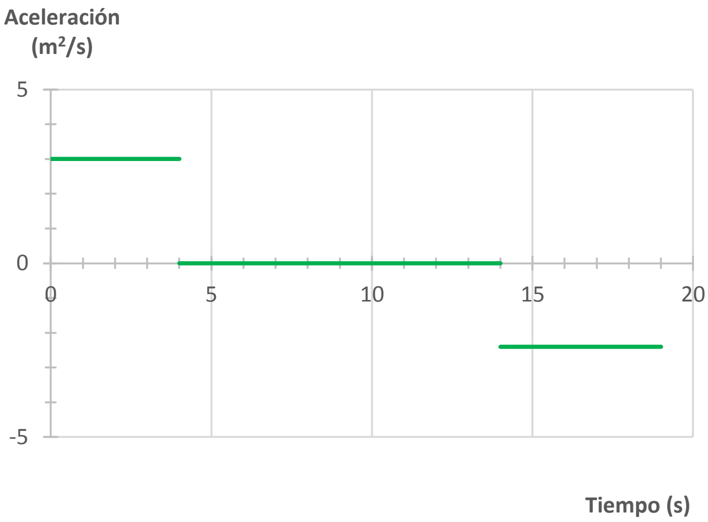
Cuando el tranvía se detiene han transcurrido:

$$t = 4 \text{ s} + 10 \text{ s} + 5 \text{ s} = 19 \text{ s}$$

La gráfica velocidad-tiempo es:



Y la gráfica aceleración-tiempo es:



Calculamos la distancia total recorrida sumando las distancias recorridas en cada tramo. En el primer tramo se trata de un MRUA.

$$s_1 = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 = \frac{1}{2} a \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4^2 = 24 \text{ m}$$

En el segundo tramo se trata de un MRU.

$$s_2 = v \cdot t = 12 \ \cdot 10 = 120 \text{ m}$$

En el tercer tramo se trata de un MRUA, con aceleración negativa.

$$s_3 = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 = 12 \cdot 5 + \frac{1}{2} \cdot (-2{,}4) \cdot 5^2 = 30 \text{ m}$$

Entonces:

$$s_{\text{Total}} = s_1 + s_2 + s_3 = 24 + 120 + 30 \text{ m} = 174 \text{ m}$$

46 **Un coche teledirigido pasa por la marca de salida de una pista rectilínea a una velocidad de 90 km/h. En ese momento frena, de modo que su velocidad disminuye a razón de 5 m/s cada segundo. Calcula su velocidad y la posición donde se encuentra a los 3 s y a los 6 s de aplicar la frenada. Interpreta el resultado.**

Expresamos la velocidad inicial en m/s:

$$90\frac{\cancel{\text{km}}}{\cancel{\text{h}}}\cdot\frac{1\ \cancel{\text{h}}}{3600\ \text{s}}\cdot\frac{1000\ \text{m}}{1\ \cancel{\text{km}}}=25\ \text{m/s}$$

Se trata de un movimiento con aceleración negativa constante. A los 3 s de aplicar la frenada:

$$v=v_0+a\cdot t\rightarrow v(3\ \text{s})=25-5\cdot 3=10\ \text{m/s}$$

Y a los 6 s de aplicar la frenada:

$$v=v_0+a\cdot t\rightarrow v(6\ \text{s})=25-5\cdot 6=-5\ \text{m/s}$$

La velocidad es negativa; esto quiere decir que tiene sentido opuesto al sentido inicial del movimiento. Por tanto, el móvil se ha detenido y ha invertido el sentido del movimiento.

La posición a los 3 s es:

$$x=x_0+v_0\cdot t+\frac{1}{2}a\cdot t^2=0+25\cdot 3-5\cdot 3^2=30\ \text{m}$$

La posición a los 6 s es:

$$x=x_0+v_0\cdot t+\frac{1}{2}a\cdot t^2=0+25\cdot 6-5\cdot 6^2=-30\ \text{m}$$

El signo negativo indica que el móvil ha invertido el movimiento y, tras pasar de nuevo por el origen, se encuentra a 30 m de este.

