14 Probabilidad

ANALIZA Y DECIDE

En el lanzamiento de un penalti el portero no puede moverse antes de que el delantero toque el balón. Si quiere pararlo tiene que "adivinar" hacia qué lado va a tirar el adversario y lanzarse casi al mismo tiempo que éste golpea la pelota.

El portero sabe el lado que elige habitualmente el delantero. ¿Deberá lanzarse hacia ese lado?

Sí, por supuesto, porque tiene más probabilidad de acertar y parar el balón.

El delantero sabe que el portero le conoce bien. ¿Deberá lanzar a su lado habitual o cambiar de lado para engañarle?

Deberá cambiar de lado para poder engañarle y tener más probabilidad de meter el gol.

¿Es buena estrategia lanzar al centro de la portería?

Hay la misma probabilidad de acertar que lanzando a cualquiera de los lados.

PIENSA Y SACA CONCLUSIONES

¿Tendría más probabilidad de parar el penalti el portero si tirase al aire previamente una moneda, lanzándose a un lado u otro según el resultado obtenido?

No, porque hay la misma probabilidad de que salga cara o de que salga cruz.

Si fuese el delantero el que aplicase esta táctica, ¿tendría más probabilidad de marcar?

No, sigue siendo la misma.

Actividades propuestas

1. Actividad resuelta

2. Indica cuáles de los siguientes experimentos son aleatorios.

a) Abrir un libro al azar y anotar el número de la página.

b) Apuntar la hora de la salida del Sol en tu ciudad.

c) Tirar un palillo sobre un suelo de baldosas cuadradas y ver si toca un lado de la baldosa.

d) Los cromos que vienen en un paquete antes de abrirlo.

e) Coger una carta de una baraja francesa, sin mirar.

a) Es un experimento aleatorio.

b) Es un experimento determinista. Se conoce con antelación la hora de salida del Sol para cada día.

c) Es un experimento aleatorio.

d) Es un experimento aleatorio. Sabes el número de cromos que vienen, pero no los dibujos de ellos.

e) Es un experimento aleatorio.

3. **Escribe el espacio muestral que se obtiene al lanzar un dado de ocho caras.**

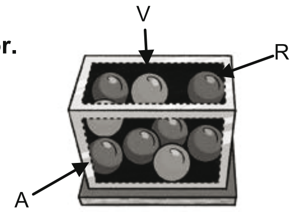
E = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}

4. **Actividad resuelta**

5. **Escribe el espacio muestral asociado al lanzamiento de tres monedas a la vez.**

E = {*CCC*, *CCX*, *CXC*, *CXX*, *XXX*, *XXC*, *XCX*, *XCC*}

6. **Se extrae una bola sin mirar de la urna de la figura y se anota su color.**



a) **Escribe el espacio muestral.**

b) **¿Cuántos sucesos tiene su espacio de sucesos? Escríbelos.**

a) E={rojo, verde, azul}

b) Hay 2^3 sucesos:

{ $\varnothing$ }, {rojo}, {verde}, {azul}, {rojo, verde},{rojo, azul}, {verde, azul}, {rojo, verde, azul}

7. **En el experimento "lanzar un dado cúbico":**

a) **¿Cuántos sucesos tienen 2 elementos? ¿Y 3?**

b) **¿Cuántos sucesos distintos tiene el espacio de sucesos?**

a) Hay 15 sucesos de 2 elementos: {1, 2}, {1, 3}, {1, 4}, {1, 5}, {1, 6}, {2, 3}, {2, 4}, {2, 5}, {2, 6}, {3, 4}, {3, 5}, {3, 6}, {4, 5}, {4, 6}, {5, 6}

Hay 20 sucesos de 3 elementos: {1, 2, 3}, {1, 2, 4}, {1, 2, 5}, {1, 2, 6}, {1, 3, 4}, {1, 3, 5}, {1, 3, 6}, {1, 4, 5}, {1, 4, 6}, {1, 5, 6}, {2, 3, 4}, {2, 3, 5}, {2, 3, 6}, {2, 4, 5}, {2, 4, 6}, {2, 5, 6}, {3, 4, 5}, {3, 4, 6}, {3, 5, 6}, {4, 5, 6}

b) El espacio de sucesos tiene en total 2^6 sucesos distintos, es decir 64 sucesos.

8. **En el experimento aleatorio "extraer una carta de la baraja española" describe un suceso imposible.**

Que no salga ninguna carta, que salga una carta de la baraja francesa.

9. **Se extrae una bola al azar de una urna con 8 bolas iguales numeradas del 1 al 8.**

Se consideran los sucesos A = {2, 4, 6, 8} y B = {2, 3, 4}

a) **Halla la unión y la intersección de A y B.**

b) **Halla el contrario de A y el contrario de B.**

a) $A \cup B = \{2, 3, 4, 6, 8\}$; $A \cap B = \{2, 4\}$

b) $\overline{A} = \{1, 3, 5, 7\}$; $\overline{B} = \{1, 5, 6, 7, 8\}$

10. Al lanzar un dado cúbico se consideran los sucesos:

A = "salir un número par" **C = {1, 2, 5}**

B = "salir un número menor que 3" **D = {2}.**

Halla los siguientes sucesos:

a) $A \cup B$ **c)** $B \cup C$

b) $A \cap C$ **d)** $\overline{A \cup D}$

a) $A \cup B = \{1, 2\} = B$ **c)** $B \cup C = \{1, 2, 5\} = C$

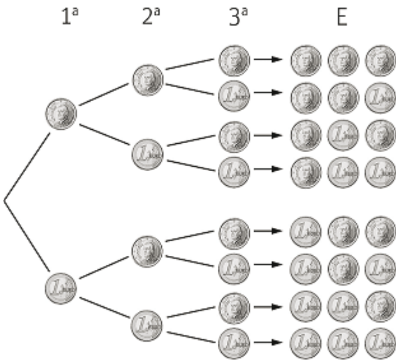
b) $A \cap C = \{2\}$ **d)** $\overline{A \cup D} = \{1, 3, 5\}$

11. Realiza una tabla de doble entrada y escribe el espacio muestral para el experimento aleatorio "Lanzar dos monedas y anotar el número de cruces".

	C	*X*
C	0	1
X	1	2

E = {0, 1, 2}

12. Realiza un diagrama de árbol y escribe el espacio muestral para el experimento "Lanzar tres veces una moneda y anotar el número de caras".



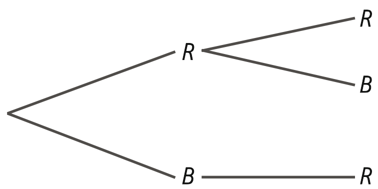
E = {0, 1, 2, 3}

13. Escribe el espacio muestral de los siguientes experimentos utilizando una tabla de doble entrada o un diagrama de árbol.

a) "Sacar dos bolas de una bolsa que contiene 4 bolas rojas y una blanca".

b) Lanzar una moneda y un dado cúbico.

a) E = {(R, R), (R, B), (B, R)}



b) E = {(C, 1), (C, 2), (C, 3), (C, 4), (C, 5), (C, 6), (X, 1), (X, 2), (X, 3), (X, 4), (X, 5), (X, 6)}

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
C	*C*1	*C*2	*C*3	*C*4	*C*5	*C*6
X	*X*1	*X*2	*X*3	*X*4	*X*5	*X*6

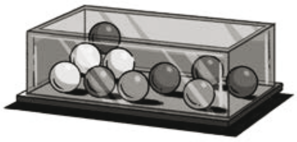
14. Se saca una bola de la urna de la figura. Calcula la probabilidad de que:

a) La bola sea verde.

b) La bola sea amarilla.

c) La bola no sea roja.

