

13 Estadística unidimensional

ANALIZA Y SACA CONCLUSIONES

¿Crees que las estadísticas del equipo contrario influyen en el entrenador a la hora de elaborar el equipo inicial?

Sí.

En una estadística todos los tiros tienen el mismo valor, ¿crees que eso es justo?

No, hay tiros de diferentes valores.

¿Por qué en el fútbol se utilizan menos estadísticas que en el baloncesto?

Porque es un deporte menos tecnificado y por tanto, más reacio a incorporar métodos modernos.

PIENSA Y CONTESTA

Enumera “ocho” variables estadísticas, además de las que se citan en el artículo, (porcentaje de tiros de 2 encastados, tapones...), de cada jugador que nos brindan en un partido.

Respuesta libre (minutos jugados, faltas recibidas, altura del jugador, puntos conseguidos por el equipo...).

Actividades propuestas

- Actividad resuelta
- Para estudiar cuánto tiempo hacen deporte los alumnos de secundaria de un centro, ¿cuál es la muestra más representativa?
 - Los miembros del equipo de baloncesto.
 - Preguntar a un alumno de cada clase.
 - Preguntar a un alumno de cada clase. Porque así representará a la población, en este caso a todos los alumnos de secundaria.
- Para hacer un estudio económico se quiere seleccionar una muestra representativa de 1000 personas. La población total es de 2 000 000 de habitantes, de los cuales 700 000 viven en zonas urbanas y el resto en zonas rurales. Además 900 000 son personas de más de 40 años.
 - ¿Cuántas personas de la muestra han de ser habitantes de ciudad y cuántos de una zona rural?
 - ¿Cuántos encuestados han de ser menores de 40 años?
 - Para que la muestra sea representativa es necesario que las personas de zonas rurales y urbanas estén en la misma proporción que en la población.
La distribución de la población es:
 Zona urbana: $\frac{700\,000}{2\,000\,000} \cdot 100 = 35\%$ Zona rural: $\frac{1\,300\,000}{2\,000\,000} \cdot 100 = 65\%$
 Por tanto en una muestra de 1.000 personas habrá:
 35% de 1.000 = 350 personas de zona urbana y 65% de 1.000 = 650 personas de zona rural.

- Los menores de 40 años de la muestra tendrán que ser proporcionales a los de la población:
 $\frac{1\,100\,000}{2\,000\,000} \cdot 100 = 55\%$

Por tanto en la muestra habrá 55 % de 1 000 = 550 personas menores de 40 años.

4. Actividad resuelta

5. El ministerio de turismo ha realizado una encuesta sobre las formas de la población. Las preguntas son:

1. Número de personas que viajan.
2. Región destino del viaje.
3. Tipo de viaje (turismo, trabajo, familiar, salud...)
4. Medio de transporte.
5. Duración en días.

Indica de qué tipo es cada una de las variables estadísticas estudiadas.

1. Número de personas que viajan: es cuantitativa y solo puede tomar valores naturales, por tanto es discreta.
2. Región destino del viaje: no se puede expresar mediante número, por lo que es cualitativa.
3. Tipo de viaje (turismo, trabajo, familiar, salud...): no se puede expresar mediante número, por lo que es cualitativa.
4. Medio de transporte: no se puede expresar mediante número, por lo que es cualitativa.
5. Duración en días: es cuantitativa y solo puede tomar valores naturales, por tanto es discreta.

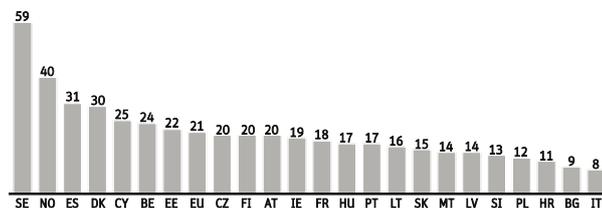
6. En la ficha de matrícula de un colegio se recogen los siguientes apartados con objeto de hacer un estudio estadístico de los alumnos:

1. Nacionalidad.
2. Número de hermanos.
3. Edad.
4. Distancia del domicilio al centro.
5. Nivel de renta.

¿De qué tipo es cada una de las variables?

1. Nacionalidad: no se puede expresar mediante número, por lo que es cualitativa.
2. Número de hermanos: es cuantitativa y solo puede tomar valores naturales, por tanto es discreta.
3. Edad: es cuantitativa y solo puede tomar valores naturales, por tanto es discreta.
4. Distancia del domicilio al centro: es cuantitativa y puede tomar cualquier valor mayor o igual que 0, por lo que es continua.
5. Base imponible en la declaración de renta: es cuantitativa y puede tomar cualquier valor mayor o igual que 0, por lo que es continua.

7. Este gráfico representa el número de ordenadores por cada 100 alumnos en 2.º de ESO en los países europeos en 2011.



- a) **¿De qué tipo es la variable estadística estudiada?**
 - b) **Si EU representa la media de la Unión Europea y ES la media de España, interpreta la situación de España en cuanto al número de ordenadores en 2.º de ESO.**
- a) Es cuantitativa y solo puede tomar valores naturales, por tanto es discreta.
 - b) La situación de España se sitúa por encima de la media europea, con más ordenadores por cada 100 niños (21 % en la Unión Europea frente a 31 % en España).

8. Actividad resuelta

9. En un centro educativo se ha realizado un estudio sobre las faltas de asistencia a la primera hora de clase en el último mes. Se ha seleccionado una muestra de 40 alumnos y se han obtenido los siguientes datos:

3, 1, 2, 0, 1, 0, 3, 0, 0, 1, 4, 2, 1,
0, 0, 0, 1, 1, 2, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1,
0, 0, 0, 2, 0, 0, 0, 3, 0, 0, 1, 0, 2

- a) ¿De qué tipo es la variable?
 - b) Elabora una tabla de frecuencias.
 - c) ¿Cuál es el valor de la variable más frecuente?
 - d) ¿Qué porcentaje de alumnos han faltado alguna vez?
- a) Se trata de una variable cuantitativa y solo puede tomar valores naturales, por tanto es discreta.
- b) Tabla de frecuencias:

x_i	f_i	h_i	$h_i (%)$	F_i	H_i	$H_i (%)$
0	21	0,525	52,5	21	0,525	52,5
1	10	0,25	25	31	0,775	77,5
2	5	0,125	12,5	36	0,9	90
3	3	0,075	7,5	39	0,975	97,5
4	1	0,25	2,5	40	1	100
N = 40		1	100			

- c) El valor de la variable más frecuente es el 0, es decir, sin faltas de asistencia a la primera hora de clase.
- d) El porcentaje de alumnos que ha faltado alguna vez es la diferencia del total menos los que no han faltado nunca. Como el 52,5 % no tiene faltas de asistencia, el 47,5 % de los alumnos ha faltado alguna vez.

10. En una tienda especializada en videojuegos quieren realizar un análisis sobre sus ventas. Para ello contabilizan el número de videoconsolas de gama baja, media y alta que han vendido en los últimos 30 días. Los resultados han sido los siguientes:

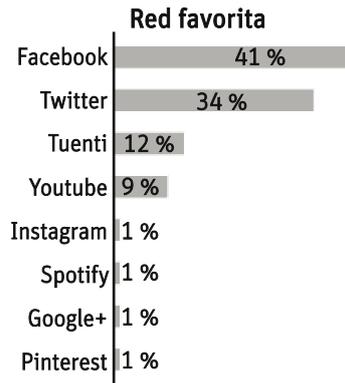
B, M, A, B, A, B, A, A, M, M, M, B, A, B,
B, A, M, B, M, B, B, A, A, B, B, M, A, M, A, A

- a) Presenta los datos en una tabla de frecuencias acumuladas
 - b) ¿Qué tipo de videoconsola es el más vendido?
 - c) ¿Qué porcentaje representan las videoconsolas de gama baja del total?
 - d) ¿Cuántas videoconsolas se han vendido que no sean de gama alta?
- a) Tabla de frecuencias:

x_i	f_i	h_i	$h_i (%)$	F_i	H_i	$H_i (%)$
B	11	0,37	37	11	0,37	37
M	8	0,27	27	19	0,64	64
A	11	0,37	37	30	1	100
N = 30		1	100			

- b) Se han vendido el mismo número de videoconsolas de gama baja que de gama alta.
- c) Las videoconsolas de gama baja representan un 37 % del total de las ventas.
- d) En total se han vendido 19 consolas que no son de gama alta. Es decir, 11 de gama baja más 8 de gama media.