47 **Un deportista se entrena en un parque corriendo a 4 m/s. Observa que, a 20 m de distancia, una corredora, que avanza en su misma dirección y sentido, pero a 6 m/s, pierde el pulsómetro.**

a) ¿Qué aceleración tendrá que alcanzar el corredor para devolver el pulsómetro antes de que transcurran 10 s?

b) ¿A qué distancia del punto en que cayó el pulsómetro se lo podrá entregar a su dueña?

a) Para que ambos atletas se encuentren, su posición debe ser la misma. Escribimos la ecuación de posición para la atleta:

$$x_{\text{Ella}}=x_{0\ \text{Ella}}+v_{\text{Ella}}\cdot t$$

Y para el chico:

$$x_{\text{Él}}=x_{0\ \text{Él}}+v_{0\ \text{Él}}\cdot t+\frac{1}{2}a\cdot t^2$$

Si las posiciones coinciden cuando han transcurrido 10 s:

$$x_{\text{Ella}}=x_{\text{Él}}\rightarrow x_{0\ \text{Ella}}+v_{\text{Ella}}\cdot t=x_{0\ \text{Él}}+v_{0\ \text{Él}}\cdot t+\frac{1}{2}a\cdot t^2$$

En esta ecuación únicamente desconocemos el valor de la aceleración:

$$x_{0\ \text{Ella}}+v_{\text{Ella}}\cdot t-x_{0\ \text{Él}}-v_{0\ \text{Él}}\cdot t=\frac{1}{2}a\cdot t^2\rightarrow\frac{2\cdot\left(x_{0\ \text{Ella}}+v_{\text{Ella}}\cdot t-x_{0\ \text{Él}}-v_{0\ \text{Él}}\cdot t\right)}{t^2}=a\rightarrow$$

$$\rightarrow a=\frac{2\cdot(20+6\cdot 10-0-4\cdot 10)}{10^2}=0{,}8\ \text{m/s}^2$$

b) La distancia recorrida se pude calcular a partir de la distancia recorrida por la chica o por el chico. Como la chica lleva un MRU, es más fácil realizar el cálculo con su ecuación:

$$v_{\text{Ella}}=\frac{s}{t}\rightarrow s=v_{\text{Ella}}\cdot t=6\cdot 10=60\ \text{m}$$

48 **Una fuente lanza un chorro de agua verticalmente hacia arriba a una velocidad de 5 m/s.**

a) ¿Hasta qué altura llega el agua?

b) ¿Cuánto tiempo tarda el agua en volver a tocar el grifo desde el que salió el chorro?

c) ¿Qué velocidad lleva en ese momento?

a) La altura es el espacio recorrido hasta que la velocidad es nula.

$$h = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

En esta ecuación desconocemos el tiempo. Pero podemos deducirlo en la ecuación que liga la velocidad con la aceleración de la gravedad. En el punto en que la altura es máxima, la velocidad es cero. Por tanto:

$$v = v_0 - g \cdot t \rightarrow 0 = v_0 - g \cdot t \rightarrow t = \frac{v_0}{g} = \frac{5\text{ m/s}}{9{,}8\text{ m/s}^2} = 0{,}51\text{ s}$$

Ahora sustituimos este valor en la ecuación de la altura:

$$h = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 = 5\text{ m/s} \cdot 0{,}51\text{ s} - \frac{1}{2} \cdot 9{,}8\text{ m/s}^2 \cdot (0{,}51\text{ s})^2 = 1{,}28\text{ m}$$

b) El tiempo que tarda en caer es el mismo que el que tarda en subir. Por tanto, el tiempo pedido es el doble del tiempo de subida, calculado en el apartado anterior. Por tanto:

$$t_{\text{Total}} = 2 \cdot t_{\text{Subida}} = 2 \cdot 0{,}51\text{ s} = 1{,}02\text{ s}$$

c) El movimiento es simétrico. Esto quiere decir que si se lanzó hacia arriba con una velocidad de 5 m/s, cuando vuelva al suelo tendrá de nuevo esa velocidad: 5 m/s.

Esto se puede comprobar realizando los cálculos de nuevo. En el movimiento de caída la velocidad inicial es nula y el tiempo que tarda en caer es 0,51 s. Por tanto:

$$v = v_0 - g \cdot t = 0 - 9{,}8\text{ m/s}^2 \cdot 0{,}51\text{ s} = -5\text{ m/s}$$

49 **Un paracaidista salta desde una altura de 3 km. Tras caer libremente durante 50 m, abre su paracaídas y desde ese momento cae con velocidad constante.**

a) ¿Cuánto ha durado su caída libre?

b) ¿Cuál es su velocidad cuando abre el paracaídas? Interpreta el signo.

c) ¿Cuánto tiempo tarda en llegar al suelo?

a) Hasta que se abre el paracaídas, el paracaidista lleva un MRUA. Escribimos las ecuaciones de la posición y la velocidad para un MRUA.

$$v = v_0 - g \cdot t \rightarrow v = -g \cdot t$$

$$y = y_0 - \underbrace{\left(v_0 \cdot t + \frac{1}{2} g \cdot t^2\right)}_{\text{espacio recorrido}} \rightarrow y - y_0 = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 \rightarrow y_0 - y = \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

Tomamos el suelo como origen de alturas. Entonces *y* representa la altura desde el suelo a la que se abre el paracaídas, mientras que y_0 es la altura inicial: 3 km.