d) La bola sea verde o amarilla.



a) $P(\text{verde}) = \frac{2}{10} = 0{,}2$

b) $P(\text{amarilla}) = \frac{3}{10} = 0{,}3$

c) $P(\text{no roja}) = P(\overline{R}) = 1 - P(R) = 1 - \frac{5}{10} = 0{,}5$

d) $P(\text{verde o amarilla}) = P(V \cup A) = P(V) + P(A) = \frac{2}{10} + \frac{3}{10} = \frac{5}{10} = 0{,}5$

15. Observa la ruleta de la figura y calcula la probabilidad de los siguientes sucesos.

a) Salir par.

b) Salir número par o negro.

c) Salir número impar.

d) No salir número rojo.

a) $P(\text{par}) = \frac{4}{9} = 0{,}44$

b) $P(\text{par o negro}) = P(\text{par} \cup \text{negro}) = P(\text{par}) + P(\text{negro}) - P(\text{par} \cap \text{negro}) = \frac{4}{9} + \frac{4}{9} - \frac{1}{9} = \frac{7}{9} = 0{,}77$

c) $P(\text{impar}) = \frac{5}{9} = 0{,}56$

d) $P(\text{no rojo}) = 1 - P(\text{no rojo}) = 1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9} = 0{,}\widehat{4}$

16. Actividad resuelta

17. Se lanzan dos dados y se anota la puntuación mayor. Calcula las probabilidades de:

a) Obtener 1.

b) Obtener 6.

c) Obtener 5.

d) Obtener más de 4.

Hacemos una tabla de doble entrada para calcular las probabilidades:

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	1	2	3	4	5	6
2	2	2	3	4	5	6
3	3	3	3	4	5	6
4	4	4	4	4	5	6
5	5	5	5	5	5	6
6	6	6	6	6	6	6

a) $P(1) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{1}{36}$

b) $P(6) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{11}{36}$

c) $P(5) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{9}{36}$

d) $P(>4) = P(5) + P(6) = \frac{9}{36} + \frac{11}{36} = \frac{20}{36}$

18. Se lanza un dado cúbico tres veces. Calcula la probabilidad de obtener:

a) Tres seises

b) Dos seises

c) Al menos un seis

d) Ningún seis

a) $P(6,6,6)=\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{216}$

b) $P(6,6)=\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{5}{6}+\frac{1}{6}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{1}{6}+\frac{5}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}=\frac{15}{216}$

c) $P(6\cup 6,6\cup 6,6,6)=P(6)+P(6,6)+P(6,6,6)=\frac{1}{6}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{5}{6}+\frac{5}{6}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{1}{6}+\frac{5}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{5}{6}+\frac{15}{216}+\frac{1}{216}=\frac{91}{216}$

d) $P(\text{no } 6)=1-P(6\cup 6,6\cup 6,6,6)=1-\frac{91}{216}=\frac{125}{216}$

19. Se lanzan al aire tres monedas. Calcula las siguientes probabilidades:

a) Sacar 3 caras.

b) Sacar 2 caras y una cruz.

c) Sacar al menos una cara.

a) $P(3\text{ caras})=\frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}}=\frac{1}{8}$

b) $P(2\text{ caras},1\text{ cruz})=\frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}}=\frac{3}{8}$

c) $P(\text{al menos 1 cara})=\frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}}=1-P(0\text{ caras})=1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$

20. En una tienda de electrodomésticos se venden de media cada día 3 frigoríficos, 5 televisores y 2 lavadoras.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que el primer cliente de hoy compre un frigorífico?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que los dos primeros compren un frigorífico?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que ninguno de los dos primeros compre un televisor?

a) $P=\frac{3}{10}$ **b)** $P=\frac{3}{10}\cdot\frac{2}{9}=\frac{1}{15}$ **c)** $P=\frac{5}{10}\cdot\frac{4}{9}=\frac{2}{9}$

21. En un restaurante ofrecen este menú:

1.^{er} Plato	Ensalada, pasta o sopa
2.º Plato	Carne o pescado
Postre	Fruta o helado

Si Andrés elige su menú al azar, calcula la probabilidad de que coma:

a) Sopa, pescado y fruta

b) Pasta y carne

a) $P=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{12}$

b) $P=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$

22. Se extraen dos cartas de una baraja española (sacar dos cartas es lo mismo que sacar una y luego otra sin remplazar la primera).

Calcula las probabilidades siguientes:

a) Sacar dos oros.

b) Sacar dos reyes.

c) Sacar dos cartas con el mismo número.

a) $P = \frac{10}{40} \cdot \frac{9}{39} = \frac{3}{52}$ **b)** $P = \frac{4}{40} \cdot \frac{3}{39} = \frac{1}{130}$ **c)** $P = \frac{40}{40} \cdot \frac{3}{39} = \frac{1}{13}$

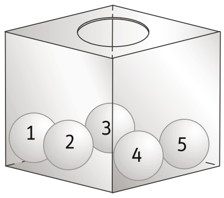
23. Una urna tiene 5 bolas iguales numeradas del 1 al 5. Se extraen dos bolas al azar reemplazando la primera extraída.

Calcula las probabilidades de que:

a) Las dos sean pares.

b) La suma sea mayor que 8.

c) Las dos tengan el mismo número.



a) $P(\text{par}) = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{25}$

b) $P(\text{suma} > 8) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{3}{25} = P(4 \cup 5) + P(5 \cup 4) + P(5 \cup 5) = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5}$

c) $P(\text{mismo n.º}) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$

24. Calcula las probabilidades de la actividad anterior si no se devuelve la primera bola extraída.

a) $P(\text{par}) = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{10}$

b) $P(\text{suma} > 8) = P(4 \cup 5) + P(5 \cup 4) = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{10}$

c) $P(\text{mismo n.º}) = 0$

25. En una rifa con 100 boletos numerados del 1 al 100 hay 3 premios. Juan ha comprado 5 boletos y Luisa 10 boletos.

a) ¿Qué probabilidad tiene cada uno de tener al menos un premio?

b) ¿Es la probabilidad de Luisa el doble que la de Juan?

a) La probabilidad de ganar al menos un premio es 1 menos la probabilidad de no ganar ningún premio. Es decir, la probabilidad de que ninguno de los 3 números premiados sea de los que tienen en los boletos.

Juan: $P(\text{algún premio}) = 1 - P(0 \text{ premios}) = 1 - \frac{95}{100} \cdot \frac{94}{99} \cdot \frac{93}{98} = 1 - 0{,}86 = 0{,}14$

Luisa: $P(\text{algún premio}) = 1 - P(0 \text{ premios}) = 1 - \frac{90}{100} \cdot \frac{89}{99} \cdot \frac{88}{98} = 1 - 0{,}73 = 0{,}27$

b) No, Luisa no tiene el doble de probabilidades de ganar que Juan.

26. Se lanzan al aire cuatro monedas.

a) ¿Qué es más probable: sacar 4 caras o no sacar ninguna cara?

b) Calcula la probabilidad de sacar sólo una cara.

c) Calcula la probabilidad de sacar exactamente dos caras.

a) Tienen la misma probabilidad.

b) $P(1) = \dfrac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \dfrac{4}{16} = \dfrac{1}{4}$

c) $P(2) = \dfrac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \dfrac{6}{16} = \dfrac{3}{4}$

27. Actividad resuelta

28. Para contar las garzas que cada año llegan a un humedal los ornitólogos han capturado y anillado una muestra de 60 garzas. Si, se observan 75 garzas, de las que 12 llevan anilla, ¿cuántas garzas se estima que hay?

De las observadas, podemos decir que la probabilidad de que esté anillada es $P(A) = \dfrac{12}{75} = 0{,}16$.