11. Se ha preguntado a 1200 adolescentes sobre su red social favorita y estos han sido los resultados:



Elabora la tabla de frecuencias.

x_i	f_i	h_i	h_i (%)	F_i	H_i	H_i (%)
Facebook	492	0,41	41	492	0,41	41
Twitter	408	0,34	34	900	0,75	75
Tuenti	144	0,12	12	1.044	0,87	87
Youtube	108	0,09	9	1.152	0,96	96
Instagram	12	0,01	1	1.164	0,97	97
Spotify	12	0,01	1	1.176	0,98	98
Google+	12	0,01	1	1.188	0,99	99
Pinterest	12	0,01	1	1.200	1	100
N = 1.200		1	100			

12. Se ha realizado una encuesta a 120 personas sobre el uso que han hecho de internet.

Los resultados en porcentaje han sido los siguientes (los encuestados podían marcar más de una opción):

Enviar mensajes públicos o privados	35 %
Revisar actividad de los contactos	33 %
Ver vídeos, oír música	20 %
Chatear	26 %
Colgar contenidos	14 %
Comentar actualidad	12 %
Jugar online	13 %
Crear eventos	4 %

Haz una tabla de frecuencias de los distintos usos de internet.

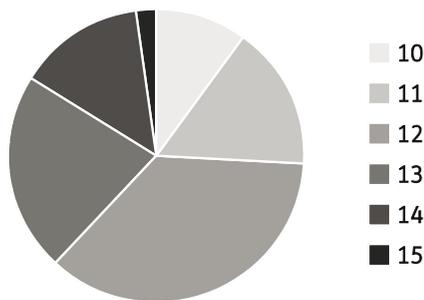
x_i	f_i	h_i	h_i (%)	F_i	H_i	H_i (%)
Enviar mensajes públicos o privados	42	0,22	22	42	0,22	22
Revisar actividad de los contactos	40	0,21	21	82	0,43	43
Ver vídeos, oír música	24	0,13	13	106	0,56	56
Chatear	31	0,16	16	137	0,72	72
Colgar contenidos	17	0,09	9	154	0,81	81
Comentar actualidad	14	0,07	7	168	0,88	88
Jugar online	16	0,09	9	184	0,97	97
Crear eventos	5	0,03	3	189	1	100
N = 189		1	100			

13. En la consulta de pediatría de un hospital han realizado una encuesta para estudiar con cuántos meses comienzan a andar los bebés. Los resultados han sido:

Meses	Bebés
10	5
11	8
12	18
13	11
14	7
15	1

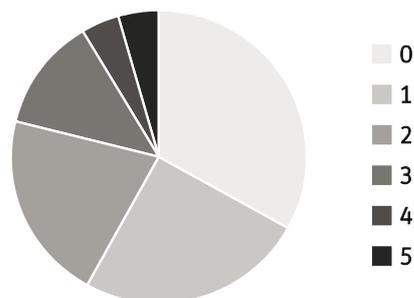
Representa la distribución en un diagrama de sectores.

Meses	Bebés	h_i	Amplitud del sector
10	5	0,1	$0,1 \cdot 360^\circ = 36^\circ$
11	8	0,16	$0,16 \cdot 360^\circ = 57,6^\circ$
12	18	0,36	$0,36 \cdot 360^\circ = 129,6^\circ$
13	11	0,22	$0,22 \cdot 360^\circ = 79,2^\circ$
14	7	0,14	$0,14 \cdot 360^\circ = 50,4^\circ$
15	1	0,02	$0,02 \cdot 360^\circ = 7,2^\circ$



14. Dibuja el diagrama de sectores correspondiente a la distribución del número de hermanos del ejemplo.

Hermanos	f_i	h_i	Amplitud del sector
0	8	0,33	$0,33 \cdot 360^\circ = 120^\circ$
1	6	0,25	$0,25 \cdot 360^\circ = 90^\circ$
2	5	0,21	$0,21 \cdot 360^\circ = 75^\circ$
3	3	0,13	$0,13 \cdot 360^\circ = 45^\circ$
4	1	0,04	$0,04 \cdot 360^\circ = 15^\circ$
5	1	0,04	$0,04 \cdot 360^\circ = 15^\circ$



15. Haz un diagrama de sectores para los datos de cada una de las siguientes distribuciones.

a) Deporte favorito de 60 personas:

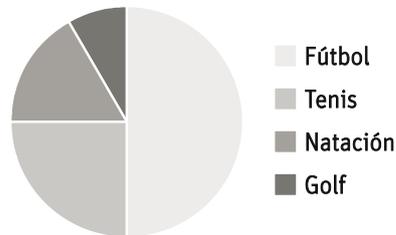
Deporte	f_i
Fútbol	30
Tenis	15
Natación	10
Golf	5

b) Área de los océanos en millones de km^2 .

Océano	f_i
Pacífico	180
Atlántico	150
Índico	72
Ártico	20
Antártico	12

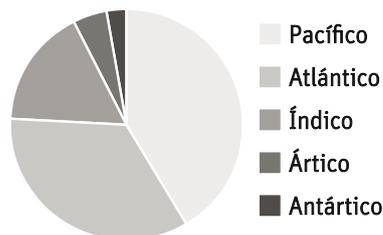
a) Deporte favorito:

Deporte	f_i	h_i	Amplitud del sector
Fútbol	30	0,50	$0,50 \cdot 360^\circ = 180^\circ$
Tenis	15	0,25	$0,25 \cdot 360^\circ = 90^\circ$
Natación	10	0,17	$0,17 \cdot 360^\circ = 60^\circ$
Golf	5	0,08	$0,08 \cdot 360^\circ = 30^\circ$



b) Área de los océanos:

Océanos	f_i	h_i	Amplitud del sector
Pacífico	180	0,41	$0,41 \cdot 360^\circ = 149,31^\circ$
Atlántico	150	0,35	$0,35 \cdot 360^\circ = 124,42^\circ$
Índico	72	0,17	$0,17 \cdot 360^\circ = 59,72^\circ$
Ártico	20	0,05	$0,05 \cdot 360^\circ = 16,59^\circ$
Antártico	12	0,03	$0,03 \cdot 360^\circ = 9,95^\circ$

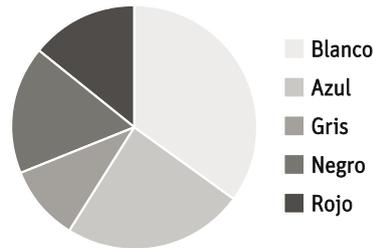
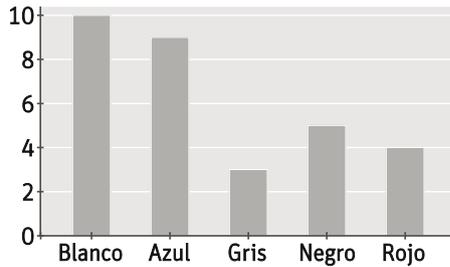


16. Se ha anotado el color de cada uno de los coches de un concesionario, obteniendo:

Blancos: 10 Azules: 7 Grises: 3 Negros: 5 Rojos: 4.

Representa estos datos mediante un diagrama de sectores y de barras.

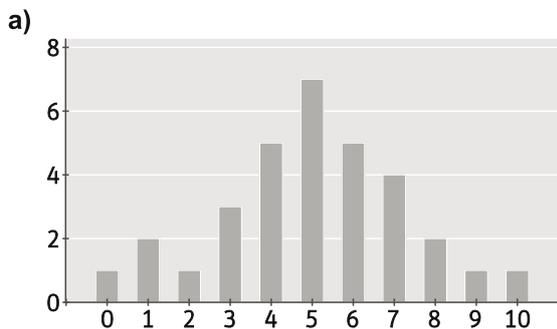
Colores	f_i	h_i	Amplitud del sector
Blanco	10	0,34	$0,34 \cdot 360^\circ = 124,14^\circ$
Azul	7	0,24	$0,24 \cdot 360^\circ = 86,90^\circ$
Gris	3	0,10	$0,10 \cdot 360^\circ = 37,24^\circ$
Negro	5	0,17	$0,17 \cdot 360^\circ = 62,07^\circ$
Rojo	4	0,14	$0,14 \cdot 360^\circ = 49,66^\circ$



17. Las calificaciones de Lengua de los 32 alumnos de una clase vienen dadas por la siguiente tabla:

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f_i	1	2	1	3	5	7	5	4	2	1	1

- a) Construye el diagrama de barras asociado.
 b) ¿Tiene sentido utilizar un diagrama de sectores?