Como cae durante 50 m, podemos escribir:

$$50\text{ m} = y_0 - y = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \rightarrow t = \sqrt{-\frac{2 \cdot (y - y_0)}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot (y_0 - y)}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 50\text{ m}}{9{,}8\text{ m/s}^2}} = 3{,}19\text{ s}$$

b) La velocidad cuando abre el paracaídas es la velocidad final del MRUA. Por tanto:

$$v = -g \cdot t = -9{,}8\text{ m/s}^2 \cdot 3{,}19\text{ s} = -31{,}30\text{ m/s}$$

El signo negativo indica que la velocidad es hacia abajo.

c) El tiempo que tarda en llegar al suelo es el tiempo que dura la caída libre más el tiempo que tarda en llegar al suelo a velocidad constante. Como la altura inicial es de 3 km, la distancia total recorrida con velocidad constante es 2950 m.

Entonces:

$$v = \frac{d}{t_{MRU}} \rightarrow t_{MRU} = \frac{d}{v} = \frac{2950 \text{ m}}{31{,}30 \text{ m/s}} = 94{,}23 \text{ s}$$

El tiempo total será:

$$t_T = t_{MRUA} + t_{MRU} = 3{,}19 + 94{,}23 = 97{,}42 \text{ s}$$

50 **El viaje de un tiovivo de feria dura 2 minutos. Si su velocidad angular es de 0,5 rad/s, calcula:**

a) El número de vueltas que da el tiovivo en un viaje.

b) La distancia total que recorre un niño sentado en una calesa a una distancia de 3 m del eje de giro.

a) En el caso de un movimiento circular:

$$\omega = \frac{\varphi}{t} \rightarrow \varphi = \omega \cdot t = 0{,}5 \text{ rad/s} \cdot 2 \cancel{\text{ min}} \cdot \frac{60 \text{ s}}{1 \cancel{\text{ min}}} = 60 \text{ rad}$$

Este es el ángulo girado. Como cada vuelta son 2π radianes:

$$60 \cancel{\text{ rad}} \cdot \frac{1 \text{ vuelta}}{2\pi \cancel{\text{ rad}}} = 9{,}55 \text{ vueltas}$$

b) Podemos relacionar la distancia recorrida y el ángulo girado.

$$s = \varphi \cdot r = 60 \text{ rad} \cdot 3 \text{ m} = 180 \text{ m}$$

51 **El disco duro de un ordenador gira a 4200 revoluciones por minuto (rpm). Calcula:**

a) Su velocidad angular en unidades del SI.

b) Su periodo y su frecuencia.

c) Si el diámetro del disco duro es de 3,5 pulgadas (8,89 cm), ¿a qué velocidad se mueve un punto del borde del mismo?

a) Empleamos el factor de conversión que relaciona revoluciones y radianes, así como el que relaciona minutos y segundos:

$$\omega = 4200 \frac{\cancel{\text{rev.}}}{\text{min}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \cancel{\text{ rev.}}} \cdot \frac{1 \cancel{\text{ min}}}{60 \text{ s}} = 439{,}8 \text{ rad/s}$$

b) La frecuencia es el número de vueltas que da en un segundo. Como en un minuto da 4200 vueltas, en un segundo dará:

$$f = 4200 \frac{\text{vueltas}}{\cancel{1 \text{ min}}} \cdot \frac{\cancel{1 \text{ min}}}{60 \text{ s}} = 70 \text{ s}^{-1}$$

El periodo es la inversa de la frecuencia:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{70 \text{ s}^{-1}} = 0{,}014 \text{ s}$$

c) La velocidad lineal está relacionada con la velocidad angular y el radio:

$$v = \omega \cdot r = 439{,}8 \text{ rad/s} \cdot 8{,}89 \cancel{\text{ cm}} \cdot \frac{1 \text{ m}}{100 \cancel{\text{ cm}}} = 39{,}10 \text{ m/s}$$

AMPLÍA

52 **Nos proponemos realizar un viaje en moto de forma que su velocímetro marque siempre 50 km/h. ¿Podemos asegurar que llevamos un MRU?**

No, porque el velocímetro indica únicamente el módulo de la velocidad. Pero puede variar la dirección y/o el sentido. Para llevar un MRU, la dirección y el sentido también deben ser constantes.