Como hay 60 anilladas sobre el total, se podría decir que $0{,}16 \cdot x = 60 \Rightarrow x = 375$

Por tanto, habría 375 garzas.

29. Actividad resuelta

30. Calcula.

a) $\dfrac{\mathbf{15!}}{\mathbf{9!}}$ **b)** $\dfrac{\mathbf{2002!}}{\mathbf{1999!}}$ **c)** $\dfrac{\mathbf{137!}}{\mathbf{140!}} \cdot \mathbf{19\ 460}$

a) $\dfrac{15!}{9!} = \dfrac{15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9!}{9!} = 3\ 603\ 600$

b) $\dfrac{2002!}{1999!} = \dfrac{2002 \cdot 2001 \cdot 2000 \cdot 1999!}{1999!} = 8\ 012\ 004\ 000$

c) $\dfrac{137!}{140!} \cdot 19\ 460 = \dfrac{137!}{140 \cdot 139 \cdot 138 \cdot 137!} \cdot (140 \cdot 139) = \dfrac{1}{138}$

31. Actividad resuelta

32. ¿Cuántos números de 8 cifras se pueden formar con los dígitos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 y 8 sin que se repita ninguna?

$P_8 = 8! = 40\ 320$

33. ¿Cuántos grupos de 5 letras distintas puedes formar con las letras de la palabra SILVER?

Podemos hacer 6 bloques de 5 letras con las 6 que forman la palabra SILVER. Para calcular los grupos de 5 letras que podemos formar con cada bloque tenemos las permutaciones.

En cada bloque: $P_5 = 5! = 120$

En total tendremos 6·120 = 720 grupos distintos.

34. Indica cuáles de los experimentos siguientes son aleatorios. Cuando lo sean escribe su espacio muestral.

a) Pesar un envase de leche.

b) Extraer una carta de una baraja y medir su altura.

c) Extraer una carta de una baraja y mirar su palo.

d) Adivinar el resultado de un partido en la quiniela.

a) No es aleatorio.

b) No es aleatorio.

c) Sí es aleatorio. E = {Oros, Copas, Espadas, Bastos}

d) Sí es aleatorio. E = {1, X, 2}

35. Se escriben en seis papeles las letras de la palabra BASKET, se doblan y se meten en una bolsa.

B	**A**	**S**	**K**	**E**	**T**

Sacamos un papel al azar.

a) Escribe los sucesos elementales.

b) Describe el suceso “sacar vocal”.

c) Describe el suceso imposible.

a) {b}, {a}, {s}, {k}, {e}, {t}

b) {a}, {e}

c) Cualquier letra que no esté en las que forman la palabra basket, por ejemplo, {z}.

36. Se pueden construir dados equiprobables con todos los poliedros regulares. Construye el espacio muestral del experimento lanzar un dado en los siguientes casos:

a) Dado tetraédrico

b) Dado dodecaédrico

c) Dado octaédrico

d) Dado icosaédrico

a) E = {1, 2, 3, 4}

b) E = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12}

c) E = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}

d) E = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20}

37. Describe para cada uno de los dados del ejercicio anterior los siguientes sucesos:

a) Salir un múltiplo de 3

b) Salir un número primo

c) Salir múltiplo de 3 y par

d) Salir múltiplo de 3 o par

e) Salir un número mayor que 7

a) Tetraédrico: {3} Octaédrico: {3}, {6}

Dodecaédrico: {3}, {6}, {9}, {12} Icosaédrico: {3}, {6}, {9}, {12}, {15}, {18}

b) Tetraédrico: {2}, {3} Octaédrico: {2}, {3}, {5}, {7}

Dodecaédrico: {2}, {3}, {5}, {7}, {11} Icosaédrico: {2}, {3}, {5}, {7}, {11}, {13, {17}, {19}

c) Tetraédrico: {∅} Octaédrico: {6}

Dodecaédrico: {6}, {12} Icosaédrico: {6}, {12}, {18}

d) Tetraédrico: {2}, {3}, {4} Octaédrico: {2}, {3}, {4}, {6}, {8}

Dodecaédrico: {2}, {3}, {4}, {6}, {8}, {9}, {10}, {12}

Icosaédrico: {2}, {3}, {4}, {6}, {8}, {9}, {10}, {12}, {14}, {15}, {16}, {18}, {20}

e) Tetraédrico: {∅} Octaédrico: {8}

Dodecaédrico: {8}, {9}, {10}, {11}, {12}

Icosaédrico: {8}, {9}, {10}, {11}, {12}, {13}, {14}, {15}, {16}, {17}, {18}, {19}, {20}

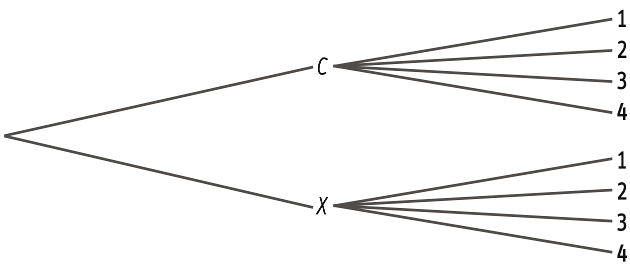
38. Se lanza una moneda y un dado tetraédrico con las caras numeradas del 1 al 4 (se mira la cara oculta).

a) Haz un diagrama de árbol y escribe el espacio muestral.

b) Escribe los elementos del suceso "Salir cara y número par".

c) Escribe los elementos del suceso "Salir un cuadrado perfecto".

a) E = {C1, C2, C3, C4, X1, X2, X3, X4}



b) {*C*2}, {*C*4}

c) {*C*1, *X*1, *C*4, *X*4}.

39. ¿Cuántos resultados distintos se pueden obtener al lanzar 3 dados octaédricos?

8 · 8 · 8 = 512 posibilidades

40. Se han lanzado al azar n monedas. El espacio muestral tiene 32 elementos distintos. ¿Cuántas monedas hemos lanzado?

Se han lanzado 5 monedas.

Con cada lanzamiento hay dos opciones (cara y cruz). Si hiciéramos el diagrama de árbol, en cada rama las posibilidades se multiplican por 2. Como 32 = 2·2·2·2·2, son 5 ramas, es decir, 5 monedas.

Otro razonamiento, por inducción: Si tengo 2 monedas, el espacio muestral es de 4 elementos. Si tengo 3 monedas, de 8 elementos. Si tengo 4, de 16. Y así, si tengo 5 monedas es de 32 elementos.

41. Una rifa tiene 100 boletos numerados del 00 al 99. Juan quiere comprar todos los números que empiezan por 3 o terminan en 8 y Ana quiere todos los números que sean múltiplos de 6 y mayores de 50.

a) ¿Cuántos números comprará cada uno?

b) ¿Son compatibles los deseos de los dos?

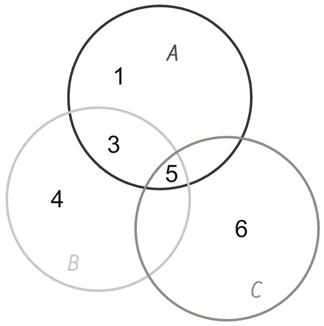
a) Juan quiere los boletos: 08, 18, 28, 38, 48, 58, 68, 78, 88, 98, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 39. En total comprará 19 boletos.

Ana quiere los boletos: 54, 60, 66, 72, 78, 84, 90, 96. En total comprará 8 boletos.

b) No son del todo compatibles los sucesos de los dos, porque ambos quieren comprar el boleto con el número 78.

42. Se lanza un dado cúbico y se consideran los sucesos: *A* = {1, 3, 5}, *B* = {3, 4, 5} y *C* = {5, 6}

Copia en tu cuaderno el diagrama de Venn y coloca en él los números en sus regiones correspondientes.