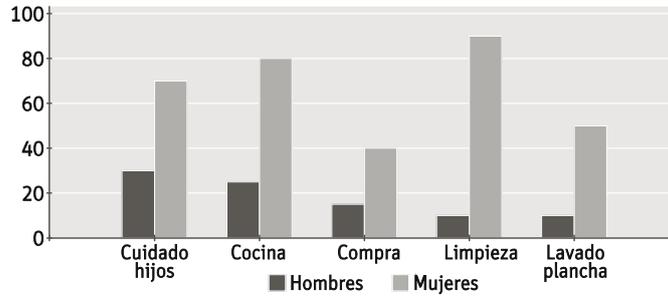


- b) No tiene sentido porque el número de valores de la variable es grande.

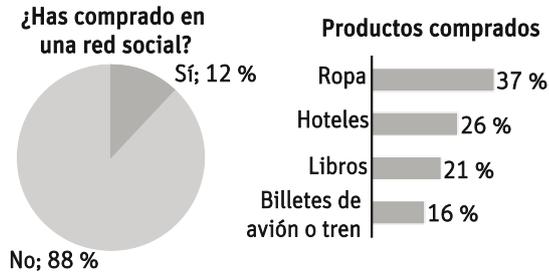
18. En la tabla se da el tiempo medio diario que dedican los hombres y las mujeres a las tareas del hogar.

Tarea	Hombres	Mujeres
Cuidado hijos	30	70
Cocina	25	80
Compra	15	40
Limpieza	10	90
Lavado/plancha	10	45

Haz un único diagrama de barras, con diferentes barras para hombres y mujeres.



19. En una encuesta sobre comercio en Internet se han obtenido los resultados que se muestran en estos gráficos:



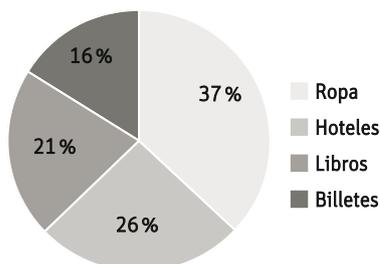
Fuente: IV estudio anual de Redes Sociales. Enero 2015. eLOGIa-iabspain

- a) Construye la tabla de frecuencias asociada a cada gráfico.
- b) Representa los datos de la segunda gráfica en un diagrama de sectores.

¿Has comprado en una red social?	h_i	$h_i (%)$	H_i	$H_i (%)$
Sí	0,88	88	0,88	88
No	0,12	12	1	100
	1	100		

Productos comprados	h_i	$h_i (%)$	H_i	$H_i (%)$
Ropa	0,37	37	0,37	37
Hoteles	0,26	26	0,63	63
Libros	0,21	21	0,84	84
Billetes de avión o tren	0,16	16	1	100
	1	100		

b)



20. Copia y completa la siguiente tabla de frecuencias y representa los datos en el correspondiente diagrama de sectores.

x_i	f_i	h_i
A	8	0,20
B	8	0,20
C	14	0,35
D	6	0,15
E	4	0,10
	N = 40	1

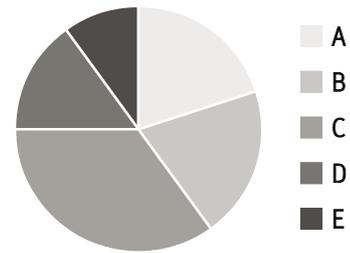


Diagrama de sectores

21. Las ventas diarias de un determinado comercio, expresadas en euros, a lo largo de un mes han sido:



Agrupar los datos en intervalos de amplitud 75 y haz la tabla de frecuencias.

a) ¿Cuál es la marca de clase más frecuente?

b) ¿Qué porcentaje de días se han superado los 500 € de ventas?

Ventas (€)	Marca de clase, x_i	f_i	h_i	h_i (%)	F_i	H_i	H_i (%)
[50, 125)	87,5	2	0,07	7	2	0,07	7
[125, 200)	162,5	11	0,37	37	13	0,43	43
[200, 275)	237,5	5	0,17	17	18	0,60	60
[275, 350)	312,5	1	0,03	3	19	0,63	63
[350, 425)	387,5	5	0,17	17	24	0,80	80
[425, 500)	462,5	1	0,03	3	25	0,83	83
[500, 575)	537,5	1	0,03	3	26	0,87	87
[575, 650)	612,5	1	0,03	3	27	0,90	90
[650, 725)	687,5	1	0,03	3	28	0,93	93
[725, 800)	762,5	2	0,07	7	30	1	1
		N = 30	1	100			

a) La marca de clase más frecuente es 162,5 €.

b) Ha habido 5 días cuya venta ha superado los 500 €. Esto supone un 17 % de los días.

22. Las edades de los asistentes a un partido de baloncesto vienen dadas por la siguiente tabla de frecuencias:

Edad	x_i	f_i
[0,10)	5	128
[10,20)	15	232
[20,30)	25	358
[30,40)	35	292
[40,50)	45	156
[50,60)	55	94
[60,70)	65	76
[70,80)	75	44

- a) Completa las columnas de frecuencias que faltan.
 - b) ¿Qué porcentaje de asistentes tiene menos de 20 años?
 - c) ¿Qué porcentaje está entre 30 y 50 años?
- a) Tabla de frecuencias:

Edad	x_i	f_i	h_i	h_i (%)	F_i	H_i	H_i (%)
[0,10)	5	128	0,09	9	128	0,09	9
[10,20)	15	232	0,17	17	360	0,26	26
[20,30)	25	358	0,26	26	718	0,52	52
[30,40)	35	292	0,21	21	1010	0,73	73
[40,50)	45	156	0,11	11	1166	0,84	84
[50,60)	55	94	0,07	7	1260	0,91	91
[60,70)	65	76	0,06	6	1336	0,97	97
[70,80)	75	44	0,03	3	1380	1,00	100

- b) Hay un 26 % que tiene menos de 20 años.
- c) Entre 30 y 50 años hay 21 % + 11 % = 32 %.

23. El número de llamadas telefónicas recibidas en una centralita durante cuarenta días ha sido:

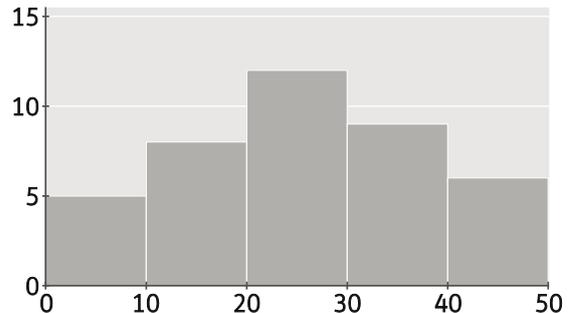
23	26	12	35	40	28	9	31	32	30
29	15	29	34	21	34	11	19	46	27
46	21	28	18	8	3	23	24	35	5
43	34	22	33	11	13	12	45	7	43

- a) Agrupa los datos en 5 intervalos de amplitud 10.
 - b) Elabora la tabla de frecuencias de datos agrupados.
 - c) Representa el histograma.
- a) Como el mínimo es 3 y el máximo es 46 hacemos intervalos empezando en 0:
- [0, 10) [10, 20) [20, 30) [30, 40) [40, 50)

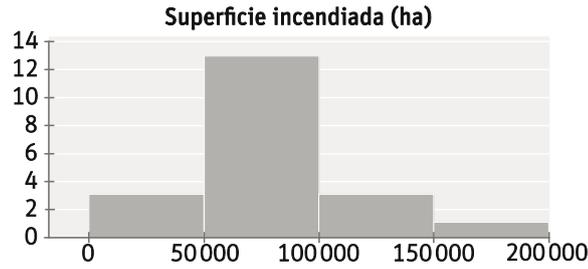
b) Tabla de frecuencias:

Llamadas	Marca de clase, x_i	f_i
[0, 10)	5	5
[10, 20)	15	8
[20, 30)	25	12
[30, 40)	35	9
[40, 50)	45	6
		N = 40

c) Histograma:



24. En el siguiente histograma se representa la superficie de bosque quemada por incendios provocados en los últimos 20 años.



a) Elabora la tabla de frecuencias absolutas y relativas.

b) ¿Qué porcentaje de años se ha incendiado una superficie inferior a 150 000 ha?

a) Tabla de frecuencias:

Superficie	Marca de clase, x_i	f_i	h_i	h_i (%)	F_i	H_i	H_i (%)
[0, 50 000)	25 000	3	0,15	15	3	0,15	15
[50 000, 100 000)	75 000	13	0,65	65	16	0,80	80
[100 000, 150 000)	125 000	3	0,15	15	19	0,95	95
[150 000, 200 000)	175 000	1	0,05	5	20	1	100
		N = 20	1	100			

b) El 95% de los años se ha incendiado una superficie inferior a 150 000 ha.