53 **Calcula la velocidad angular de rotación de la Tierra en unidades del SI. Suponiendo que la Tierra es una esfera de 6370 km de radio, ¿a qué velocidad lineal nos estaremos moviendo en el ecuador?**

La Tierra da una vuelta completa cada día. Por tanto, la velocidad angular es:

$$\omega = 1\ \frac{\text{vuelta}}{1\ \cancel{\text{día}}} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{día}}}{24\ \cancel{\text{h}}} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{h}}}{3600\ \text{s}} = 1{,}15 \cdot 10^{-5}\ \text{rad/s}$$

La velocidad lineal se obtiene multiplicando este valor por el radio de la Tierra:

$$v = \omega \cdot R = 1{,}15 \cdot 10^{-5}\ \text{rad/s} \cdot 6370 \cdot 10^{3}\ \text{m} = 73{,}73\ \text{m/s}$$

54 **Partiendo de los datos obtenidos en el problema anterior, ¿cuál es la velocidad angular de la manecilla que marca las horas en un reloj?**

Esta manecilla da una vuelta completa cada 12 horas. Es decir, en 24 h dará dos vueltas. Por tanto, su velocidad angular es el doble de la velocidad angular de la Tierra. Es decir:

$$\omega_{\text{Manecilla}} = 2 \cdot \omega_{\text{Tierra}} = 2 \cdot 1{,}15 \cdot 10^{-5}\ \text{rad/s} = 2{,}3 \cdot 10^{-5}\ \text{rad/s}$$

55 **Ana corre a la velocidad de 6 m/s para volver al autobús donde se ha dejado el paraguas, pero cuando está a 20 m de la parada, el autobús arranca con una aceleración de 0,5 m/s^2. Ana sigue corriendo y alcanza el autobús de forma que un pasajero le pasa el paraguas.**

a) **¿Cuánto tiempo tarda Ana en alcanzar el autobús? Si obtienes dos resultados, interprétalos.**

b) **¿Cuánto lleva recorrido el autobús en ese momento?**

c) **¿Qué velocidad tendrá el autobús cuando Ana lo alcanza? Exprésalo en km/h.**

a) Escribimos la ecuación de la posición para Ana y el autobús:

$$x_{\text{Ana}} = x_{0\ \text{Ana}} + v_{\text{Ana}} \cdot t$$

$$x_{\text{Autobús}} = x_{0\ \text{Autobús}} + v_{0\ \text{Autobús}} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a_{\text{Autobús}} \cdot t^2$$

Tomamos el origen del sistema de referencia en la posición inicial de Ana. Entonces, usando unidades del SI:

$$x_{\text{Ana}} = 0 + 6 \cdot t$$

$$x_{\text{Autobús}} = 20 + 0 + \frac{1}{2} \cdot 0{,}5 \cdot t^2$$

Cuando Ana alcanza al autobús, sus posiciones coinciden. Por tanto, igualando las ecuaciones anteriores:

$$x_{\text{Ana}} = x_{\text{Autobús}} \rightarrow 6 \cdot t = 20 + \frac{1}{2} \cdot 0{,}5 \cdot t^2 \rightarrow 24 \cdot t = 80 + t^2 \rightarrow t^2 - 24 \cdot t + 80 = 0$$

Las soluciones de esta ecuación de segundo grado son:

$$t = \frac{-(-24) \pm \sqrt{(-24)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 80}}{2 \cdot 1} = \frac{24 \pm 16}{2} = \begin{cases} t = 20\ \text{s} \\ t = 4\ \text{s} \end{cases}$$

Ana alcanza al autobús cuando transcurren 4 s. Si Ana siguiera corriendo, dejaría atrás al autobús, que acelera poco a poco hasta alcanzar a Ana de nuevo cuando han transcurrido 20 s desde el instante en que Ana comienza a perseguir al autobús.