43. Una bolsa contiene 10 bolas numeradas del 1 al 10. Se consideran los siguientes sucesos:

***A* = {1, 3, 5, 7, 9}** **_B_ = {4, 5, 6, 7}**

Halla los sucesos:

a) $A \cup B$ **d)** $A \cap B$ **g)** $\overline{A}$

b) $\overline{B}$ **e)** $\overline{A} \cap \overline{B}$ **h)** $\overline{A \cup B}$

c) $\overline{A \cap B}$ **f)** $\overline{A} \cup B$ **i)** $\overline{A} \cup \overline{B}$

a) $A \cup B = \{1, 3, 4, 5, 6, 7, 9\}$

b) $\overline{B} = \{1, 2, 3, 8, 9, 10\}$

c) $\overline{A \cap B} = \overline{\{5, 7\}} = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 10\}$

d) $A \cap B = \{5, 7\}$

e) $\overline{A} \cap \overline{B} = \{2, 8, 10\}$

f) $\overline{A} \cup B = \{2, 4, 5, 6, 7, 8, 10\}$

g) $\overline{A} = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

h) $\overline{A \cup B} = \{2, 8, 10\}$

i) $\overline{A} \cup \overline{B} = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 10\}$

44. Se extraen dos cartas de una baraja y se mira a qué palo pertenecen. Di cuál es el suceso contrario al suceso A = “salir dos cartas de oros”.

A. Una es de oros.

B. Ninguna es de oros.

C. Al menos una no es de oros.

D. Las dos son copas.

C. Al menos una no es de oros

45. En una bolsa hay 4 bolas rojas y 2 azules. Se saca una bola de la bolsa. Calcula la probabilidad de que:

a) Sea azul

b) No sea roja

c) Sea roja

d) No sea azul

a) $P(\text{azul}) = \dfrac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$

b) $P(\text{no roja}) = \dfrac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$

c) $P(\text{roja}) = \dfrac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3}$

d) $P(\text{no azul}) = \dfrac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3}$

46. Se consideran 10 boletos numerados del 1 al 10. Se extrae uno al azar. Calcula las probabilidades de que:

a) Sea par.

b) Sea mayor que 7.

c) Sea múltiplo de 3 o menor que 7.

d) Sea múltiplo de 3 y menor que 7.

a) $P(\text{par}) = \dfrac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \dfrac{5}{10} = \dfrac{1}{2}$

b) $P(>7) = \dfrac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \dfrac{3}{10}$

c) $P(3k \cup <7) = \dfrac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \dfrac{7}{10}$

d) $P(3k \cap <7) = \dfrac{2}{10} = \dfrac{1}{5}$

47. Se saca una bola de la bolsa de la figura.

Calcula la probabilidad de que la bola:

a) Sea verde.

b) Sea verde o azul.

c) No sea roja.

d) Sea negra o no sea azul.

e) Sea verde, roja o azul.

a) $P(\text{V}) = \dfrac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \dfrac{2}{10} = \dfrac{1}{5}$

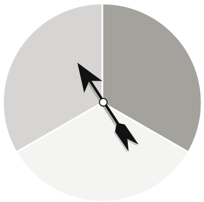
b) $P(\text{V} \cup \text{A}) = \dfrac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \dfrac{5}{10} = \dfrac{1}{2}$

c) $P(\overline{R}) = \dfrac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \dfrac{5}{10} = \dfrac{1}{2}$

d) $P(N \cup \overline{A}) = P(\overline{A}) = \dfrac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \dfrac{7}{10}$

e) $P(V \cup R \cup A) = \dfrac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = 1$

48. Calcula la probabilidad de que al girar la ruleta se pare en cada una de las opciones:



a) En el color rojo.

b) En el color azul

c) En el rojo o en el azul

d) Que no sea rojo

a) $P(R) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{1}{3}$

b) $P(A) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{1}{3}$

c) $P(R \cup A) = P(R) + P(A) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

d) $P(\bar{R}) = 1 - P(R) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

49. En un concurso hay dos bolsas. En la bolsa uno hay 3 bolas verdes y 2 rojas y en la bolsa dos hay 7 bolas verdes, una blanca y 5 bolas rojas. Tienes que elegir una bolsa y sacar una bola roja para ganar un premio. ¿Qué bolsa elegirías? Razona la respuesta.

Probabilidad de acertar con la bolsa 1: $P(B_1) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{2}{5} = 0,44$

Probabilidad de acertar con la bolsa 2: $P(B_2) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{5}{13} = 0,38$

Elegiría la bolsa 1 porque hay más probabilidad de ganar.

50. Se elige al azar un número entre 1 y 100. Calcula la probabilidad de que sea:

a) Múltiplo de 3

b) Múltiplo de 5

c) Múltiplo de 3 y de 5

d) Múltiplo de 3 o de 5

a) $P(3k) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{33}{100}$

b) $P(5k) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$

c) $P(3k \cap 5k) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{6}{100} = \frac{3}{50}$

d) $P(3k \cup 5k) = P(3k) + P(5k) - P(3k \cap 5k) = \frac{33}{100} + \frac{20}{100} - \frac{6}{100} = \frac{47}{100}$

51. Se extraen dos cartas de una baraja española. Calcula la probabilidad de que sean dos reyes si:

a) Se vuelve a meter en el mazo la primera carta.

b) No se devuelve al mazo la primera carta.

a) $P(\text{2 Reyes}) = \frac{4}{40} \cdot \frac{4}{40} = \frac{1}{100}$

b) $P(\text{2 Reyes}) = \frac{4}{40} \cdot \frac{3}{39} = \frac{1}{130}$

52. En un hospital hay 5 habitaciones en el mismo lado de un pasillo. Alojan al azar en ellas a dos pacientes. Calcula la probabilidad de que estén en habitaciones contiguas.

$$P = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$$

Pueden estar en la primera y la segunda, en la segunda y la tercera, en la tercera y la cuarta o en la cuarta y la quinta

53. Se separan las cartas de una baraja de póker de 52 naipes en dos montones, por un lado, las cartas de color rojo (diamantes y corazones) y, por otro, las de color negro (picas y tréboles). Extraemos una carta de cada montón. Calcula la probabilidad de obtener:

a) Dos cincos

b) El cinco de corazones y un cinco negro

c) El cinco de corazones y el cinco de trébol.

d) Ningún cinco

e) Dos cartas con el mismo número

f) Dos cartas con distintos números

a) $P = \frac{2}{26} \cdot \frac{2}{26} = \frac{1}{169}$

b) $P = \frac{1}{26} \cdot \frac{2}{26} = \frac{1}{338}$

c) $P = \frac{1}{26} \cdot \frac{1}{26} = \frac{1}{676}$

d) $P = \frac{24}{26} \cdot \frac{24}{26} = \frac{144}{169}$

e) $P = \frac{2}{26} = \frac{1}{13}$

f) $P = 1 - P(\text{iguales}) = 1 - \frac{1}{13} = \frac{12}{13}$

54. Se lanza una moneda tres veces. Calcula las probabilidades de:

a) Sacar tres cruces.

b) Sacar dos cruces.

c) Sacar al menos dos cruces.

d) Sacar al menos una cruz.

a) $P(3X) = \frac{1}{8}$

b) $P(2X) = \frac{3}{8}$

c) $P(2X \cup 3X) = \frac{1}{8} + \frac{3}{8} = \frac{1}{2}$

d) $P(1X \cup 2X \cup 3X) = 1 - P(0X) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$

55. Dos familias alquilan dos habitaciones en un mismo hotel para pasar unos días de vacaciones. El hotel tiene 60 habitaciones repartidas en 4 pisos. Las habitaciones se asignan al azar.

