

9 Estadística y probabilidad

1. Escribe tres ejemplos de caracteres estadísticos cualitativos y tres de caracteres cuantitativos.

Respuesta modelo. Por ejemplo, son cualitativos el color de pelo, el lugar de nacimiento o el equipo favorito, y cuantitativos, la edad, la estatura o el peso.

2. Actividad resuelta

3. En un concurso de televisión se realiza una pregunta a 100 personas, que eligen su respuesta entre tres posibles. Copia en tu cuaderno y completa la tabla.

Respuesta	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
A	80	•••
B	•••	$\frac{11}{100}$
C	•••	0,09
	•••	•••

Respuesta	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
A	80	0,8
B	11	$\frac{11}{100}$
C	9	0,09
	100	1

4. A Isabel le encantan los cómics. Ha preguntado a sus compañeros de 1.º qué tipo de libros les gusta leer Y ha obtenido las siguientes respuestas:

- Doce de ellos leen cómics.
- Cinco leen novelas de misterio.
- Ocho prefieren novelas de ciencia ficción.
- Los demás no han contestado.

Sabiendo que en clase son 30 alumnos, elabora la tabla de frecuencias. ¿De qué tipo de carácter estadístico se trata?

Suponiendo que Isabel se ha incluido entre los que leen cómics:

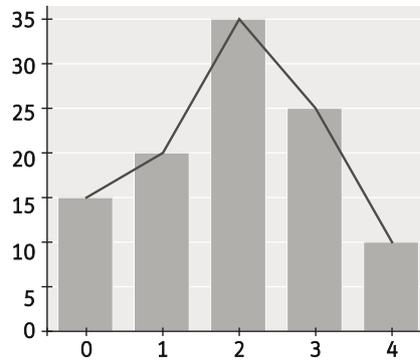
Lectura	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
Cómics	12	$\frac{12}{30} = \frac{2}{5}$
Misterio	5	$\frac{5}{30} = \frac{1}{6}$
Ciencia ficción	8	$\frac{8}{30} = \frac{4}{15}$
No contesta	5	$\frac{5}{30} = \frac{1}{6}$
	30	1

Es un carácter cualitativo.

5. Se ha realizado una encuesta a varias personas, preguntando con qué frecuencia van al cine a lo largo de un mes. Los resultados de la encuesta se recogen en la siguiente tabla.

N.º de veces	Frecuencia absoluta
0	15
1	20
2	35
3	25
4	10

Dibuja el diagrama de barras y el polígono de frecuencias.



6. Durante un viaje en coche, Tomás se aburría tanto que se puso a mirar las matrículas de los coches que pasaban y fue apuntando la última cifra de cada una.

6, 3, 8, 6, 6, 6, 5, 4, 2, 0, 2, 1, 3,

5, 5, 5, 1, 5, 2, 2, 0, 3, 9, 9, 0, 5, 4,

3, 1, 7, 4, 8, 6, 5, 9, 2, 9, 4, 9, 6

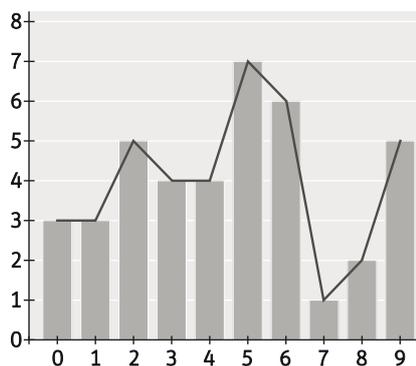
- a) Construye la tabla de frecuencias asociada.
 b) ¿Cuál es la cifra más repetida? ¿Y la que menos aparece?
 c) Dibuja el diagrama de barras y el polígono de frecuencias.

a)

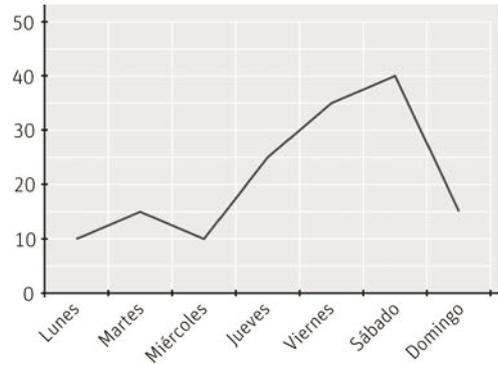
Cifra	Frecuencia absoluta
0	3
1	3
2	5
3	4
4	4
5	7
6	6
7	1
8	2
9	5
Total	40

- b) La cifra más repetida es 5 y la menos repetida es 7.

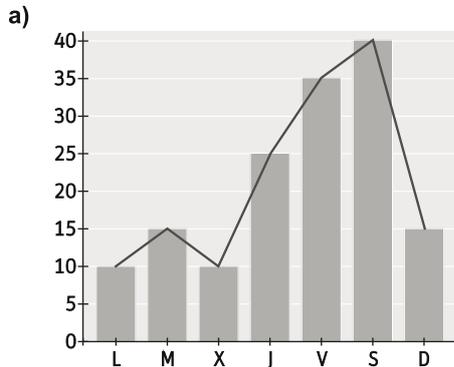
c)



7. Un hotel ha hecho un estudio sobre el día de la semana pasada en el que llegaron sus huéspedes. Ha obtenido la siguiente gráfica, pero al imprimirlo se han borrado las barras del diagrama.



- Completa el diagrama en tu cuaderno.
- Construye la tabla de frecuencias asociada.
- ¿Cuántos clientes llegaron esa semana?



b)

Día	Clientes
Lunes	10
Martes	15
Miércoles	10
Jueves	25
Viernes	35
Sábado	40
Domingo	15
	150

c) Llegaron 150 clientes.