b) En ese momento (a los 4 s) podemos calcular el espacio recorrido por el autobús en el MRUA. Como el autobús parte del reposo:

$$s = \frac{1}{2} a \cdot t^2 = \frac{1}{2} 0{,}5\ \text{m/s}^2 \cdot (4\ \text{s})^2 = 4\ \text{m}$$

c) La velocidad del autobús es:

$$v = v_0 + a \cdot t = 0 + 0{,}5\ \text{m/s}^2 \cdot 4\ \text{s} = 2\ \frac{\cancel{\text{m}}}{\cancel{\text{s}}} \cdot \frac{1\ \text{km}}{1000\ \cancel{\text{m}}} \cdot \frac{3600\ \cancel{\text{s}}}{1\ \text{h}} = 7{,}2\ \text{km/h}$$

56 **En un tractor las ruedas traseras son mucho más grandes que las delanteras. Al ponerse en movimiento, ¿qué ruedas adquieren mayor velocidad angular?**

Ambas ruedas se mueven con la misma velocidad lineal. Y la relación entre la velocidad angular y la velocidad lineal es:

$$\omega = \frac{v}{R}$$

Por tanto, como las ruedas traseras tienen un radio mayor, su velocidad angular será.

$$\frac{\omega_{\text{Grande}}}{\omega_{\text{Pequeña}}} = \frac{v_{\text{Grande}} / R}{v_{\text{Pequeña}} / r} = \frac{v_{\text{Grande}}}{v_{\text{Pequeña}}} \cdot \frac{r}{R} < 1 \rightarrow \omega_{\text{Grande}} < \omega_{\text{Pequeña}}$$

Es decir, se mueven con mayor velocidad angular las ruedas pequeñas.

COMPETENCIA CIENTÍFICA

57 **¿Cuál fue la distancia total recorrida?**

La distancia total se obtiene multiplicando la longitud de una vuelta por el número de vueltas.

$$s_{\text{Total}} = L \cdot N_{\text{Vueltas}} = 4655\ \text{m} \cdot 66 = 307\,230\ \text{m} = 230{,}23\ \text{km}$$

58 **¿Cuál fue la velocidad media del vencedor?**

Se calcula dividiendo la distancia total entre el tiempo empleado. Hay que expresar el tiempo en segundos:

$1\ \text{h}\ 39\ \text{min}\ 9{,}145\ \text{s} \rightarrow 3600\ \text{s} + 39 \cdot 60\ \text{s} + 9{,}145\ \text{s} = 5\,949\,145\ \text{s}$

Entonces:

$$v_{\text{M}} = \frac{s}{t} = \frac{307\,230\ \text{m}}{5\,949\,145\ \text{s}} = 51{,}64\ \text{m/s}$$

59 **En la vuelta 26 Maldonado invirtió 1 min 27,906 s en recorrer el circuito. ¿Cuál fue su velocidad media?**

Dividimos la longitud de una vuelta entre el tiempo empleado:

$$v_{\text{M}} = \frac{s}{t} = \frac{4655\ \text{m}}{1 \cdot 60\ \text{s} + 27{,}906\ \text{s}} = 52{,}95\ \text{m/s}$$

60 **En los entrenamientos completó una vuelta en 1 min 22,105 s. ¿Cuál fue su velocidad media?**

En este caso:

$$v_{\text{M}} = \frac{s}{t} = \frac{4655\ \text{m}}{1 \cdot 60\ \text{s} + 22{,}105\ \text{s}} = 56{,}70\ \text{m/s}$$

61 **¿Por qué crees que invirtió menos tiempo en esa vuelta que en la carrera? Contesta en tu cuaderno.**

a) Porque estaba más concentrado.

b) Porque estaba mucho menos cansado.

c) Porque el depósito del coche tenía menos combustible.

d) Porque las ruedas estaban más nuevas.

e) Porque utilizó marchas más cortas.