Calcula la probabilidad de que las dos habitaciones estén en el mismo piso.

La probabilidad se calcula como la suma de las probabilidades de estar los dos en la primera planta, o estar en la segunda, o en la tercera o en la cuarta.

$$P(1P \cup 2P \cup 3P \cup 4P) = \frac{15}{60} \cdot \frac{14}{59} + \frac{15}{60} \cdot \frac{14}{59} + \frac{15}{60} \cdot \frac{14}{59} + \frac{15}{60} \cdot \frac{14}{59} = 4 \cdot \frac{15}{60} \cdot \frac{14}{59} = \frac{14}{59} = 0,24$$

56. EMPRENDE

En un juego para dos jugadores, cada uno dispone de 3 fichas: una de ellas con una cara verde y la otra roja, otra con una cara verde y otra azul y la tercera con una cara roja y la otra azul. Se tiran las 3 fichas a la vez. Gana el jugador 1 si coinciden los colores de dos fichas cualesquiera y el jugador 2 si los tres colores son diferentes.

a) ¿Qué jugador eliges ser, el 1 o el 2?

b) Juega con un compañero y comprueba tu estrategia.

a) Calculamos la probabilidad de salir 2 colores iguales y la de que los 3 colores sean distintos:

$$P(2\text{ iguales}) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{6}{8} = 0,75$$

$$P(3\text{ diferentes}) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{2}{8} = 0,25$$

Elijo ser el jugador 1, porque tiene más probabilidad de ganar.

b) Respuesta libre.

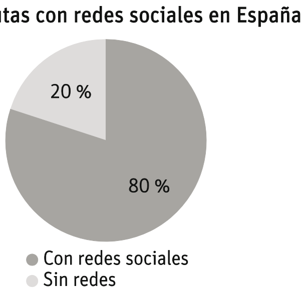
57. La tasa de paro de un país es del 26 %. De entre los parados un 38 % son parados de larga duración, es decir, llevan en el paro más de dos años. Se elige al azar a una persona en edad de trabajar. Calcula la probabilidad de que sea un parado de larga duración.

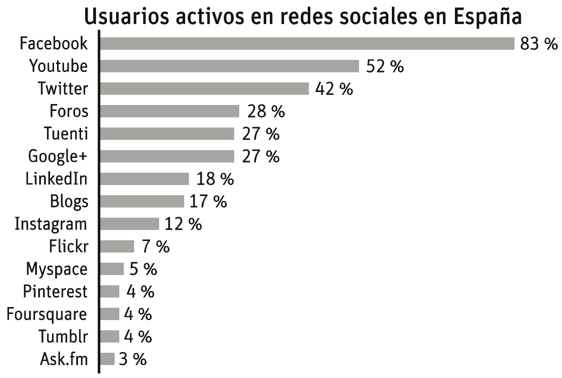
Si lo pensamos como un diagrama de árbol, la probabilidad de que sea parado es de 0,26. Dentro de esta rama, la probabilidad de que sea de larga duración es de 0,38.

Por tanto, la probabilidad de que sea parado de larga duración es el producto de las dos probabilidades:

$$P = 0,26 \cdot 0,38 = 0,098$$

58. En 2012 el 80 % de los internautas españoles participaba en redes sociales. La empresa de investigación *The Cocktail Analysis* preguntó a 1500 internautas sobre aquellas redes sociales en las que poseen una cuenta. En la gráfica se puede ver el porcentaje de usuarios activos en España.





Si se elige a un usuario de internet al azar, utilizando estos datos calcula las siguientes probabilidades:

a) No use ninguna red social

b) Utilice Tuenti

c) No utilice Facebook

d) No participe en un blog

a) $P(\text{ninguna}) = \frac{20}{100} = 0{,}20$

b) $P(\text{Tuenti}) = \frac{80}{100} \cdot \frac{27}{100} = 0{,}22$

c) $P(\text{No Facebook}) = \frac{80}{100} \cdot \left(1 - \frac{83}{100}\right) = 0{,}14$

d) $P(\text{No Blog}) = \frac{80}{100} \cdot \left(1 - \frac{17}{100}\right) = 0{,}66$

59. ¿De cuántas maneras se pueden sentar 9 amigos que van al cine en una fila de 9 butacas?

$P_9 = 9! = 362\,880$

60. ¿Por qué 7! es múltiplo de 2, 3 y 5 a la vez?

Porque $7! = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot (7 \cdot 6 \cdot 4)$

61. Si x! = 39 916 800 y (x – 1)! = 3 628 800, halla el valor de x.

$$\frac{x!}{(x-1)!} = \frac{x \cdot (x-1)!}{(x-1)!} = x = \frac{39\,916\,800}{3\,628\,800} = 11$$

Luego x = 11.

62. Halla el valor de *x* si $P_x = 30P_{x-2}$

$$x! = 30\cdot(x-2)! \Rightarrow \frac{x!}{(x-2)!} = 30 \Rightarrow \frac{x\cdot(x-1)\cdot(x-2)!}{(x-2)!} = x\cdot(x-1) = 30 \Rightarrow x^2 - x - 30 = 0$$

$$x = \frac{1\pm\sqrt{1+120}}{2} = \frac{1+11}{2} = 6 \Rightarrow x = 6$$

63. Una urna contiene 5 bolas moradas, 3 verdes y 2 amarillas. Se extrae una bola al azar. Calcula las probabilidades de que sea:

a) Morada

b) Morada o verde

c) Que no sea morada

d) Ni verde ni amarilla

a) $P(M) = \frac{5}{10} = 0,50$

b) $P(M\cup V) = P(M) + P(V) = \frac{5}{10} + \frac{3}{10} = 0,80$

c) $P(\bar{M}) = 1 - P(M) = 1 - \frac{5}{10} = 0,50$

d) $P(\bar{V}\cap\bar{A}) = P(M) = \frac{5}{10} = 0,50$

64. En una bolsa hay 5 bolas rojas y 4 azules. Se sacan dos bolas. Calcula la probabilidad de los sucesos *R* = "dos bolas rojas" y *C* = "dos bolas del mismo color", cuando:

a) Se remplaza la primera bola extraída.

b) Cuando no se remplaza.

a) $P(R) = \frac{5}{9}\cdot\frac{5}{9} = \frac{25}{81}$ $\qquad P(C) = \frac{5}{9}\cdot\frac{5}{9} + \frac{4}{9}\cdot\frac{4}{9} = \frac{41}{81}$

b) $P(R) = \frac{5}{9}\cdot\frac{4}{8} = \frac{5}{18}$ $\qquad P(C) = \frac{5}{9}\cdot\frac{4}{8} + \frac{4}{9}\cdot\frac{3}{8} = \frac{4}{9}$

65. En una bolsa hay 3 bolas verdes y 5 rojas. ¿Cuántas bolas azules hay que meter en la bolsa para que la probabilidad de obtener una bola azul sea $\frac{1}{5}$?

Usamos la regla de Laplace para resolverlo como una ecuación:

$$P = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{x}{3+5+x} = \frac{1}{5} \Rightarrow 5x = 8 + x \Rightarrow 4x = 8 \Rightarrow x = 2$$

Hay que meter 2 bolas azules.