8. Actividad resuelta

9. Una tienda ha dado a probar a varios clientes un helado de un sabor nuevo. A continuación les ha pedido que lo valoraran, obteniendo estos resultados:

Muy bueno: 25 personas

Malo: 10 personas

Bueno: 20 personas

Muy malo: 5 personas

a) Calcula la medida, en grados, que deberá tener el sector correspondiente a cada una de las respuestas.

b) Representa el diagrama de sectores.

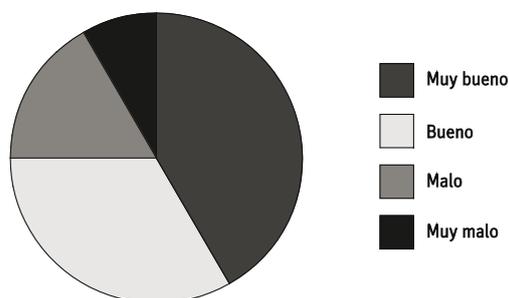
a) Muy bueno: 25 de 60. En grados, $\frac{25}{60} = \frac{150}{360}$, 150°

Bueno: 20 de 60. En grados, $\frac{20}{60} = \frac{120}{360}$, 120°

Malo: 10 de 60. En grados, $\frac{10}{60} = \frac{60}{360}$, 60°

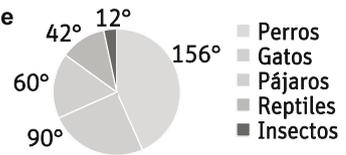
Muy malo: 5 de 60. En grados, $\frac{5}{60} = \frac{30}{360}$, 30°

b)



10. El siguiente diagrama representa los resultados de una encuesta, en la que se preguntó a 120 personas su animal favorito.

No conocemos las frecuencias correspondientes a cada uno de los sectores, pero si los ángulos correspondientes a cada uno. Reconstruye la tabla de frecuencias.



El sector de los que prefieren perros es $\frac{156}{360}$ del total, es decir, su frecuencia es $\frac{156 \cdot 120}{360} = 52$. Realizando la misma operación con el resto de sectores se obtiene la siguiente tabla:

Animales	Frecuencia
Perros	52
Gatos	30
Pájaros	20
Reptiles	14
Insectos	4
	120

11. Actividad interactiva

12. Halla la media y la moda de los siguientes datos estadísticos.

4	1	1	6	3	5	2
1	1	4	1	5	2	3
5	3	5	3	4	5	6

Construiremos primero la tabla de frecuencias.

Número	Frecuencia
1	5
2	2
3	4
4	3
5	5
6	2
	21

$$\text{Media: } \frac{1 \cdot 5 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 3 + 5 \cdot 5 + 6 \cdot 2}{21} = \frac{70}{21} = 3,33\dots$$

Moda: 1 y 5

13. Las temperaturas máximas en una ciudad durante un mes, en grados centígrados, han sido las siguientes:

25	24	24	23	21	21	23	23	24	25
25	26	26	26	27	26	27	30	30	30
27	29	29	28	23	23	24	26	30	29

a) Construye la tabla de frecuencias.

b) Calcula la media de las temperaturas máximas.

a)

Temperatura (°C)	Frecuencia
21	2
23	5
24	4
25	3
26	5
27	3
28	1
29	3
30	4
	30

b) Media: $\frac{21 \cdot 2 + 23 \cdot 5 + 24 \cdot 4 + 25 \cdot 3 + 26 \cdot 5 + 27 \cdot 3 + 28 \cdot 1 + 29 \cdot 3 + 30 \cdot 4}{30} = \frac{774}{30} = 25,8 \text{ } ^\circ\text{C}$

14. El tutor de un grupo ha apuntado las edades de sus alumnos, por orden de lista.

14	13	14	13	13	13	12	14	12	14
12	12	12	13	13	12	14	12	13	13
13	12	13	13	12	14	13	13	13	13

a) Calcula la media de edad de la clase.

b) Calcula la moda.

a) Media: $\frac{12 \cdot 9 + 13 \cdot 15 + 14 \cdot 6}{30} = 12,9$ años

b) Moda: 13 años

15. Durante los últimos partidos, un jugador de baloncesto ha conseguido las siguientes puntuaciones.

25, 22, 25, 25, 30, 22, 10, 22, 25, 30, 19, 4

Calcula su media anotadora en ese período.

Media: $\frac{25 + 22 + 25 + 25 + 30 + 22 + 10 + 22 + 25 + 30 + 19 + 4}{12} = \frac{259}{12} = 21,58$ puntos

16. Actividad resuelta

17. Estas son las notas de los exámenes de Eva:

Calcula la media en los siguientes casos:

a) Si todos tienen el mismo peso.

b) Si el último examen es global y vale el triple que cualquiera de los otros.

a) $(5,5 + 4,5 + 5 + 9) : 4 = 24 : 4 = 6$

b) $(5,5 + 4,5 + 5 + 9 \cdot 3) : 6 = 42 : 6 = 7$



18. En un concurso de ortografía hay tres pruebas: rapidez, número de letras y palabras poco comunes. Cada una de las pruebas tiene distinta importancia, por lo que se asigna a cada una un peso: 7, 2 y 1, respectivamente. Si un participante ha obtenido en las respectivas categorías 4, 7 y 9 puntos, ¿cuál será su media ponderada?