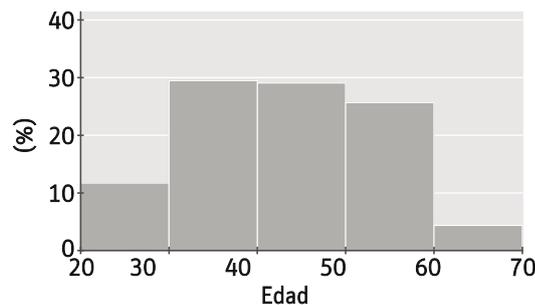
25. La distribución de las edades del profesorado en España el año 2013 era la siguiente:

Edad	[20, 30)	[30, 40)	[40, 50)	[50, 60)	[60, 70]
%	11,7	29,4	29,0	25,6	4,3

Dibuja un histograma que represente la distribución.

a) ¿Qué porcentaje de profesores hay entre 30 y 50 años?

b) ¿Cuántos estimas entre 45 y 55 años?



a) Hay un 58,4 % de profesores entre 30 y 50 años.

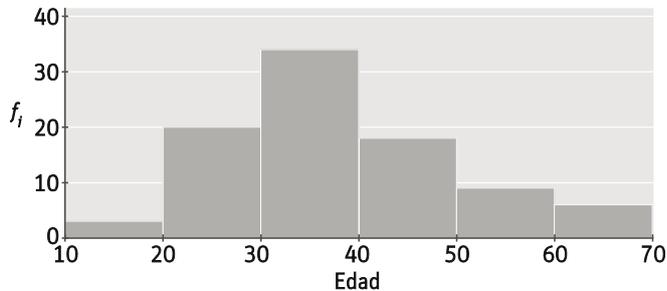
b) Se puede estimar que un 27,3 % de los profesores tendrá entre 45 y 55 años.

26. Las edades de los trabajadores de una empresa son:

31 25 44 19 35 24 61 24 25
 38 29 61 20 41 44 35 25 41
 30 33 35 18 36 25 31 34 33
 55 37 25 57 32 30 41 20 57
 33 22 49 49 21 38 48 38 36
 39 31 60 31 32 49 36 26 50
 35 40 47 29 60 41 26 24 21
 23 31 33 34 41 49 37 33 53
 63 22 40 18 34 56 27 58 52
 48 35 55 31 40 33 41 60 38

- a) Agrupa los datos en intervalos de 10 años y construye la tabla de frecuencias y el histograma asociado.
 - b) ¿Cuántos trabajadores tienen entre 30 y 40 años?
 - c) ¿Qué porcentaje tienen menos de 50 años?
 - d) ¿Qué porcentaje tienen más de 40 años?
- a) Intervalos e histograma:

Edad	f_i
[10,20)	3
[20,30)	20
[30,40)	34
[40,50)	18
[50,60)	9
[60,70)	6
N = 90	



- b) Hay 34 trabajadores que tienen entre 30 y 40 años.
- c) El 83,3 % de los trabajadores tiene menos de 50 años.
- d) El 36,7 % de los trabajadores tiene más de 40 años.

27. En un club deportivo juvenil admiten socios con edades entre 12 y 20 años. La distribución de las edades es:

Edad: x_i	12	13	14	15	16	17	18
f_i	4	6	12	16	14	8	4

Calcula la moda, la media aritmética, la mediana y los cuartiles de la distribución.

Moda: $M_0 = 15$

Media: $\bar{x} = \frac{12 \cdot 4 + 13 \cdot 6 + 14 \cdot 12 + 15 \cdot 16 + 16 \cdot 14 + 17 \cdot 8 + 18 \cdot 4}{64} = \frac{966}{64} = 15,09$ años

Mediana: hay 64 datos, un número par. Los datos centrales ocupan los lugares 32 y 33, y ambos corresponden al dato 15 años.

$M = 15$ años

Cuartiles:

La cuarta parte de 64 es $\frac{64}{4} = 16$.

Primer cuartil: El primer dato que tiene 16 datos por debajo de él es $Q_1 = 14$.

Las tres cuartas partes $\frac{3}{4} \cdot 64 = 48$.

Tercer cuartil: El primer dato que tiene 48 por debajo de él es $Q_3 = 16$.

28. Halla la moda, la media y la mediana de las distribuciones siguientes:

a) 2, 5, 6, 5, 7, 3, 4, 6, 8, 3

b) 4, 3, 3, 5, 6, 2, 5, 6, 7, 2, 1

c) 23, 31, 19, 20, 26, 27, 26, 24, 26, 32, 33

a) Moda: $M_0 = 3, 5, 6$ (en este caso hay 3 valores que son moda, porque todos se repiten 2 veces)

$$\text{Media: } \bar{x} = \frac{2+5+6+5+7+3+4+6+8+3}{10} = 4,9$$

Mediana: hay 10 datos, un número par. Los datos centrales ocupan los lugares 5 y 6, y ambos corresponden al número 5.

b) Moda: $M_0 = 2, 3, 5, 6$ (en este caso hay 4 valores que son moda, porque todos se repiten 2 veces)

$$\text{Media: } \bar{x} = \frac{4+3+3+5+6+2+5+6+7+2+1}{11} = 4$$

Mediana: hay 11 datos, un número impar. El dato central ocupa el lugar 6, que corresponde al número 4.

c) Moda: $M_0 = 26$

$$\text{Media: } \bar{x} = \frac{23+31+19+20+26+27+26+24+26+32+33}{11} = 26,1$$

Mediana: hay 11 datos, un número impar. El dato central ocupa el lugar 6, que corresponde al número 26.

29. En una pequeña empresa de 6 trabajadores más el propietario los salarios son: 750 € y 850 € para el becario y el ayudante; 1200 € para los dos oficiales; 2100 € para el encargado y 5500 € para la jefa.

a) Calcula la moda, la media y la mediana.

b) ¿Cuál refleja mejor los salarios de la empresa?

a) Moda: $M_0 = 1200$ €

$$\text{Media: } \bar{x} = \frac{750+850+1200+1200+2100+5500}{6} = 1933 \text{ €}$$

Mediana: Hay 6 datos, que es número par. Los datos centrales ocupan los lugares 3 y 4, y ambos corresponden al dato 1200 €.

b) El dato que mejor refleja el salario de la empresa es la mediana.

30. El número de libros leídos en el último mes viene dado por la siguiente tabla:

Libros	0	1	2	3	4	5
f_i	14	22	18	10	6	2

a) Halla la moda, la media y la mediana.

b) Calcula los cuartiles.

a) Moda: $M_0 = 1$

$$\text{Media: } \bar{x} = \frac{0 \cdot 14 + 1 \cdot 22 + 2 \cdot 18 + 3 \cdot 10 + 4 \cdot 6 + 5 \cdot 2}{72} = 1,7 \text{ libros}$$

Mediana: Hay 72 datos, que es número par. Los datos centrales ocupan los lugares 36 y 37, por tanto la mediana es $M = \frac{1+2}{2} = 1,5$

b) $Q_1 = 1$

$$Q_2 = M = 1,5$$

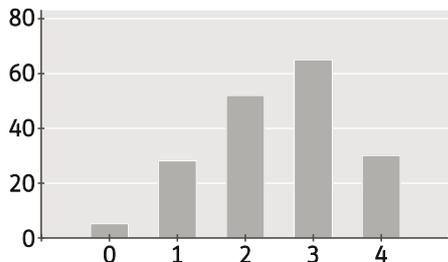
$$Q_3 = 2,5$$

31. El número de caras obtenidas al lanzar cuatro monedas al aire 180 veces ha sido el siguiente.

Número de caras	0	1	2	3	4
f_i	5	28	52	65	30

- a) Representa el diagrama de barras
- b) Halla la moda, la media, la mediana y los cuartiles
- c) ¿Crees que las monedas están trucadas? ¿Por qué?

a) Diagrama de barras:



b) Moda: $M_0 = 3$

$$\text{Media: } \bar{x} = \frac{0 \cdot 5 + 1 \cdot 28 + 2 \cdot 52 + 3 \cdot 65 + 4 \cdot 30}{180} = 2,48$$

Mediana: hay 180 datos (número par) y las posiciones centrales son 90 y 91. Ambas valen 3, por lo que $M = 3$.

Cuartiles: $Q_1 = 2$ $Q_2 = M = 3$ $Q_3 = 3$

c) Parece que las monedas están trucadas, porque hay mucha concentración de los datos en 3.