66. En un determinado experimento se conocen las probabilidades de los siguientes sucesos:

$P(A) = 0,55$ $\qquad$ $P(B) = 0,45$ $\qquad$ $P(A\cup B) = 0,90$.

a) ¿Son incompatibles *A* y *B*?

b) Calcula la probabilidad de la intersección $A\cap B$.

a) No son sucesos incompatibles.

b) $P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B) \Rightarrow P(A\cap B) = P(A) + P(B) - P(A\cup B)$

$P(A\cap B) = 0,55 + 0,45 - 0,90 = 0,10$

67. En un experimento aleatorio sabemos que $P(A) = 0{,}64$ y $P(B) = 0{,}52$.

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

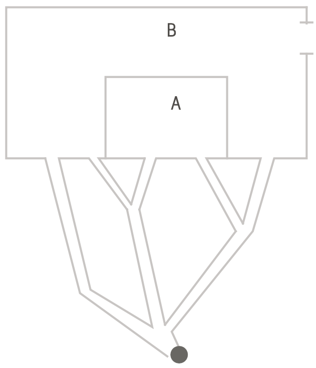
A. *A* y *B* son incompatibles.

B. *A* y *B* son compatibles.

C. $A \cup B = E$

B. Los sucesos son compatibles.

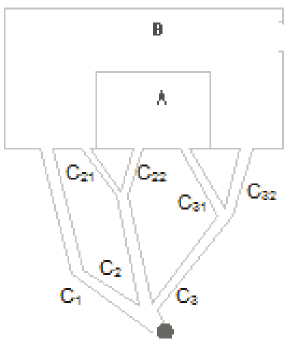
68. El punto azul representa un supervillano que quiere escapar de un laberinto. En cada bifurcación de caminos elige uno al azar. El recinto A es una mazmorra sin salida, mientras el B tiene una puerta a la libertad.

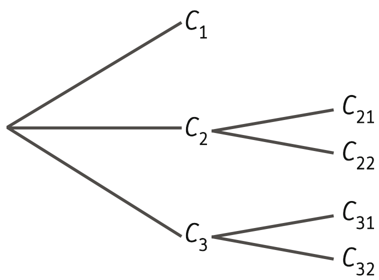


Utiliza un diagrama de árbol para calcular:

a) La probabilidad de que caiga en la mazmorra.

b) La probabilidad de que consiga escapar.





a) $P(\text{mazmorra}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

b) $P(\text{libertad}) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{3} = 1 - P(\text{mazmorra})$

69. Se ponen en un montón las tres figuras de bastos de una baraja española. Se barajan las tres cartas y se sacan una tras otra sin reemplazamiento.

Calcula las probabilidades de:

a) Que el orden de aparición sea Rey, Caballo y Sota.

b) Que la Sota salga antes que el Rey.

a) $P = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{1}{6}$

b) $P = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

70. En una bolsa hay bolas grandes y pequeñas que son blancas o negras. Hay 5 bolas grandes y 4 pequeñas y sabemos que 6 son blancas y 3 negras. Se sabe que hay 3 bolas grandes y blancas.

Completa la siguiente tabla:

	Blancas	Negras	Total
Grandes	3		5
Pequeñas			4
Total	6	3	9

Se extrae una bola al azar, calcula la probabilidad de que sea:

a) Blanca

b) Pequeña

c) Blanca y pequeña

d) Blanca o pequeña

	Blancas	Negras	Total
Grandes	3	2	5
Pequeñas	3	1	4
Total	6	3	9

a) $P(B)=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$

b) $P(P)=\frac{4}{9}$

c) $P(B\cap P)=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

d) $P(B\cup P)=\frac{6}{9}+\frac{4}{9}-\frac{3}{9}=\frac{7}{9}$

71. Una asociación cuenta con 200 personas que pueden ser socios o simpatizantes y que se distribuyen según se recoge en la tabla siguiente:

	Hombres	Mujeres
Socios	45	73
Simpatizantes	32	50

Se selecciona una persona al azar. Calcula la probabilidad de que se trate de:

a) Un hombre

b) Una mujer

c) Una persona simpatizante

d) Un hombre socio

a) $P(\text{hombre})=\frac{45+32}{200}=\frac{77}{200}=0{,}39$

b) $P(\text{mujer})=\frac{73+50}{200}=\frac{123}{200}=0{,}62$

c) $P(\text{simpatizante})=\frac{32+50}{200}=\frac{28}{200}=0{,}41$

d) $P(\text{hombre socio})=\frac{45}{200}=0{,}23$

72. A un congreso asisten 300 congresistas. Los idiomas oficiales del congreso son inglés y francés. Todos los congresistas hablan al menos una de los dos idiomas, 200 congresistas hablan inglés y 160, francés.

Se seleccionan dos congresistas al azar. Calcula las probabilidades de que:

a) Los dos hablen inglés y francés.

b) No se puedan comunicar sin intérprete

a) $P(\text{inglés})=\frac{200}{300}=\frac{2}{3}$ $\quad P(\text{francés})=\frac{160}{300}=\frac{8}{15}$ $\quad P(\text{inglés y francés})=P(\text{inglés})+P(\text{francés})-1=\frac{60}{300}=\frac{1}{5}$

60 congresistas hablan los dos idiomas, 140 solo habla inglés y 100 solo habla francés.

La probabilidad de que los dos hablen inglés y francés es:

$P(\text{los dos hablen inglés y francés})=\frac{60}{300}\cdot\frac{59}{300}\simeq 0{,}04$

b) $P(\text{no puedan comunicarse})=P(\text{solo inglés y solo francés})+P(\text{solo francés y solo inglés})=$

$$=\frac{140}{300}\cdot\frac{100}{299}+\frac{100}{300}\cdot\frac{140}{299}\simeq 0{,}31$$

PARA RESOLVER

73. En un concurso se han marcado las 6 caras de un dado con cinco *X* y un *O*. Se han marcado dos urnas, una con una *X* y otra con un *O*. En la urna *X* hay 4 bolas con el número 2 y una bola con el número 10. En la urna *O* hay 4 bolas con el número 2, 3 bolas con el 0 y una bola con el 30. Se tira el dado y se saca una bola de la urna marcada con esa letra. Se gana el equivalente en euros al número de la bola.

a) Calcula la probabilidad de ganar 30 €.

b) Calcula la probabilidad de ganar sólo 2 €.

a) Para ganar 30 € es necesario sacar "0" con el dado y sacar la bola con el número 30 de la urna correspondiente. Esto es,

$$P(30\ €) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{48}$$

b) Para ganar solo 2 €, podemos sacar con el dado tanto "X" como "0". Después habrá que sacar una bola con el número 2 de su urna correspondiente. Esto es,

$$P(2\ €) = \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{5} + \frac{1}{6} \cdot \frac{4}{8} = \frac{3}{4}$$

PARA PENSAR MÁS

74. María escoge al azar dos números diferentes del conjunto {1, 2, 3, 4, 5} y Edu, uno del conjunto {1, 2, 3, …, 10}. ¿Cuál es la probabilidad de que el número de Edu sea mayor que la suma de los dos números que sacó María?

A. $\frac{2}{5}$ **B.** $\frac{9}{20}$ **C.** $\frac{1}{2}$ **D.** $\frac{11}{20}$

Recogemos en una tabla de doble entrada los resultados que se pueden obtener al sumar los dos números que escoge María:

	1	**2**	**3**	**4**	**5**
1	2	3	4	5	6
2	3	4	5	6	7
3	4	5	6	7	8
4	5	6	7	8	9
5	6	7	8	9	10

Si Edu saca 1 o 2 no hay ninguna posibilidad de que la suma de los números de María sea más pequeña. A partir de ahí, si Edu saca 3 habrá 1 posibilidad, si saca 4 habrá 3, etc. Dibujamos la tabla de doble entrada para tener los casos posibles y los favorables.