Será: $(4 \cdot 7 + 7 \cdot 2 + 9 \cdot 1) : 10 = 51 : 10 = 5,1$ puntos

19. Con estos datos:

4	1	1	1	3	5	6	1	1	4
1	5	2	3	4	4	3	4	5	6
2	3	1	2	1	3	1	5	5	5

a) Halla la media y la moda.

b) Halla la media ponderada, sabiendo que el peso de los datos de la primera fila es 1, el de la segunda es 2, y el de la tercera, 3.

c) Calcula el rango.

a)

Valor	Frecuencia
1	9
2	3
3	5
4	5
5	6
6	2
	30

Media: $\frac{1 \cdot 9 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 5 + 4 \cdot 5 + 5 \cdot 6 + 6 \cdot 2}{30} = \frac{92}{30} = 3,07$

Moda: 1

b) La media ponderada es: $\frac{27 + 2 \cdot 37 + 3 \cdot 28}{1 \cdot 10 + 2 \cdot 10 + 3 \cdot 10} = \frac{185}{60} = 3,08$

c) El rango es: $6 - 1 = 5$.

20. Los estilos de música preferidos por 12 alumnos son:

Pop	Dance	Pop	Clásica
Rock	Pop	Dance	Rock
Clásica	Rock	Pop	Dance

a) ¿Es un carácter cualitativo o cuantitativo?

b) ¿Cuál es la moda?

c) ¿Es posible calcular el rango? ¿Por qué?

a) Es un carácter cualitativo.

b) La moda es Pop.

c) No, ya que no es un carácter cuantitativo.

21. Actividad interactiva

22. Indica si los siguientes experimentos son aleatorios.

a) Predecir en qué día de la semana caerá tu cumpleaños el año que viene.

b) Comprar un sobre de cromos que contenga el cromo que te falta para la colección.

c) Sacar una bola de una caja en la que hay bolas verdes, blancas y rojas.

d) Sacar una bola de una caja en la que solo hay bolas verdes.

a) Determinista, se puede saber con certeza.

b) Aleatorio

c) Aleatorio

d) Determinista

23. Da tres ejemplos más de experimentos aleatorios y otros tres de experimentos deterministas.

Respuesta libre

24. En una rifa de un centro escolar se han vendido papeletas numeradas del 1 al 20.

a) Escribe el espacio muestral.

b) Da tres ejemplos de sucesos elementales y otros tres de sucesos compuestos.

c) Describe el suceso “obtener un número que sea múltiplo de 9”.

d) Describe el suceso “obtener un número capicúa de dos cifras”.

e) Describe el suceso “obtener un número mayor que 100”.

a) $E = \{1, 2, 3, \dots, 19, 20\}$

b) Respuesta modelo: son sucesos elementales $\{1\}$, $\{2\}$ y $\{3\}$, y son sucesos compuestos $\{2, 3\}$, $\{\text{par}\}$, $\{\text{primo}\}$.

c) $\{9, 18\}$

d) $\{11\}$

e) $\{\emptyset\}$

25. Se lanza un dado cúbico con las caras numeradas de 1a 6. Calcula la probabilidad de cada uno de los siguientes sucesos.

a) Obtener un 6.

b) Sacar un número impar.

c) Sacar un número menor que 3.

a) $\frac{1}{6}$

b) $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

c) $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

d) Sacar 1 o 6.

e) Sacar un número menor que 10.

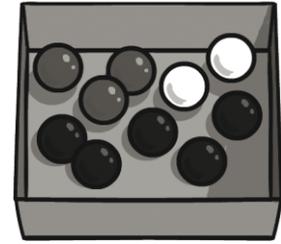
f) Sacar un número menor que 1.

d) $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

e) $\frac{6}{6} = 1$

f) $\frac{0}{6} = 0$

26. En una caja hay 3 bolas rojas, 5 bolas negras y 2 bolas blancas. Se saca una bola al azar. Calcula la probabilidad de cada uno de los siguientes sucesos.



- a) Sacar una bola roja.
- b) Sacar una bola negra.
- c) Sacar una bola que no sea azul.
- d) Sacar una bola que no sea blanca.

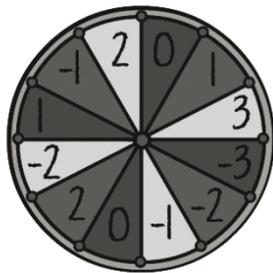
a) $\frac{3}{10}$

b) $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

c) $\frac{10}{10} = 1$

d) $\frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

27. Para un juego se utiliza una ruleta que tiene la siguiente forma.



- a) Calcula la probabilidad de caer en un 2.
- b) Calcula la probabilidad de caer en un número negativo.
- c) Calcula la probabilidad de no caer en verde.

a) $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

b) $\frac{5}{12}$

c) $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$

28. Una persona nació en el mes de diciembre. Calcula la probabilidad de cada uno de los siguientes sucesos.

- a) Que naciera el día de Navidad.
- b) Que naciera el 22 o más tarde.
- c) Que naciera en un día par.
- d) Que naciera en un día impar.

a) $\frac{1}{31}$

b) $\frac{10}{31}$

c) $\frac{15}{31}$

d) $\frac{16}{31}$

29. Actividad interactiva

30. Al preguntar a 50 personas su sabor de chicle favorito, 18 eligieron menta, 27, fresa, y el resto, sandía.

a) ¿Qué tipo de carácter estadístico es?

b) Construye la tabla de frecuencias.

a) Es un carácter cualitativo.

b)

Sabor	frecuencia absoluta
Menta	18
Fresa	27
Sandía	5
	50

31. Copia en tu cuaderno y completa la siguiente tabla de frecuencias.

Visitas	frecuencia absoluta	frecuencia relativa
0	25	0,125
1	45	0,225
2	50	0,25
3	60	0,3
4	15	0,075
5	5	0,025
	200	1

32. Se realiza una campaña para aumentar el consumo de fruta. Se ha preguntado a varios alumnos cuántas piezas de fruta comen cada día y se han obtenido los siguientes resultados:

3	0	1	1	0	1	2	2	3	1	1	3	1	1	3	1
1	3	1	3	2	0	1	1	3	1	0	1	1	2	3	1

a) Construye la tabla de frecuencias.