32. Actividad interactiva

33. Los pesos en kg de los miembros de un equipo de un equipo juvenil de balonmano son:

63, 72, 81, 75, 77, 88, 84, 79, 60, 68

- a) Calcula la media y la mediana.
- b) Halla la desviación típica utilizando las dos fórmulas y comprueba que el resultado es el mismo.

a) Media: $\bar{x} = \frac{63 + 72 + 81 + 75 + 77 + 88 + 84 + 79 + 60 + 68}{10} = \frac{747}{10} = 74,7$

Mediana: hay número par de datos, luego la mediana es la media de los valores que ocupan las posiciones 5.^a y 6.^a. $M = \frac{75 + 77}{2} = 76$

b) Desviación típica:

Método 1: $s^2 = \frac{(63 - 74,7)^2 + (72 - 74,7)^2 + \dots + (68 - 74,7)^2}{10} = 73,21 \Rightarrow s = 8,56$

Método 2: $s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 f_i}{N} - \bar{x}^2 \Rightarrow s^2 = \frac{63^2 + 72^2 + \dots + 68^2}{10} - 74,7^2 = 73,21 \Rightarrow s = 8,56$

34. Calcula la varianza y la desviación típica de la siguiente distribución de frecuencias.

Intervalos	f_i	Marca de clase, x_i	$x_i f_i$	$x_i^2 f_i$
[0, 2)	2	1	2	2
[2, 4)	10	3	30	90
[4, 6)	18	5	90	450
[6, 8)	23	7	161	1127
[8, 10)	7	9	63	567
	N = 60		346	2236

Se calcula la media: $\bar{x} = \frac{346}{60} = 5,77$

Se calcula la varianza: $s^2 = \frac{2236}{60} - 5,77^2 = 37,27 - 33,29 = 3,98$

La desviación típica es: $s = \sqrt{3,98} = 1,99$

35. En un examen tipo test se han obtenido estos resultados:

Aciertos	[0, 2)	[2, 4)	[4, 6)	[6, 8)	[8, 10]
f_i	3	26	54	67	30

a) ¿Cuál es el recorrido de la variable?

b) Calcula la varianza y la desviación típica.

Aciertos	f_i	Marca de clase, x_i	$x_i f_i$	$x_i^2 f_i$
[0, 2)	3	1	3	3
[2, 4)	26	3	78	234
[4, 6)	54	5	270	1350
[6, 8)	67	7	469	3283
[8, 10)	30	9	270	2430
	N = 180		1090	7300

a) El recorrido es el máximo menos el mínimo. Al tratarse de datos agrupados, el recorrido es la diferencia entre el extremo superior del mayor y el extremo inferior del menor. Así, $R = 10 - 0 = 10$.

b) Se calcula la media: $\bar{x} = \frac{1090}{180} = 6,06$

Se calcula la varianza: $s^2 = \frac{7300}{180} - 6,06^2 = 40,56 - 36,67 = 3,89$

La desviación típica es: $s = \sqrt{3,89} = 1,97$

36. Se ha realizado una encuesta a 50 personas sobre el número de veces que ha ido al teatro en el pasado año.

N.º veces	0	1	2	3	4	5	6
f_i	1	1	8	12	6	18	4

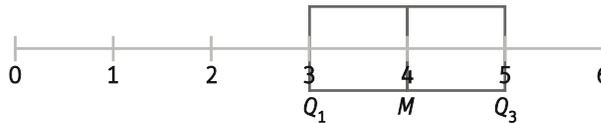
- a) Calcula el recorrido, la varianza y la desviación típica.
 b) Dibuja el diagrama de cajas y bigotes. ¿Es simétrica la distribución?

a) Recorrido: $R = 6 - 0 = 6$

Varianza: $s^2 = \frac{831}{50} - 3,82^2 = 16,62 - 14,59 = 2,03$

Desviación típica: $s = \sqrt{2,03} = 1,42$

b) Para dibujar el diagrama de cajas y bigotes obtenemos los cuartiles: $Q_1 = 3$ $Q_2 = M = 4$ $Q_3 = 5$.



La distribución no es simétrica.

37. La distribución de los sueldos de los 60 empleados de una empresa es la siguiente:

Salario	f_i
[600, 900)	8
[900, 1200)	12
[1200, 1500)	20
[1500, 1800)	14
[1800, 2100)	6

Mide la dispersión de la distribución con tres parámetros diferentes.

Salario	f_i	Marca de clase, x_i	$x_i f_i$	$x_i^2 f_i$
[600, 900)	8	750	6000	4 500 000
[900, 1200)	12	1050	12 600	13 230 000
[1200, 1500)	20	1350	27 000	36 450 000
[1500, 1800)	14	1650	23 100	38 115 000
[1800, 2100)	6	1950	11 700	22 815 000
	N = 60		80 400	115 110 000

Recorrido: $R = 2100 - 600 = 1500$

Cuartiles: $Q_1 = 1050$; $Q_2 = M = 1350$; $Q_3 = 1650$

Varianza: $s^2 = \frac{115110000}{60} - 1340^2 = 122900$

Desviación típica: $s = \sqrt{122900} = 350,57$

38. Calcula la media y la desviación típica y el coeficiente de variación de estos datos:

6, 7, 4, 5, 6, 7, 3, 8, 4, 6

Media: $\bar{x} = \frac{3+4 \cdot 2+5+6 \cdot 3+7 \cdot 2+8}{10} = 5,6$

Varianza: $s^2 = \frac{3^2 \cdot 1+4^2 \cdot 2+5^2 \cdot 1+6^2 \cdot 3+7^2 \cdot 2+8^2 \cdot 1}{10} - 5,6^2 = \frac{336}{10} - 5,6^2 = 2,24$

Desviación típica: $s = \sqrt{2,24} = 1,50$

Coefficiente de variación: $CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{1,5}{5,6} = 0,27 \Rightarrow 27 \%$

39. Multiplica los datos de la actividad anterior por 2.

a) ¿Qué les sucederá a los tres parámetros estadísticos? Intenta responder primero sin efectuar los cálculos.

b) Calcula la nueva media, desviación típica y coeficiente de variación y comprueba tu suposición.

a) Al multiplicar por 2 los datos, la media queda multiplicada por 2: $\bar{x}' = 2\bar{x}$

La varianza quedará multiplicada por 4: $s'^2 = 4s^2$

La desviación típica queda multiplicada por 2, al hacer la raíz cuadrada: $s' = \sqrt{s'^2} = \sqrt{4s^2} = 2s$

El coeficiente de variación permanece constante: $CV' = \frac{s'}{\bar{x}'} = \frac{2s}{2\bar{x}} = CV$

b) Media: $\bar{x}' = \frac{6+8 \cdot 2+10+12 \cdot 3+14 \cdot 2+16}{10} = \frac{2 \cdot (3+4 \cdot 2+5+6 \cdot 3+7 \cdot 2+8)}{10} = 11,2$

Varianza: $s'^2 = \frac{(2 \cdot 3)^2 \cdot 1 + (2 \cdot 4)^2 \cdot 2 + (2 \cdot 5)^2 \cdot 1 + (2 \cdot 6)^2 \cdot 3 + (2 \cdot 7)^2 \cdot 2 + (2 \cdot 8)^2 \cdot 1}{10} - 11,2^2$

$s'^2 = 4 \cdot \frac{3^2 \cdot 1 + 4^2 \cdot 2 + 5^2 \cdot 1 + 6^2 \cdot 3 + 7^2 \cdot 2 + 8^2 \cdot 1}{10} - 4\bar{x}^2 = 4s^2 = 8,96$

Desviación típica: $s' = \sqrt{8,96} = 3$

Coefficiente de Variación: $CV' = \frac{s'}{\bar{x}'} = \frac{3}{11,2} = 0,27 \Rightarrow 27 \%$

40. La altura de las jugadoras de un equipo de fútbol viene dada por la siguiente tabla:

Altura	N.º jugadores
[150,160)	4
[160,170)	11
[170,180)	7
[180,190)	3

a) Calcula la media y la desviación típica.

b) ¿Qué porcentaje aproximado de jugadoras se encuentran entre los valores $\bar{x} - s$ y $\bar{x} + s$?

c) Calcula el coeficiente de variación.

a) Primero se construye la tabla de frecuencias:

Altura	N.º jugadores	Marca de clase x_i	$x_i f_i$	$x_i^2 f_i$
[150,160)	4	155	620	96 100
[160,170)	11	165	1815	299 475
[170,180)	7	175	1225	214 375
[180,190)	3	185	555	102 675
	N = 25		4215	712 625

Media: $\bar{x} = \frac{4215}{25} = 168,6$

Varianza: $s^2 = \frac{712625}{25} - 168,6^2 = 79,04$

Desviación típica: $s = \sqrt{79,04} = 8,89$

b) $\bar{x} - s = 168,6 - 8,89 = 159,71$ y $\bar{x} + s = 168,6 + 8,89 = 177,49$

Como es una muestra unimodal y simétrica, aproximadamente hay un 68 % de la muestra entre dichos valores.