Para cada resultado de Edu, la probabilidad es la misma.

$$P = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{25} + \frac{1}{10} \cdot \frac{3}{25} + \frac{1}{10} \cdot \frac{6}{25} + \frac{1}{10} \cdot \frac{10}{25} + \frac{1}{10} \cdot \frac{15}{25} + \frac{1}{10} \cdot \frac{19}{25} + \frac{1}{10} \cdot \frac{22}{25} + \frac{1}{10} \cdot \frac{24}{25} = \frac{100}{250} = \frac{2}{5}$$

A. $\frac{2}{5}$

75. Una bolsa contiene 4 bolas, dos rojas y dos azules. Sacas una bola y la reemplazas por una bola roja, independientemente del color de la que sacaste. ¿Cuál es la probabilidad de que después de tres experimentos como éste, las cuatro bolas que hay en la bolsa sean todas rojas?

A. $\frac{1}{8}$ **B.** $\frac{5}{32}$ **C.** $\frac{9}{32}$ **D.** $\frac{3}{8}$

Tras 3 experimentos serán todas rojas si en dos de los experimentos se saca bola azul.

Las opciones que hay son:

- Primero sale roja y en los dos siguientes sale azul.
- Primero sale azul, en el segundo roja y en el tercero azul.
- Primero sale azul, en el segundo también azul y en el tercero roja (porque ya en este momento solo hay rojas).

$$P = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}\cdot 1 = \frac{1}{16} + \frac{3}{32} + \frac{1}{8} = \frac{9}{32}$$

C. $\frac{9}{32}$

76. Se lanza al aire tres veces una moneda de 1 € y 4 veces una moneda de 2 €. ¿Cuál es la probabilidad de que el número de caras obtenido con cada una de las dos monedas sea el mismo?

A. $\frac{19}{128}$ **B.** $\frac{23}{128}$ **C.** $\frac{1}{4}$ **D.** $\frac{35}{128}$

Las opciones posibles son: 1 cara en ambas monedas, 2 caras, 3 caras o ninguna cara.

Para la moneda de 1 €:

$P(1C) = \frac{3}{8}$ $P(2C) = \frac{3}{8}$ $P(3C) = \frac{1}{8}$ $P(0C) = \frac{1}{8}$

Para la moneda de 2 €:

$P(1C) = \frac{4}{16}$ $P(2C) = \frac{6}{16}$ $P(3C) = \frac{4}{16}$ $P(0C) = \frac{1}{16}$

$$P = P(1C \cap 1C) + P(2C \cap 2C) + P(3C \cap 3C) + P(0C \cap 0C)$$

$$P = \frac{3}{8}\cdot\frac{4}{16} + \frac{3}{8}\cdot\frac{6}{16} + \frac{1}{8}\cdot\frac{4}{16} + \frac{1}{8}\cdot\frac{1}{16} = \frac{12+18+4+1}{128} = \frac{35}{128}$$

D. $\frac{35}{128}$

ENCUENTRA EL ERROR

77. Es muy frecuente encontrar errores en el cálculo de probabilidades a pesar de haber aplicado razonamientos en apariencia impecables.

Aquí vemos uno atribuido a Francis Galton (1822-1911), uno de los padres de la Estadística como ciencia.

Si se lanzan tres monedas iguales al aire, ¿cuál es la probabilidad de tener tres caras o tres cruces?

Razonamiento:

“Pase lo que pase, al menos dos de las tres monedas tienen el mismo resultado, o las dos son caras o las dos son cruces.

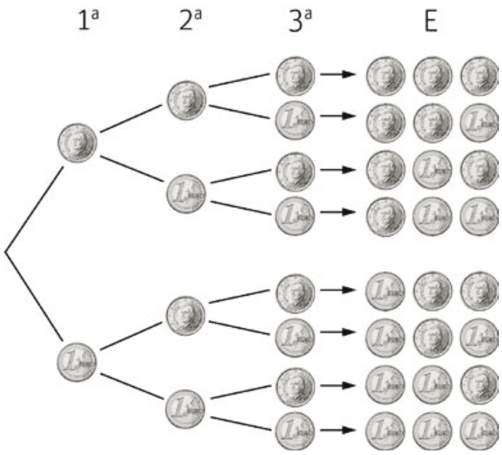
La tercera tiene un 50 % de probabilidades de salir cara y un 50 % de salir cruz, por tanto, en la mitad de los casos saldrá como las otras dos.

Luego la probabilidad de que las tres sean iguales será de $\frac{1}{2}$”.

¿Estás de acuerdo? Calcula la probabilidad mediante un diagrama de árbol.

¿Dónde está el fallo en el razonamiento?

No estoy de acuerdo. Desde el inicio del razonamiento se están considerando las dos primeras monedas iguales y no se están considerando entre los casos posibles que sean distintas.



$P(\text{3 iguales}) = P(3C) + P(3X) = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

PONTE A PRUEBA

El ratón, el queso y el gato

Actividad resuelta

Aparatos defectuosos

La empresa *Electrix* fabrica dos tipos de aparatos electrónicos: lectores de vídeo y lectores de audio. Al final del día se prueban y los defectuosos se envían a reparar.

La tabla siguiente indica la producción y los porcentajes medios de lectores defectuosos por día.

Tipo de lector	Lectores fabricados	Lectores defectuosos
Vídeo	2000	5 %
Audio	6000	3 %

Di si estas afirmaciones son ciertas o no.

1. Si elegimos al azar un lector de audio la probabilidad de que haya que repararlo es del 0,03.

2. Si elegimos al azar uno de los lectores defectuosos es más probable que sea un lector de vídeo.

2. La probabilidad de que elegido al azar un lector este sea defectuoso es 0,04.

1. Cierto.
2. Falso. Cada día hay 5 % de 2000 = 100 lectores defectuosos de vídeo y 3 % de 6000 = 180 lectores defectuosos de audio. Por tanto, al coger un lector defectuoso, la probabilidad de que sea de audio es mayor, porque hay más.
3. Cierto. Para calcular la probabilidad de que un lector sea defectuoso, independientemente del tipo, hay que calcular el porcentaje de lectores defectuosos sobre el total. Hay 8000 lectores, de los cuales hay 100 lectores de vídeo defectuosos y 180 de audio. $P(\text{defectuoso}) = \frac{280}{8000} = 0,035$. Redondeando queda una probabilidad de 0,04.

Familia numerosa. *Martin Gardner*. 1959

Luis y María acaban de casarse.

- Querida, ¿cuántos hijos vamos a tener?

- Exactamente cuatro.

- ¿Qué prefieres, niños o niñas?, ¿serán todos del mismo sexo? Sería terrible verme rodeado solo de mujeres.

- No seas bruto, dijo ella, lo más probable es que sean dos niños y dos niñas.

Luis respiró tranquilo. Se quedó convencido de que si la probabilidad de que su hijo fuera chico o chica era de un 50 %, lo lógico era que si tenía cuatro hijos la mitad fueran chicos y la mitad chicas.

¿Está Luis en lo cierto?

1. ¿Es lo más probable al tener cuatro hijos dos sean chicos y dos chicas?