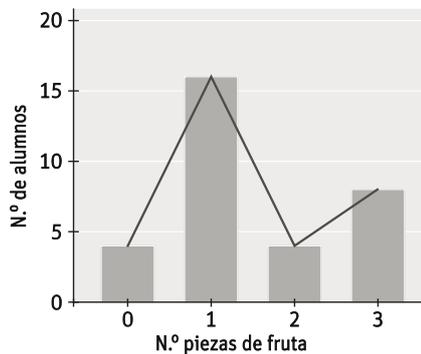
b) Representa los datos mediante un diagrama de barras.

c) Representa los datos mediante un diagrama de sectores.

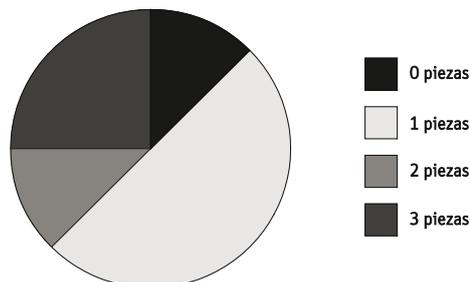
a)

Piezas	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
0	4	0,125
1	16	0,5
2	4	0,125
3	8	0,25
	32	1

b)

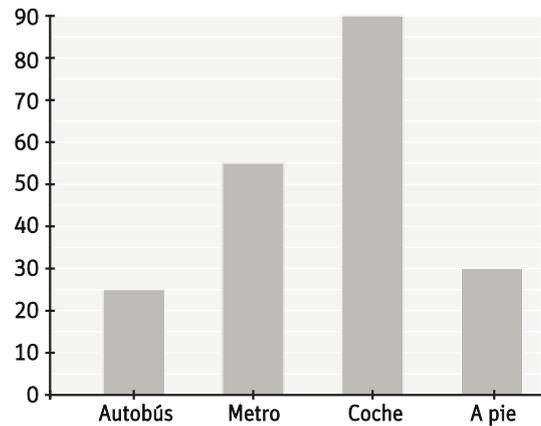


c)

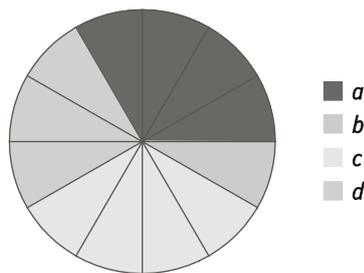


33. Se ha preguntado a varias personas qué medio de transporte usan para ir al trabajo. Con sus respuestas se ha elaborado el siguiente gráfico. Construye la tabla de frecuencias asociada.

Transporte	frecuencia absoluta	frecuencia relativa
Autobús	25	0,125
Metro	55	0,275
Coche	90	0,45
A pie	30	0,15
	200	1



34. El diagrama de sectores representa los resultados de un estudio estadístico realizado a 300 personas.



Construye la tabla de frecuencias asociada.

Resultado	frecuencia absoluta	frecuencia relativa
<i>a</i>	$4 \cdot 300 : 12 = 100$	0,333
<i>b</i>	$300 : 12 = 25$	0,083
<i>c</i>	$4 \cdot 300 : 12 = 100$	0,333
<i>d</i>	$3 \cdot 300 : 12 = 75$	0,25
	300	1

35. Las estaturas en centímetros de un grupo de personas son las siguientes:

154	160	154	158	158	158	156	158	156	150
152	154	156	156	156	150	152	158	156	

- a) Calcula la estatura media.
 b) Halla la moda y el recorrido.
 a) Se construye la tabla de frecuencias absolutas.

Talla	frecuencia
150	2
152	2
154	3
156	6
158	5
160	1
	19

$$\text{Media: } \frac{150 \cdot 2 + 152 \cdot 2 + 154 \cdot 3 + 156 \cdot 6 + 158 \cdot 5 + 160 \cdot 1}{19} = \frac{2952}{19} = 155,37 \text{ cm}$$

- b) Moda: 156 cm Recorrido: $160 - 150 = 10 \text{ cm}$

36. Actividad resuelta

37. En un concurso, las puntuaciones de las pruebas de la segunda fase tienen el triple de peso que las de la primera. Una concursante obtuvo las siguientes puntuaciones:

– 1.ª fase: 100, 90, 85, 95, 100

– 2.ª fase: 60, 75, 60, 50, 65

¿Cuál será su puntuación media ponderada?

$$\text{La media será: } \frac{100+90+85+95+100+3 \cdot (60+75+60+50+65)}{5+3 \cdot 5} = \frac{1400}{20} = 70$$

38. La media de cinco datos es 7. Si los cuatro primeros son 8, 4, 5 y 8, ¿cuánto vale el quinto dato?

Entre los cinco datos deben sumar $7 \cdot 5 = 35$. Por tanto, el que falta vale 10.