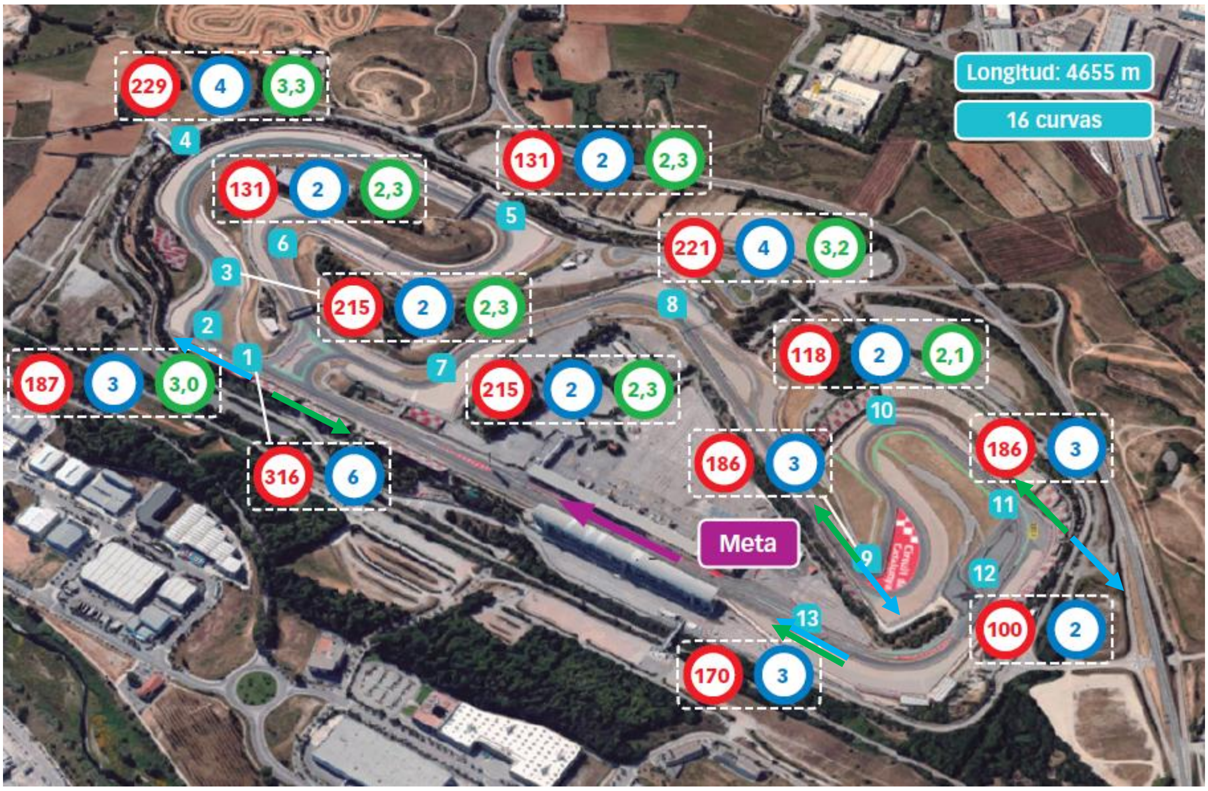
Respuestas c y d: porque el coche estaba menos cargado de combustible y también porque las ruedas estaban más nuevas. Aunque el cansancio del piloto también influye, y se cometen más errores al conducir muchas vueltas seguidas que en una sola vuelta.

62 **¿En qué punto del circuito se alcanza la velocidad máxima?**

Al final de la recta de meta, en el punto 1.

63 **Indica en un esquema la dirección y el sentido de la velocidad y de la aceleración en los puntos 1, 9, 11 y 13 señalados en el circuito.**

La velocidad siempre es tangente a la curva, y en el sentido de avance de la vuelta. La aceleración tiene sentido opuesto a la velocidad cuando el coche está entrando en las curvas y tiene el mismo sentido que la velocidad cuando sale de las curvas.



64 **Si la recta de meta mide 1047 m, calcula la aceleración media desde el punto 13 al 1. ¿Cuánto tiempo invierte un piloto en esa recta de meta?**

Expresamos la velocidad en el punto 13 en m/s:

$$170\frac{\text{km}}{\cancel{\text{h}}}\cdot\frac{1\ \cancel{\text{h}}}{3600\ \text{s}}\cdot\frac{1000\ \cancel{\text{m}}}{1\ \text{km}}=47,\widehat{2}\ \text{m/s}$$

Lo mismo para la velocidad en el punto 1:

$$316\frac{\text{km}}{\cancel{\text{h}}}\cdot\frac{1\ \cancel{\text{h}}}{3600\ \text{s}}\cdot\frac{1000\ \cancel{\text{m}}}{1\ \text{km}}=87,\widehat{7}\ \text{m/s}$$