c) Coeficiente de variación: $CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{8,89}{168,6} = 0,05 \Rightarrow 5 \%$

41. Actividad resuelta

42. Para valorar la eficacia de los fertilizantes Abono Jardín y Plantas Sanas, el primero se ha aplicado a 10 plantas y el segundo, a 12 plantas y se ha medido la altura alcanzada. Se han obtenido los siguientes resultados expresados en centímetros:

- Abono jardín:
12, 18, 17, 23, 21, 30, 26, 24, 15, 22
- Plantas sanas:
21, 23, 18, 17, 25, 16, 23, 26, 18, 21, 25, 23

- a) Calcula la media y la desviación típica de los datos de los dos fertilizantes.
 b) Halla sus coeficientes de variación.
 c) A la vista de los resultados anteriores, ¿cuál de los dos fertilizantes te parece mejor?
 d) ¿Cuál es el más regular?

a) Tabla de frecuencias Abono Jardín:

Altura Abono Jardín	N.º plantas	Marca de clase x_i	$x_i f_i$	$x_i^2 f_i$
[10,15)	1	12,5	12,5	156,25
[15,20)	3	17,5	52,5	918,75
[20,25)	4	22,5	90	2025
[25,30]	2	27,5	55	1512,5
	N = 10		210	4612,5

Tabla de frecuencias Plantas Sanas:

Altura Plantas Sanas	N.º plantas	Marca de clase x_i	$x_i f_i$	$x_i^2 f_i$
[15,20)	4	17,5	70	1225
[20,25)	5	22,5	112,5	2531,25
[25,30)	3	27,5	82,5	2268,75
	N=12		265	6025

$$\bar{x}_{\text{Abono Jardín}} = \frac{210}{10} = 21$$

$$\bar{x}_{\text{Plantas Sanas}} = \frac{265}{12} = 22,08$$

$$s_{\text{Abono Jardín}}^2 = \frac{4612,5}{10} - 21^2 = 20,25$$

$$s_{\text{Plantas Sanas}}^2 = \frac{6025}{12} - 22,08^2 = 14,55$$

$$s = 4,5$$

$$s = 3,81$$

b) $CV_{\text{Abono Jardín}} = \frac{4,5}{21} = 0,21 \Rightarrow 21\%$ $CV_{\text{Plantas Sanas}} = \frac{3,81}{22,08} = 0,17 \Rightarrow 17\%$

- c) Parece mejor el segundo, porque tiene el CV menor.
 d) Es más regular el segundo.

43. Los asistentes a las cinco salas de los multicines Betaville un fin de semana han sido:

366, 432, 526, 208 y 664

Ese mismo fin de semana los asistentes a las 6 salas de los cines Aragón fueron respectivamente:

322, 401, 182, 550, 680 y 405

Calcula:

- a) La media, la desviación típica y el coeficiente de variación de los asistentes a cada cine.
- b) Compara la dispersión de los datos de los cines Aragón con la de los Betaville.
- c) Si los costes de mantenimiento de las salas de ambos cines son similares, ¿cuál obtuvo, en promedio, más beneficio por sala?

a) Betaville: $\bar{x}_{\text{Betaville}} = \frac{366 + 432 + 526 + 208 + 664}{5} = 439,2$

$$s_{\text{Betaville}}^2 = \frac{366^2 + 432^2 + 526^2 + 208^2 + 664^2}{5} - 439,2^2 = 23386,56 \Rightarrow s_{\text{Betaville}} = 152,93$$

$$CV_{\text{Betaville}} = \frac{s}{\bar{x}} = 0,35 \Rightarrow 35 \%$$

Aragón: $\bar{x}_{\text{Aragón}} = \frac{322 + 401 + 182 + 550 + 680 + 405}{6} = 423,33$

$$s_{\text{Aragón}}^2 = \frac{322^2 + 401^2 + 182^2 + 550^2 + 680^2 + 405^2}{6} - 423,33^2 = 25214,04 \Rightarrow s_{\text{Aragón}} = 158,79$$

$$CV_{\text{Aragón}} = \frac{s}{\bar{x}} = 0,38 \Rightarrow 38 \%$$

- b) La dispersión relativa en los cines Aragón es mayor que en los Betaville, porque su CV es mayor.
- c) El cine Betaville obtuvo mayor beneficio, porque tuvo, en media, más asistentes por sala.

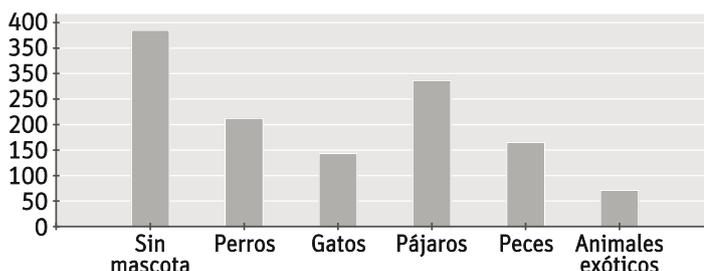
44. Actividad interactiva

45. En España hay cerca de 20 millones de mascotas. Una empresa de productos para animales domésticos ha realizado una encuesta en 900 hogares, de los 17 millones de hogares que hay en nuestro país. En 385 de los hogares no había ninguna mascota, en 212 había perros, en 143 gatos, en 286 pájaros, en 165 peces, y en 71 había animales exóticos.

- a) Identifica cuál es la población y cuál es la muestra de la distribución.
- b) Di cuál es la variable e indica de qué tipo es.
- c) ¿En cuántos hogares españoles hay perros? ¿Y gatos?
- d) Haz un diagrama de barras del estudio

- a) Población: los 17 millones de hogares españoles. Muestra: los 900 hogares en los que se realiza la encuesta.
- b) La variable es la mascota que tienen y es de tipo cualitativa.
- c) Hay perros en 212 hogares de la muestra, que representan un 23,55 % de la población. Es decir, 4 003 500 de hogares españoles. Así, hay gatos en 143 hogares de la muestra, que representan un 15,88 % de los hogares españoles, es decir, 2 699 600 hogares.

d)



46. En una encuesta a los alumnos de un centro figuran las siguientes variables:

- a) Profesión de la madre
- b) Nacionalidad
- c) Número de miembros de la unidad familiar
- d) Años de antigüedad en el centro
- e) Ingresos anuales de la unidad familiar

¿De qué tipo es cada una de las variables?

- a) Cualitativa
- b) Cualitativa
- c) Cuantitativa discreta
- d) Cuantitativa discreta
- e) Cuantitativa continua

47. Indica si cada una de las variables es cualitativa o cuantitativa, y en ese caso si es continua o discreta.

- a) Número de clientes al día de un restaurante.
- b) Euros que paga cada cliente.
- c) Marcas de coches de los clientes.

- a) Cuantitativa discreta
- b) Cuantitativa continua
- c) Cualitativa

48. Se ha hecho un estudio estadístico sobre la duración de una marca de pilas. Los resultados, en horas, de una muestra de 15 pilas han sido:

20	22	25	21	22	20	23	21
24	21	23	22	21	24	22	

- a) Construye una tabla de frecuencias absolutas y relativas.
- b) Calcula las frecuencias absolutas y relativas acumuladas
- c) ¿Qué porcentaje dura más de 22 horas?

a) Tabla de frecuencias:

Duración (h)	f_i	h_i	h_i (%)	F_i	H_i	H_i (%)
20	2	0,13	13	2	0,13	13
21	4	0,27	27	6	0,40	40
22	4	0,27	27	10	0,67	67
23	2	0,13	13	12	0,80	80
24	2	0,13	13	14	0,93	93
25	1	0,07	7	15	1	100
N = 15						

- b) En la tabla anterior (F_i y H_i)
- c) $13\% + 13\% + 7\% = 33\%$. El 33 % de las pilas dura más de 22 horas.

49. En la liga de fútbol un equipo marcó estos goles a lo largo de las 38 jornadas.

1	1	0	3	4	0	0	3	1	5	3	0	1
0	4	2	3	1	2	3	2	3	4	1	0	2
3	1	2	1	2	1	0	1	2	1	1	2	

- a) Haz el recuento y elabora una tabla de frecuencias.
- b) ¿En qué porcentaje de partidos marcó dos goles o más?

a) Tabla de frecuencias.

N.º goles	f_i	h_i	$h_i (%)$	F_i	H_i	$H_i (%)$
0	7	0,18	18	7	0,18	18
1	12	0,32	32	19	0,50	50
2	8	0,21	21	27	0,71	71
3	7	0,18	18	34	0,89	89
4	3	0,08	8	37	0,97	97
5	1	0,03	3	38	1	100
N = 38						

b) En el 50 % de los partidos marcó 2 o más goles.