39. Para elegir el mejor videojuego, una revista otorga tres puntuaciones distintas: gráficos, diversión y originalidad. Cada una de las categorías tiene distinta importancia, por lo que se asigna a cada una un peso: 3, 5 y 2, respectivamente. Si un juego ha obtenido en las respectivas categorías 6, 8 y 7 puntos, ¿cuál será su media ponderada?

$$\text{La media ponderada será: } \frac{3 \cdot 6 + 5 \cdot 8 + 7 \cdot 2}{3 + 5 + 2} = \frac{72}{10} = 7,2.$$

40. Actividad resuelta

41. En una caja hay 3 lápices rojos, 2 negros y 1 azul. Se sacan a la vez dos lápices.

a) ¿El experimento es aleatorio? ¿Por qué?

b) Forma el espacio muestral.

c) Describe el suceso “sacar uno de los lápices azul”.

d) Describe el suceso “sacar dos colores distintos”.

a) Es aleatorio, no se puede conocer el resultado de antemano.

b) Identificando cada color por su inicial, {rr, rn, ra, nn, na}

c) {ra, na}

d) {rn, ra, na}

42. En un sobre hay ocho tarjetas, numeradas del 1 a 8. Se saca una tarjeta al azar. Calcula la probabilidad de los siguientes sucesos.

a) Sacar el 3.

c) No sacar 1 ni 8.

b) Sacar un múltiplo de 3.

d) Sacar un 3 o menos.

a) $\frac{1}{8}$

c) $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

b) $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

d) $\frac{3}{8}$

43. Un equipo de fútbol está formado por los siguientes jugadores.

8 centrocampistas

6 delanteros

3 porteros

8 defensas

Si elegimos un jugador al azar, calcula la probabilidad de los siguientes sucesos.

a) Que sea un defensa.

c) Que sea portero o defensa.

b) Que no sea un delantero.

d) Que sea portero y centrocampista.

a) $\frac{8}{25}$

c) $\frac{11}{25}$

b) $\frac{19}{25}$

d) 0 (no es posible)

44. Se ha realizado una encuesta telefónica a varios hogares en la que se preguntó el número de teléfonos móviles que había en la casa, obteniendo estos resultados:

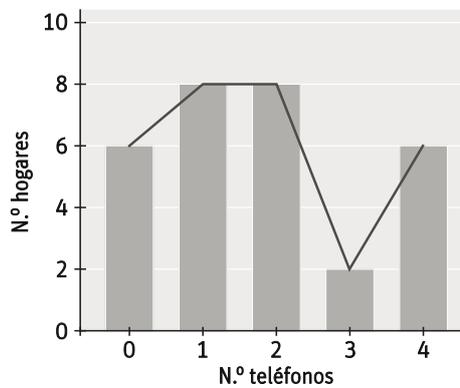
2	3	0	2	2	1	1	1	1	1	0	2	0	3	4
2	4	4	2	1	1	2	2	4	0	4	0	4	0	1

- Construye la tabla de frecuencias.
- Representa el diagrama de barras y el polígono de frecuencias.
- Construye el diagrama de sectores.
- ¿En cuántos hogares no hay ningún móvil? ¿En qué proporción de hogares hay 4 teléfonos móviles?
- Calcula la media y la moda.

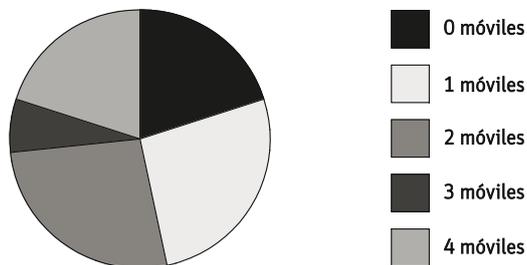
a)

Móviles	Frecuencia absoluta	frecuencia relativa
0	6	0,2
1	8	0,266
2	8	0,266
3	2	0,066
4	6	0,2
	30	1

b)



c)



- d) En 6 hogares no hay ningún móvil. Y 4 teléfonos móviles hay en 6 hogares, es decir, $\frac{6}{30} = \frac{1}{5}$

e) Media: $\frac{0 \cdot 6 + 1 \cdot 8 + 2 \cdot 8 + 3 \cdot 2 + 4 \cdot 6}{30} = \frac{54}{30} = 1,8$

Moda: 1 y 2

45. ¿Cuánto vale la suma de las alturas de las barras en un diagrama de barras?

La suma es igual al tamaño de la población.

46. Los pesos en kilogramos de varios recién nacidos en un hospital fueron los siguientes.

3,25	3,25	4,25	4,75	4,75	4,5	3	4,75	4,25	
3	5	5	3,75	3,5	4,5	4,75	4,75	4,75	4,25
3,5	4,75	4,25	4,25	4,25	4,75	4,75	4	3,5	

- Realiza el recuento de los datos y construye la tabla de frecuencias.
- Calcula el peso medio y la moda.
- Calcula el rango.
- Se elige un bebé al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que haya pesado 3,25 kg?

Peso	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
3	2	0,07
3,25	2	0,07
3,5	3	0,11
3,75	1	0,04
4	1	0,04
4,25	6	0,21
4,5	2	0,07
4,75	9	0,32
5	2	0,07
	28	1

b) Media: $\frac{3 \cdot 2 + 3,25 \cdot 2 + 3,5 \cdot 3 + 3,75 \cdot 1 + 4 \cdot 1 + 4,25 \cdot 6 + 4,5 \cdot 2 + 4,75 \cdot 9 + 5 \cdot 2}{28} = \frac{118}{28} = 4,2 \text{ kg}$

c) El rango es: $5 - 3 = 2 \text{ kg}$

d) $\frac{2}{28} = \frac{1}{14} = 0,07$

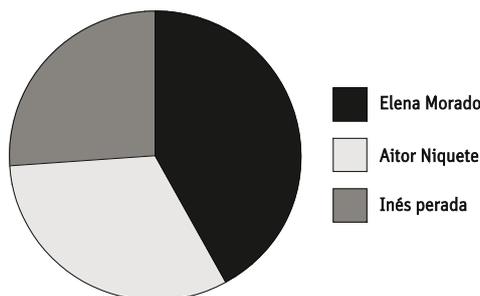
47. Para elegir al ganador de un concurso musical, un programa de televisión pide a los espectadores que Manden mensajes apoyando a los participantes. Los resultados han sido:

Elena Morado: 42 % Aitor Niquete: 32 % Inés Perada: 26 %

Si han votado 200 personas en total, representa el diagrama de sectores correspondiente.