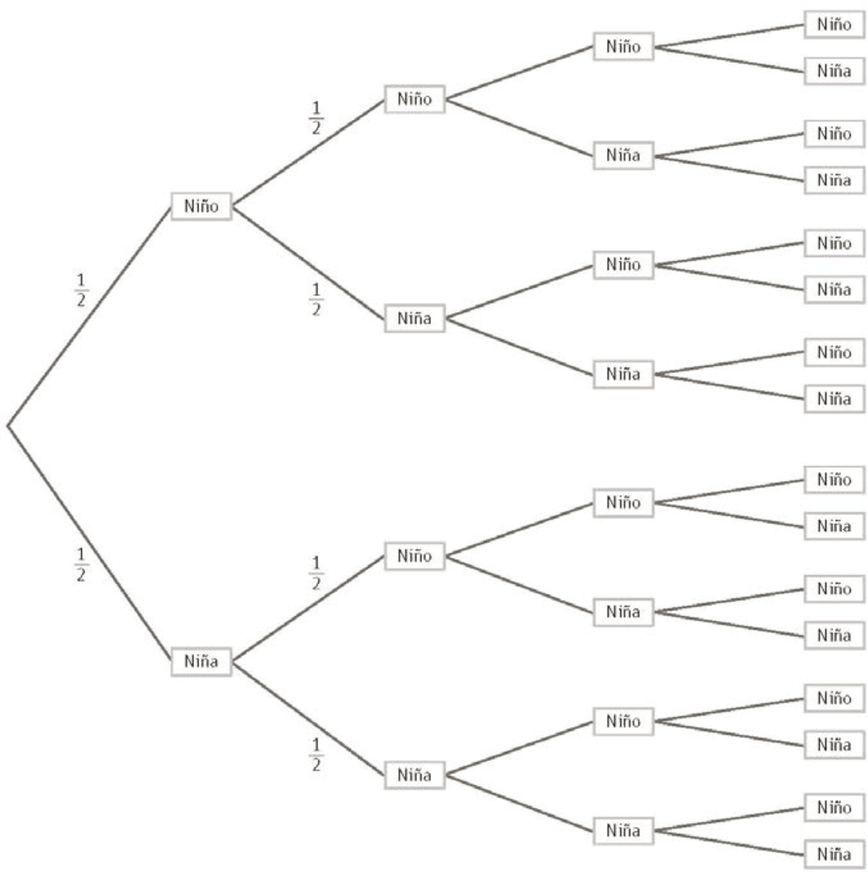
2. Calcula esa probabilidad.

3. Calcula la probabilidad de que todos sean del mismo sexo.

4. Calcula la probabilidad de que tres sean del mismo sexo.

Luis no está en lo cierto.

1. No tiene por qué. Solamente si el número de hijos fuera muy elevado, la probabilidad de que la mitad sean chicos y la otra mitad chicas se acercaría a 1.



2. $P(2 \text{ chicos y } 2 \text{ chicas}) = \dfrac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \dfrac{6}{16} = 0{,}38$

3. $P(\text{todos del mismo sexo}) = \dfrac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \dfrac{2}{16} = 0{,}13$

4. $P(\text{tres del mismo sexo}) = \dfrac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \dfrac{8}{16} = 0{,}50$

Terremoto

Se emitió un documental sobre terremotos y la frecuencia con que ocurren. El documental incluía un debate sobre la posibilidad de predecir los terremotos.

Una geóloga afirmó:

¿Cuál de las siguientes opciones refleja mejor el significado de la afirmación de la geóloga?

A. $\frac{2}{3}\cdot 20 = 13{,}3$ **, así que entre 13 y 14 años a partir de ahora habrá un terremoto en la ciudad de Zed.**

B. $\frac{2}{3}$ **es más que** $\frac{1}{2}$**, por lo que se puede estar seguro de que habrá un terremoto en la ciudad de Zed en algún momento de los próximos 20 años.**

C. **La probabilidad de que haya un terremoto en la ciudad de Zed en algún momento en los próximos 20 años es mayor que la probabilidad de que no haya ningún terremoto.**

D. **No se puede decir lo que sucederá, porque nadie puede estar seguro de cuándo tendrá lugar un terremoto.**

C. La probabilidad de que haya un terremoto en la ciudad de Zed en algún momento en los próximos 20 años es mayor que la probabilidad de que no haya ningún terremoto.

Feria

En un juego de caseta de feria se utiliza en primer lugar esta ruleta. Si la ruleta se para en número par, entonces el jugador puede sacar una canica de la bolsa.

Se gana un premio si se saca una canica roja. Daniela juega una vez. ¿Cómo es de probable que Daniela gane un premio?

A. **Es imposible.**

B **No es muy probable.**

C. **Tiene aproximadamente un 50 % de probabilidad.**

D. **Es muy probable.**

E. **Es seguro.**

$$P(\text{par} \cap \text{rojo}) = P(\text{par}) \cdot P(\text{rojo}) = \frac{5}{6}\cdot\frac{3}{20} = \frac{1}{4} = 0{,}25$$

B. No es muy probable.

Autoevaluación

1. De los siguientes experimentos, ¿cuáles son aleatorios?

A. Aprobar un examen de matemáticas.

B. Jugar a la lotería.

C. Que tu equipo preferido gane un partido.

D. Elegir portería lanzando una moneda al inicio del partido.

A. No es aleatorio.

B. Aleatorio

C. No es aleatorio.

D. Aleatorio

2. En el experimento de lanzar un dado se consideran los sucesos *A* = "sacar un número menor o igual que 5", *B*= "sacar un número primo".

a) Escribe los sucesos elementales que forman cada uno de los sucesos A y B.

b) Halla el suceso unión de A y B y el suceso intersección.

c) Halla el suceso contrario de A.

a) Sucesos elementales de *A:* {1}, {2}, {3}, {4}, {5}

Sucesos elementales de *B*: {2}, {3}, {5}

b) $A \cup B = \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\} = A$

$A \cap B = \{2\}, \{3\}, \{5\} = B$

c) $\overline{A} = \{6\}$

3. Los dados para rellenar quinielas son dados cúbicos en los que tres caras están marcadas con un 1 (victoria local), dos con una X (empate) y una con un 2 (victoria visitante).

Calcula las siguientes probabilidades.

a) Que salga un empate.

b) Que no gane el equipo local.

c) Que no gane el equipo visitante.

a) $P(\text{empate}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

b) $P(\text{no gane local}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

c) $P(\text{no gane visitante}) = \frac{5}{6}$

4. **Laura tiene que elegir con los ojos vendados dos regalos de los que le han traído para su cumpleaños. Hay 3 regalos envueltos en papel azul, dos con papel rosa y 1 con papel verde.**

Calcula la probabilidad de que elija dos regalos que:

a) Estén envueltos con papel verde

b) Que no estén envueltos en papel verde

c) Que estén envueltos en dos colores distintos

a) Suceso imposible, porque solo hay un regalo envuelto en papel verde, por lo que la probabilidad es 0.

b) $P = \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{5} = \frac{2}{3}$

c) $P = 1 - P(\textit{mismo color}) = 1 - \left(\frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} + \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5} + \frac{1}{6} \cdot \frac{0}{5} \right) = 1 - \frac{8}{30} = \frac{22}{30} = \frac{11}{15}$

5. **Un jugador de baloncesto ha anotado 78 de los 90 tiros triples que ha lanzado en los últimos 10 partidos. En el partido de hoy ha encestado los 3 primeros lanzamientos y se dispone a lanzar el cuarto.**

a) ¿Qué es más probable, que enceste o que falle?

b) Calcula la probabilidad de que en un partido enceste 4 tiros seguidos.

c) Halla la probabilidad de fallar dos tiros seguidos.

a) Es más probable que enceste, porque la probabilidad de encestar es mayor que la de fallar.

b) $P(\text{encestar 4 tiros seguidos}) = \frac{78}{90} \cdot \frac{78}{90} \cdot \frac{78}{90} \cdot \frac{78}{90} = 0{,}56$

c) La probabilidad de fallar un tiro es $P = 1 - \frac{78}{90} = \frac{12}{90}$. Por tanto, $P = \frac{12}{90} \cdot \frac{12}{90} = 0{,}02$

6. **En la fila de un cine van a sentarse 6 personas y la sesión es sin numerar. ¿De cuántas formas distintas pueden colocarse?**

Para calcularlo usamos las permutaciones de 6 elementos. Así,

$P_6 = 6! = 720$

Por tanto, pueden sentarse de 720 maneras diferentes.