A partir de la distancia podemos escribir: 1915,123422

$$v=v_0+a\cdot t\rightarrow t=\frac{v-v_0}{a}$$

$$s=v_0\cdot t+\frac{1}{2}a\cdot t^2\rightarrow s=v_0\cdot\frac{v-v_0}{a}+\frac{1}{2}a\cdot\left(\frac{v-v_0}{a}\right)^2=v_0\cdot\frac{v-v_0}{a}+\frac{1}{2}\frac{(v-v_0)^2}{a}\rightarrow$$

$$\rightarrow s=\frac{2\cdot v_0\cdot v-2\cdot v_0^2}{2\cdot a}+\frac{v^2-2v\cdot v_0+v_0^2}{2\cdot a}=\frac{\cancel{2\cdot v_0\cdot v}-2\cdot v_0^2+v^2\cancel{-2v\cdot v_0}+v_0^2}{2\cdot a}=\frac{v^2-v_0^2}{2\cdot a}\rightarrow$$

$$\rightarrow a=\frac{v^2-v_0^2}{2\cdot s}=\frac{\left(87,\widehat{7}\right)^2-\left(47,\widehat{2}\right)^2}{2\cdot 1407}=1,95\ \text{m/s}^2$$

El tiempo invertido entonces es:

$$t=\frac{v-v_0}{a}=\frac{87,\widehat{7}\ \text{m/s}-47,\widehat{2}\ \text{m/s}}{1,95\ \text{m/s}^2}=20,8\ \text{s}$$

65 **Piensa qué significa fuerza G y asóciala con alguna magnitud estudiada en esta unidad.**

a) ¿En qué puntos es máxima esta fuerza G?

b) ¿De qué magnitudes depende el valor de la fuerza G?

La fuerza G es la aceleración que sufre el piloto.

a) Es máxima en las curvas y en las fuertes frenadas.

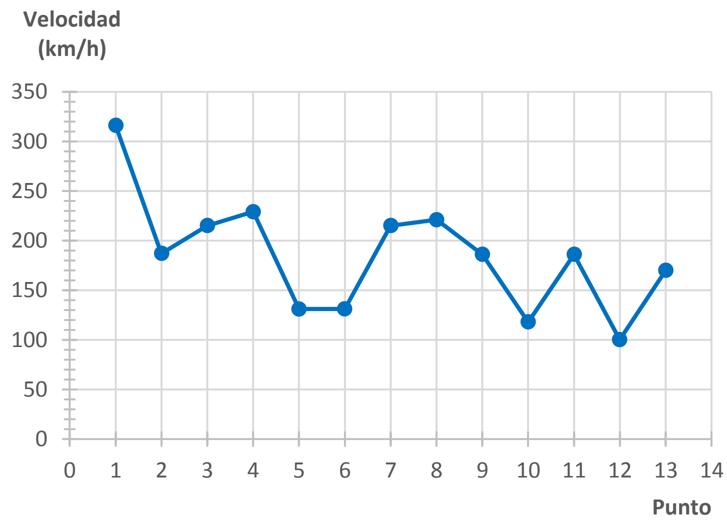
b) En una curva, cuanto más cerrada y más rápida, mayor es la fuerza G. En una recta, cuanto más elevada sea la aceleración tangencial, mayor es la fuerza G.

66 USA LAS TIC. **Elabora usando una hoja de cálculo una gráfica que muestre cómo varía la velocidad a lo largo de una vuelta completa al circuito.**

Primero completamos una tabla con los valores de la velocidad en los diferentes puntos del circuito.

Punto del circuito	Velocidad (km/h)
1	316
2	187
3	215
4	229
5	131
6	131
7	215
8	221
9	186
10	118
11	186
12	100
13	170

El gráfico tendrá un aspecto similar a este:



67 **COMPRENSIÓN LECTORA.** **¿Qué debate plantea el texto?**

a) ¿Qué datos se emplean para justificar la reducción del límite de velocidad en carreteras secundarias?

b) ¿En qué tipos de carreteras se plantea aumentar el límite de velocidad?

El debate es decidir cuál es el límite de velocidad en carreteras convencionales.

a) El hecho de que la mayor parte de los accidentes con víctimas se producen en las carreteras secundarias.

b) En las autovías y autopistas, pues en ellas las condiciones de seguridad permiten aumentar la velocidad sin aumentar el riesgo de accidentes.

68 **EXPRESIÓN ESCRITA.** **Explica en tu cuaderno la siguiente frase: «No se entiende que la diferencia de velocidad entre vías rápidas y secundarias sea solo de 20 kilómetros».**

Se refiere a que la diferencia entre la velocidad máxima permitida en ambos tipos de carreteras es de 20 km/h.

69 **La distancia total de detención es la distancia que recorre un vehículo desde que el conductor ve un obstáculo en la calzada hasta que el vehículo se detiene. Indica en tu cuaderno de qué magnitudes depende.**

a) De la velocidad del vehículo.

b) De los reflejos del conductor.

c) De la cantidad de alcohol que haya ingerido.

d) Del límite de velocidad señalizado en la calzada.

e) Del estado de los frenos.

f) De las condiciones del pavimento.

g) De la potencia del vehículo.