Para el gráfico no haría falta conocer el número de votos de cada uno, basta con los porcentajes, pero vamos a calcularlo también.

Elena Morado: 42 % de 200 = 84 Aitor Niquete: 32 % de 200 = 64 Inés Perada: 26 % de 200 = 52



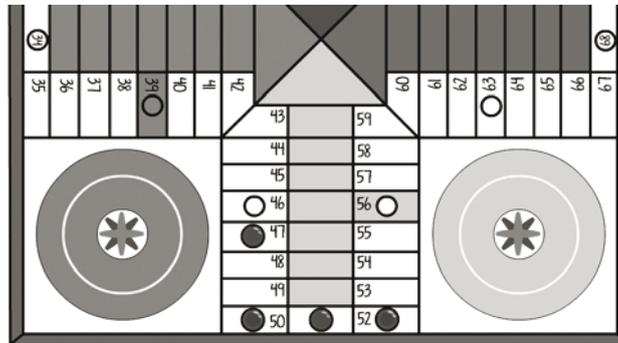
48. En una clase se ha realizado la revisión médica. El médico ha apuntado los siguientes datos:

- Estatura media de las chicas: 1,45 m
- Estatura media de los chicos: 1,55 m
- Estatura media del grupo: 1,52 m

¿Puede ser que haya tantos chicos como chicas? Razona la respuesta.

No es posible, ya que en ese caso la media del grupo sería igual a la media de las estaturas medias por sexos, 1,50 m. En el grupo hay más chicos.

49. Ricardo y Marga están jugando al parchís. Él juega con fichas rojas, y ella, con fichas azules. En un momento de la partida, es el turno de Ricardo y las fichas están en estas posiciones:



- a) ¿Qué probabilidad hay de que la ficha más adelantada de Ricardo se coma alguna de las de Marga? ¿Y la más retrasada?
- b) ¿Qué probabilidad hay de que Ricardo se coma alguna de las fichas de Marga?
- c) ¿Para qué valores del dado, Ricardo no podrá comer ninguna ficha de Marga? ¿Qué probabilidad hay de que eso ocurra?

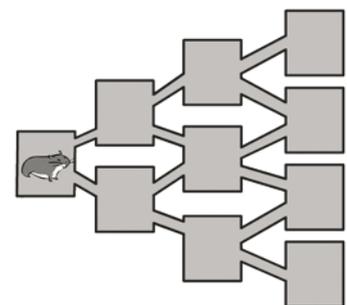
a) Necesita un 1, la probabilidad es $\frac{1}{6}$. Para la más retrasada necesita 3 o 5, la probabilidad es $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

b) Necesita sacar, para la más adelantada un 1, y para la más retrasada un 3 o un 5, la probabilidad es $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

c) Si saca 2, 4 o 6 no podrá comer ninguna. La probabilidad es $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

50. Un ratón recorre un laberinto yendo siempre de izquierda a derecha. Al llegar a cada cruce, la probabilidad de elegir un camino u otro es la misma.

- a) Copia el esquema en tu cuaderno y busca todos los recorridos posibles.
- b) ¿En qué casilla es más probable que acabe?
- c) Calcula la probabilidad de que termine en cada una de las casillas.



- a) En total hay 8 recorridos posibles.
- b) Es más probable que acabe en una de las casillas centrales.
- c) Solo hay un camino a la casilla superior (probabilidad $\frac{1}{8}$) y uno a la inferior (probabilidad $\frac{1}{8}$). A las casillas intermedias hay tres caminos posibles en cada caso (probabilidad $\frac{3}{8}$).

51. La nota media de cinco alumnos de la clase es 7, y la nota media de otros diez, 5. ¿Cuál es la nota media de los quince?

$$\text{La nota media es } \frac{5 \cdot 7 + 10 \cdot 5}{15} = \frac{85}{15} = 5,6$$

52. Un jugador de baloncesto encesta 12 de 30 tiros libres. Tiene que tirar 10 más. ¿Cuántos debe encestar para llegar al 50 % de aciertos?

- A. 3 B. 4 C. 6 D. 8

D. 8. Como el 50 % de 40 es 20, necesita anotar 8.

53. La media de 6 números es 4,5. Añadimos dos más y la media sigue siendo 4,5. ¿Cuál es la suma de estos dos nuevos números?

- A. 27 B. 9 C. 36 D. 4,5

B. 9. La media de los dos números es 4,5. Por tanto, su suma es 9.

54. Las caras de un dado están numeradas con 1, 1, 2, 2, 3,3 y las de otro con 4, 4, 5, 5, 6, 6. Los tiramos. ¿Cuál es la probabilidad de que la suma de los números de las caras superiores sea impar?

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{4}{9}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{5}{9}$

D. $\frac{5}{9}$. La probabilidad de cada resultado en cada dado es $\frac{1}{3}$. Para que la suma sea impar, debemos sacar:

1-4, 1-6, 2-5, 3-4 o 3-6. Cada una de estas combinaciones tiene probabilidad $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$. Por tanto, la suma de todas ellas es $\frac{5}{9}$.

55. Un juego de ordenador simula el lanzamiento con arco a una diana. Se van lanzando dos flechas negras y una morada, luego se aleja la diana y se vuelve a tirar. Los lanzamientos con flechas negras puntúan de 1 a 10, y los de flechas moradas multiplican su valor por 2.

Guillermo ha conseguido las siguientes puntuaciones: 10 10 10 8 7 9 6 5 6 4 4 7

Él asegura que su puntuación media es menor que 7,2.

¿Estás de acuerdo con él? Justifica tu respuesta.