50. El número de hermanos de los alumnos de una clase es el siguiente:

2	1	0	1	3	2	1	1	0	0
0	2	1	1	2	2	1	3	1	0
1	1	2	3	1	2	1	2	1	5

- a) Haz el recuento de los datos y elabora una tabla de frecuencias en las que se incluyan: frecuencia absoluta, absoluta acumulada, relativa y relativa acumulada.
 - b) ¿Qué porcentaje de alumnos son hijos únicos?
 - c) ¿Qué porcentaje tiene más de dos hermanos?
- a) Tabla de frecuencias:

N.º hermanos	f_i	h_i	$h_i (%)$	F_i	H_i	$H_i (%)$
0	5	0,17	17	5	0,17	17
1	13	0,43	43	18	0,60	60
2	8	0,27	27	26	0,87	87
3	3	0,1	10	29	0,97	97
4	0	0	0	29	0,97	97
5	1	0,03	3	30	1	100
N = 30						

- b) El 17 % de los alumnos son hijos únicos.
- c) $0,1 + 0,03 = 0,13$. El 13 % de los alumnos tiene más de 2 hermanos.

51. Según datos del INE el número de jóvenes en nuestro país menores de 25 años en el año 2014 fue:

Unidades: miles de personas

	Valor absoluto
De 0 a 4 años	2283,5
De 5 a 9 años	2480,5
De 10 a 14 años	2286,7
De 15 a 19 años	2146,0
De 20 a 24 años	2345,0

a) Haz la tabla de frecuencias relativas y la de frecuencias relativas acumuladas.

b) ¿Qué porcentaje tiene menos de 20 años?

c) ¿Qué porcentaje tiene una edad entre 10 y 20 años?

a) Tabla de frecuencias:

Edad	Valor absoluto	Marca de clase, x_i	h_i	h_i (%)	H_i	H_i (%)
0-4	2283,5	2	0,20	20	0,20	20
5-9	2480,5	7	0,21	21	0,41	41
10-14	2286,7	12	0,20	20	0,61	61
15-19	2146,0	17	0,19	19	0,80	80
20-24	2345,0	22	0,20	20	1	100
N = 11541,7						

b) El 80 % de los jóvenes tiene menos de 20 años.

c) El 39 % de los jóvenes tiene entre 10 y 20 años.

52. Estos son los resultados recogidos sobre el número de hijos de cada familia de una pequeña ciudad:

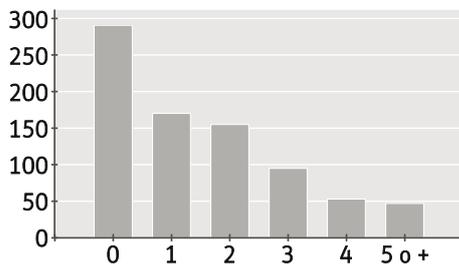
N.º de hijos	0	1	2	3	4	5 o +
N.º de familias	290	170	155	95	53	47

a) Representa los datos en un diagrama de barras.

b) ¿Qué porcentaje de familias tienen menos de dos hijos?

c) Las familias numerosas son las que tienen 3 hijos o más. ¿Qué parte del total son familias numerosas?

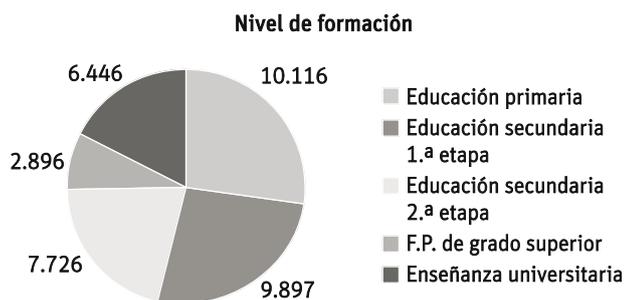
a) Diagrama de barras:



b) El 57 % de las familias tiene menos de 2 hijos.

c) El 24 % son familias numerosas.

53. El nivel de formación alcanzado por la población de más de 16 años en nuestro país viene reflejado por el siguiente diagrama de sectores.



a) ¿Qué parte de la población tiene estudios superiores (F.P. o universitarios)?

b) ¿Qué porcentaje no alcanza 2.ª etapa de la educación secundaria?

c) ¿Qué porcentaje de la población completa la 2.ª etapa de la educación secundaria?

a) El 25 % de la población tiene estudios superiores

b) El 54 % no alcanza la segunda etapa de educación secundaria.

c) El 46 % completa la segunda etapa de educación secundaria (son todos aquellos que tienen hasta esta segunda etapa más los que tienen estudios superiores).

54. Para estudiar el origen de los turistas europeos que vienen a España se ha realizado una encuesta a una muestra de 100 turistas a su llegada al aeropuerto.

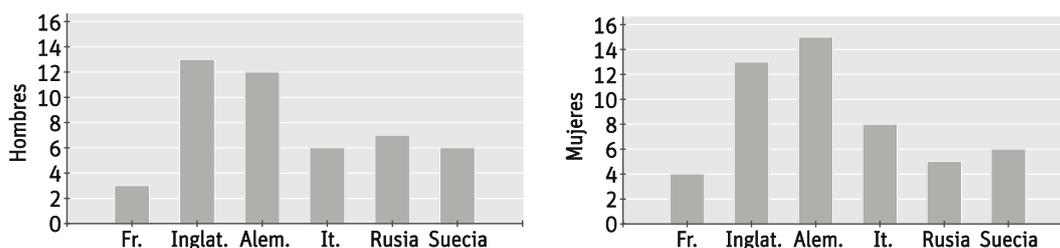
País	Hombres	Mujeres
Francia	3	4
Inglaterra	15	13
Alemania	12	15
Italia	6	8
Rusia	7	5
Suecia	6	6

a) Realiza un diagrama de barras para la distribución de hombres y otro para la de mujeres.

b) Calcula las frecuencias totales de cada país.

c) Representa los totales por país mediante un diagrama de sectores.

a) Diagrama de barras:



b)

País	Francia	Inglaterra	Alemania	Italia	Rusia	Suecia
Total	7	28	27	14	12	12

c) Diagrama de sectores:



55. Se quiere estudiar la rentabilidad del vuelo matutino Madrid-Oviedo. Para ello se estudia el número de plazas libres en dicho vuelo a lo largo de un mes:

5	12	11	23	2	18	19	0
12	1	15	26	10	14	17	21
24	13	12	6	16	25	16	10
	22	13	8	5	28	9	

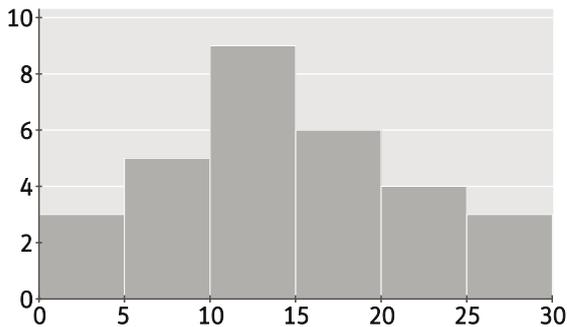
- a) Agrupa los datos en intervalos de 5 unidades y completa una tabla de frecuencias, absolutas y relativas.
- b) Dibuja un histograma con las frecuencias absolutas.
- c) Dibuja un histograma con las frecuencias acumuladas.
- d) ¿Qué porcentaje de días el número de plazas libres ha sido mayor que 20?

a) Tabla de frecuencias:

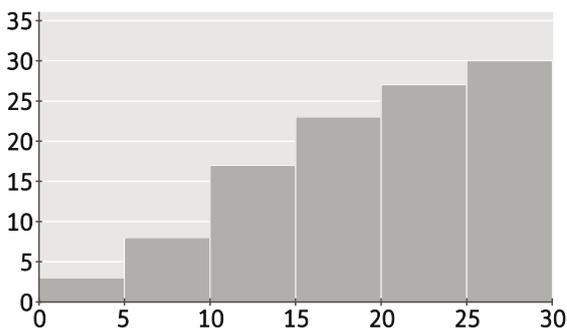
Plazas libres	Marca de clase, x_i	f_i	h_i	h_i (%)	F_i	H_i	H_i (%)
[0, 5)	2,5	3	0,10	10	3	0,10	10
[5, 10)	7,5	5	0,17	17	8	0,27	27
[10, 15)	12,5	9	0,30	30	17	0,57	57
[15, 20)	17,5	6	0,20	20	23	0,77	77
[20, 25)	22,5	4	0,13	13	27	0,90	90
[25, 30)	27,5	3	0,10	10	30	1	100

N = 30

b) Histograma de frecuencias absolutas:



c) Histograma de frecuencias acumuladas:



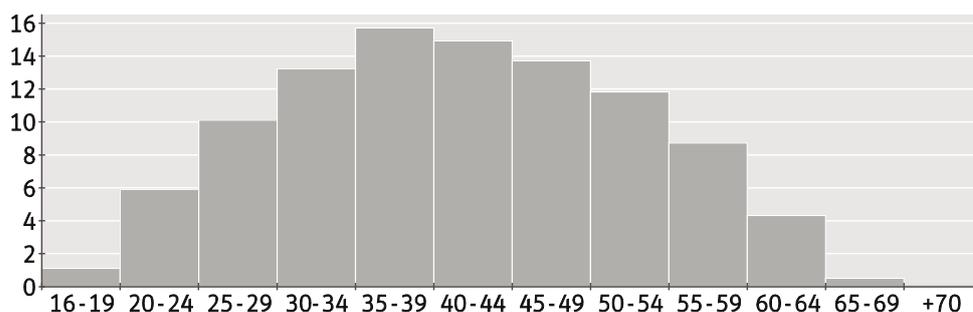
d) El 23 % de los días el número de plazas libres ha sido mayor de 20.