Depende de la velocidad del vehículo (a), de los reflejos del conductor (b), de la cantidad de alcohol ingerida por el conductor(c), pues su tiempo de reacción aumenta si ingiere alcohol, del estado de los frenos (e), de las condiciones del pavimento (f), pues por ejemplo en suelos mojados la distancia de detención aumenta.

70 **En el gráfico se muestran la distancia recorrida desde que un conductor ve un obstáculo hasta que comienza a frenar, la distancia recorrida durante el frenado y la distancia hasta la cual nos permiten ver diferentes tipos de lámparas instaladas en el vehículo.**

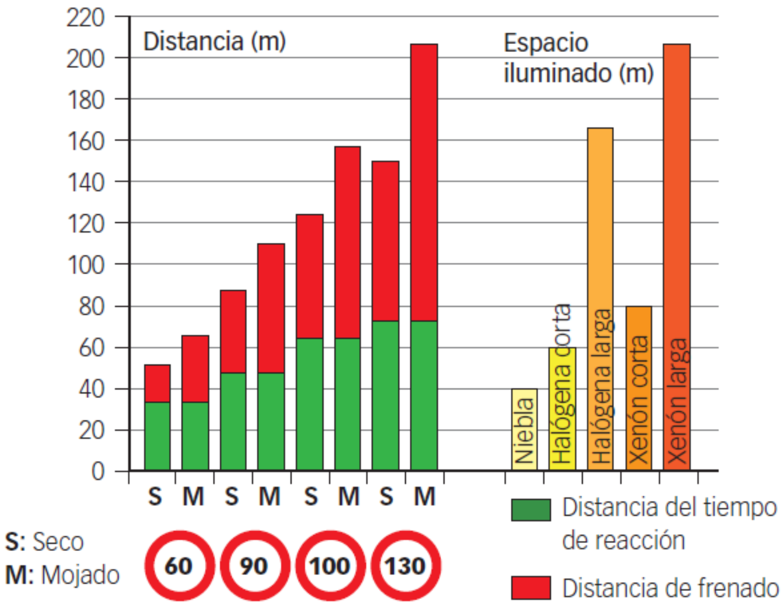
¿Qué deduces del gráfico? Escribe en tu cuaderno las frases correctas.

a) La distancia de frenado no depende de la velocidad.

b) La distancia del tiempo de reacción no depende de la velocidad.

c) En suelos húmedos la distancia total de detención es mayor.

d) Con pavimento seco podemos ir a 110 km/h en condiciones de seguridad sin luces de xenón.



a) Falso. Cuando más elevada sea la velocidad, mayor será la distancia de frenado.

b) Falso. Cuando más elevada sea la velocidad, mayor será la distancia recorrida durante el tiempo de reacción.

c) Verdadero.

d) Verdadero.

71 USA LAS TIC. **Busca en Internet cuál es la velocidad máxima permitida en la actualidad en las carreteras convencionales y si finalmente se llevó a cabo la reforma mencionada en el texto.**

Respuesta libre en función de la normativa vigente.

INVESTIGA

72 **Teniendo en cuenta los resultados obtenidos, completa la tabla con las velocidades instantáneas.**

	Velocidad instantánea (cm/s)
Al inicio del movimiento	
En medio del movimiento	
Al final del movimiento	

Respuesta en función de los resultados obtenidos por los alumnos en la experiencia.

73 **Analiza los datos de las mediciones y di si la velocidad media en cada caso coincide con la velocidad instantánea y si es mayor o menor que las demás de su serie. Razona a qué se deben los resultados obtenidos.**

Respuesta en función de los resultados obtenidos por los alumnos en la experiencia.

A la vista de los resultados, y después de haber estudiado los conceptos explicados en esta unidad, el alumno debe concluir que la medida de velocidad media que más se acerca al valor de la velocidad instantánea debe ser la medida 4.

En esta medida es cuando las barreras están colocadas más cerca una de la otra y, por tanto, es cuando más nos estamos acercando a medir la velocidad instantánea en un punto del recorrido, tal y como se explica en las gráficas de la unidad.

74 **Explica por qué es importante que en los tres casos la bola inicie su movimiento en la marca que has hecho en la parte superior del plano.**

Porque entonces la medida de la distancia recorrida es la correcta.