Su puntuación total es $10 + 10 + 10 \cdot 2 + 8 + 7 + 9 \cdot 2 + 6 + 5 + 6 \cdot 2 + 4 + 4 + 7 \cdot 2 = 118$.

La media ponderada es $\frac{118}{16} = 7,375$. Guillermo no tenía razón.

Posiblemente calculó su media sin ponderar: $\frac{10+10+10+8+7+9+6+5+6+4+4+7}{12} = \frac{86}{12} = 7,166\dots$

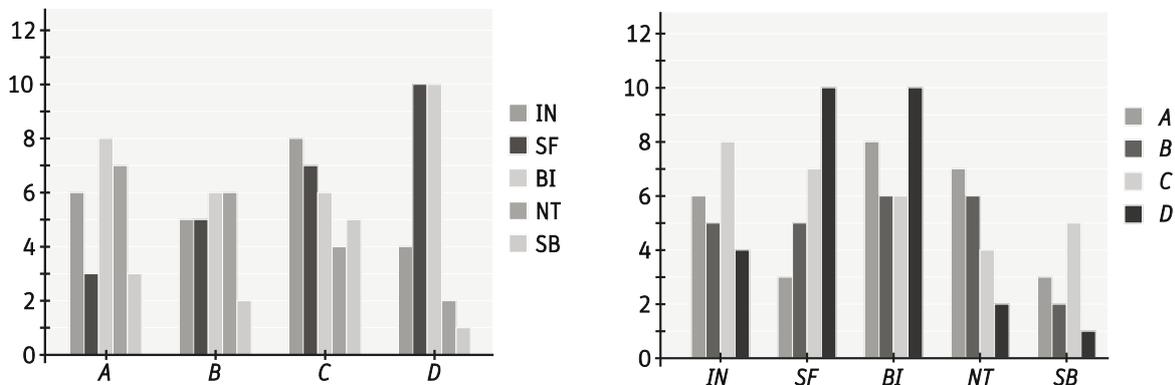
PONTE A PRUEBA

El teleférico

Problema resuelto

Dando la nota

Los profesores de matemáticas de un centro escolar han elaborado dos gráficos para comparar los resultados de sus grupos en 1.º E.S.O. en la pasada evaluación. Uno de ellos ha elaborado el gráfico separando los resultados de cada grupo y otro ha agrupado los datos según las notas obtenidas.



1. A partir de los gráficos, calcula el número de alumnos de cada clase.
2. ¿Qué gráfico crees que es mejor para estudiar los resultados de un grupo?
3. Calcula la nota media de cada grupo. Para hacerlo, considera las siguientes equivalencias:

$$IN = 4; SF = 5; BI = 6; NT = 7; SB = 9.$$

1. 1.º A: 27 alumnos. 1.º B: 24 alumnos. 1.º C: 30 alumnos. 1.º D: 27 alumnos.

2. El primer gráfico da una idea más clara del grupo.

$$3. \text{ 1.º A: } \frac{6 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + 8 \cdot 6 + 7 \cdot 7 + 3 \cdot 9}{27} = \frac{163}{27} = 6,037\dots$$

$$\text{ 1.º C: } \frac{8 \cdot 4 + 7 \cdot 5 + 6 \cdot 6 + 4 \cdot 7 + 5 \cdot 9}{30} = \frac{176}{30} = 5,866\dots$$

$$\text{ 1.º B: } \frac{5 \cdot 4 + 5 \cdot 5 + 6 \cdot 6 + 6 \cdot 7 + 2 \cdot 9}{24} = \frac{141}{24} = 5,875$$

$$\text{ 1.º D: } \frac{4 \cdot 4 + 10 \cdot 5 + 10 \cdot 6 + 2 \cdot 7 + 1 \cdot 9}{27} = \frac{149}{27} = 5,518\dots$$

¿Usas gafas?

La clase de María tiene 30 alumnos. María les ha clasificado teniendo en cuenta varias variables:

- Hay 20 chicos y 10 chicas.
- Hay 11 personas con gafas y 19 sin gafas.
- Hay 22 personas que tienen 13 años y 8 que tienen 14 años.

1. ¿Cuántos chicos de 13 años, con gafas, puede haber como máximo?
2. ¿Es posible que no haya ninguno?
3. ¿Cuántas chicas de 14 años que lleven gafas puede tener como máximo esa clase?
4. Forma una clase con esos datos, de manera que estén presentes todas las combinaciones posibles y haya al menos dos personas en cada una de ellas (es decir, al menos dos chicos con gafas de 13 años, dos chicos con gafas de 14 años, etc.).

1. Como máximo habrá 11, ya que solo hay 11 alumnos con gafas.
2. Como hay 20 chicos y solo hay 19 alumnos sin gafas, al menos hay un chico con gafas.
3. Podría haber 8 chicas de 14 años con gafas como máximo.

4. Escribimos primero todas las parejas que tiene que haber y completamos los alumnos que faltan:

2 chicos con gafas de 13 años	2 chicos sin gafas de 13 años
2 chicos con gafas de 14 años	2 chicos sin gafas de 14 años
2 chicas con gafas de 13 años	2 chicas sin gafas de 13 años
2 chicas con gafas de 14 años	2 chicas sin gafas de 14 años

Hemos "gastado" 8 chicos, 8 chicas, 8 con gafas, 8 sin gafas, 8 de 13 años y 8 de 14 años. Quedan 12 chicos, 2 chicas, 3 con gafas, 11 sin gafas, 14 de 13 años y ninguno de 14 años. Podemos repartirlos como queramos.

Por ejemplo, 2 chicas con gafas de 13 años, 1 chico con gafas de 13 años y 11 chicos sin gafas de 13 años.

Juego justo

Julián y Ana juegan con un dado cada uno. El de Julián tiene 1 uno, 2 doses y 3 treses, y el de Ana, 2 unos, 2 doses y 2 treses. Quieren inventarse un juego que sea justo, de forma que si cada uno lanza su dado, los dos tengan la misma probabilidad de ganar.

1. Anota en tu cuaderno todos los resultados posibles y las probabilidades de que ocurran. Por ejemplo, como el dado de Julián tiene un uno y el de Ana tiene dos, hay dos formas de obtener dos 1. En cambio, hay $2 \cdot 2 = 4$ formas de sacar un 2 y un 1.
2. En el primer juego que inventan, Julián gana si la suma de los dados es par y pierde si es impar. ¿Cuál de los dos jugadores tiene ventaja?
3. Ana propone multiplicar los resultados. Ganará ella si el producto es par y ganará Julián si es impar. ¿Es un juego justo?
4. Si los dos dados fueran como el de Ana, ¿alguno de los dos juegos sería justo?

1. En la tabla aparecen los resultados posibles:

Dado de Julián	Dado de Ana	Posibilidades	Probabilidad
1	1	2	$\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$
1	2	2	$\frac{1}{18}$
1	3	2	$\frac{1}{18}$
2	1	4	$\frac{1}{9}$
2	2	4	$\frac{1}{9}$
2	3	4	$\frac{1}{9}$
3	1	6	$\frac{1}{6}$
3	2	6	$\frac{1}{6}$
3	3	6	$\frac{1}{6}$
		36	1

2. La suma es par si sacan 1-1, 1-3, 2-2, 3-1 o 3-3. La suma de probabilidades es $\frac{20}{36}$, más de $\frac{1}{2}$, por lo que Julián tiene ventaja.
3. El producto es par si sacan 1-2, 2-1, 2-2, 2-3, 3-2. La suma de probabilidades es $\frac{20}{36}$, más de $\frac{1}{2}$, por lo que Ana tiene ventaja.
4. Si los dos dados son como el de Ana, la probabilidad de cada suma sería $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$. En ambos juegos la probabilidad de ganar sería ahora de $\frac{5}{9}$, por lo que no serían justos.

AUTOEVALUACIÓN

1. En las últimas elecciones en un pueblo, los resultados fueron los siguientes:

Candidato	Votos
Ana	80
Daniel	40
José Luis	30
Olga	20
Víctor	10

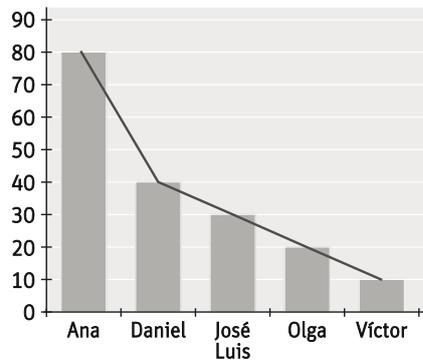
a) Calcula las frecuencias relativas.

b) Representa los datos en un diagrama de barras y en un polígono de frecuencias.

a)

Candidato	Votos	Frecuencias relativas
Ana	80	$\frac{80}{180} = \frac{4}{9}$
Daniel	40	$\frac{40}{180} = \frac{2}{9}$
José Luis	30	$\frac{30}{180} = \frac{1}{6}$
Olga	20	$\frac{20}{180} = \frac{1}{9}$
Víctor	10	$\frac{10}{180} = \frac{1}{18}$
	180	1

b)



2. En una encuesta sobre el número de mascotas en varios hogares se obtuvieron las siguientes respuestas:

1	2	1	1	3	0	0	0	1	0	3	4	1	3	1
1	1	3	2	0	0	0	1	1	2	4	1	2	1	2

a) Forma la tabla de frecuencias.

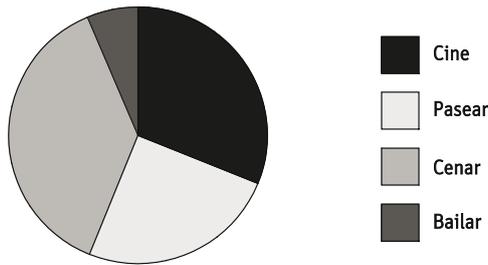
b) Calcula la media y la moda.

a)

Mascotas	frecuencia absoluta	frecuencia relativa
0	7	0,23
1	12	0,4
2	5	0,17
3	4	0,13
4	2	0,07
	30	1

b) Media: $\frac{0 \cdot 7 + 1 \cdot 12 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 2}{30} = \frac{42}{30} = 1,4$. Moda: 1

3. En un grupo de 16 personas, 5 quieren ir al cine, 4 quieren ir a pasear, 6 quieren ir a cenar y la última quiere ir a bailar. Representa el diagrama de sectores correspondiente.



4. La calificación de una asignatura depende de tres notas: exámenes, ejercicios y trabajos. Para calcular la nota se asigna a cada parte un peso: 12, 5 y 3, respectivamente. Alberto obtuvo unas notas de 8, 3 y 4 respectivamente. ¿Cuál será su media ponderada?

Su media será:
$$\frac{12 \cdot 8 + 5 \cdot 3 + 3 \cdot 4}{20} = \frac{123}{20} = 6,15.$$

5. Observa las faldas del armario de Rosa.



Si elige una de ellas al azar, calcula la probabilidad de estos sucesos:

- Sacar una falda roja.
- No sacar una falda negra.
- Sacar una falda azul o negra.
- Sacar una falda que no sea ni azul ni roja.
- No sacar una falda.

a) $\frac{3}{10}$

b) $\frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

c) $\frac{7}{10}$

d) $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

e) 0