56. Según la encuesta de población activa de 2014 (INE), el número de personas activas (trabajando o buscando trabajo) en España era 22 954 600, con la siguiente distribución por edades:

Edad	Porcentaje
De 16 a 19	1,1
De 20 a 24	5,9
De 25 a 29	10,1
De 30 a 34	13,2
De 35 a 39	15,7
De 40 a 44	14,9
De 45 a 49	13,7
De 50 a 54	11,8
De 55 a 59	8,7
De 60 a 64	4,3
De 65 a 69	0,5
Más de 70	0,1

- a) Selecciona el gráfico estadístico adecuado a esta distribución y represéntalo.
- b) Calcula cuántas personas de 65 años o más están en activo.
- c) ¿Cuántos jóvenes de menos de 30 años forma parte de la población activa?

a) Gráfico:



- b) El 0,6 % de 22 954 600 supone 137 728 personas mayores de 65 años en activo.
- c) El 17,1 % de 22 954 600 son 3 925 237 jóvenes menores de 30 años en activo.

57. **Emprende**

Recoge los datos correspondientes a las calificaciones de tus compañeros de clase en un examen de la asignatura que prefieras.

- a) **Elabora la tabla de frecuencias.**
- b) ¿Cuántos alumnos aprobaron?
- c) ¿Cuántos alumnos sacaron como mínimo un 7?
- d) ¿Cuántos sacaron como mínimo un 6?
- e) **Calcula la nota media, la moda y la mediana.**
- f) **Calcula los cuartiles. ¿A qué cuartil pertenece tu nota?**

Respuesta libre.

58. Se ha preguntado a un grupo de personas el número de mensajes instantáneos de móvil que mandan cada día, obteniendo los siguientes resultados:

N.º de mensajes	N.º de personas
[0, 10)	15
[10, 20)	11
[20, 30)	10
[30, 40)	8

- a) Calcula la media de SMS enviados.
 - b) ¿Cuál es el intervalo modal?
 - c) ¿En qué intervalos se hallan la mediana y los cuartiles?
- a) Creamos la tabla de frecuencias para los cálculos posteriores:

N.º de mensajes	N.º de personas	Marca de clase, x_i	$x_i \cdot f_i$
[0, 10)	15	5	75
[10, 20)	11	15	165
[20, 30)	10	25	250
[30, 40)	8	35	280
	N = 44		770

$$\bar{x} = \frac{770}{44} = 17,5$$

- b) Intervalo modal: [0, 10)
- c) $M = [10, 20)$. Hay 44 datos, que es número par. Por tanto las posiciones centrales ocupan los lugares 22 y 23, que corresponden ambos con el intervalo [10, 20).

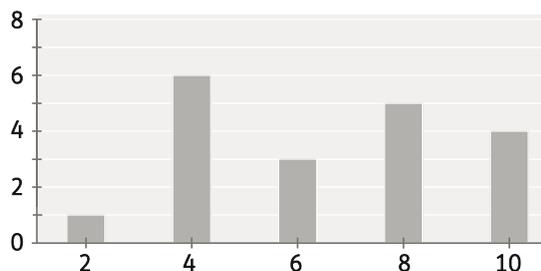
$$\frac{44}{4} = 11. \text{ El primer dato que deja 11 datos por debajo de él es } Q_1 = [0, 10).$$

$$\frac{3 \cdot 44}{4} = 33. \text{ El primer dato que deja 33 datos por debajo de él es } Q_3 = [20, 30).$$

59. Un grupo de 11 alumnos ha obtenido una media de 5,5 y otro grupo de 15 alumnos ha obtenido una media de 4,5.

- a) ¿Es 5 la media global?
 - b) Calcula la media de los 26 alumnos.
- a) No, porque no hay el mismo número de alumnos en los dos grupos y por tanto no se puede hacer la media directamente.
- b) $\bar{x} = \frac{11 \cdot 5,5 + 15 \cdot 4,5}{26} = 4,92$

60. Determina la media, la mediana y la moda de la distribución representada en el siguiente diagrama de barras.



$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 1 + 4 \cdot 6 + 6 \cdot 3 + 8 \cdot 5 + 10 \cdot 4}{19} = 6,53$$

Mediana: $M = 6$

Moda: $M_o = 4$

61. En una prueba realizada por un grupo de deportistas y puntuada de 0 a 20, los parámetros estadísticos han sido:

Primer cuartil	Mediana	Tercer cuartil
6	9	15

Contesta verdadero o falso:

- Un tercio de los deportistas ha obtenido menos de 6 puntos
- El 25 % ha obtenido menos de 6 puntos.
- Al menos un cuarto del grupo ha obtenido un número de puntos entre 6 y 9.
- Exactamente un deportista de cada dos tiene más de 9 puntos.
- Todos los deportistas han conseguido un número de puntos comprendido entre 6 y 15.
- Falso
- Verdadero
- Verdadero
- Verdadero
- Falso

62. Las temperaturas máximas de una ciudad en una semana han sido:

L	M	X	J	V	S	D
23	21	20	25	23	24	22

- a) Halla la media y la mediana.
- b) Calcula el rango y la desviación típica.
- c) Dibuja el diagrama de cajas y bigotes.

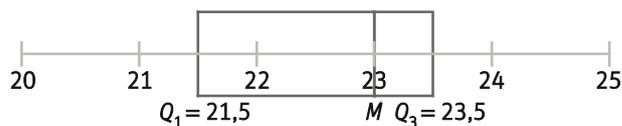
a) $\bar{x} = \frac{20 + 21 + 22 + 23 \cdot 2 + 24 + 25}{7} = 22,57$

Mediana: $M = 23$

b) Rango: $R = 25 - 20 = 5$

$$s^2 = \frac{20^2 + 21^2 + 22^2 + 23^2 \cdot 2 + 24^2 + 25^2}{7} - 22,57^2 = 2,6 \Rightarrow s = 1,61$$

c) Diagrama de bigotes:



63. En un vivero de plantas se han clasificado los árboles que se ponen a la venta por alturas:

Altura (cm)	N.º de árboles
40 – 60	34
60 – 80	90
80 – 100	110
100 – 120	84
120 – 140	32
140 – 160	22
160 – 180	15

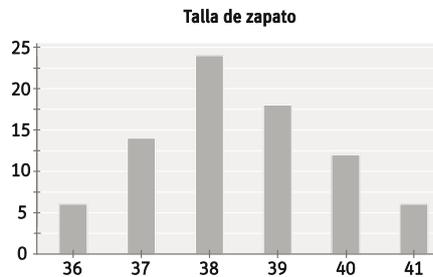
- a) Calcula la media y la desviación típica.
 - b) Halla el coeficiente de variación.
- a) Tabla de frecuencias:

Altura (cm)	N.º de árboles	Marca de clase, x_i	$x_i f_i$	$x_i^2 f_i$
40 – 60	34	50	1700	85 000
60 – 80	90	70	6300	441 000
80 – 100	110	90	9900	891 000
100 – 120	84	110	9240	1 016 400
120 – 140	32	130	4160	540 800
140 – 160	22	150	3300	495 000
160 – 180	15	170	2550	433 500
	N = 387		37 150	3 902 700

$$\bar{x} = \frac{37150}{387} = 95,99 \qquad s^2 = \frac{3902700}{387} - 95,99^2 = 10084,5 - 9214,08 = 870,42 \Rightarrow s = 29,5$$

b) $CV = \frac{s}{\bar{x}} = 0,31 \Rightarrow 31\%$

64. Los pares de zapatos vendidos en una zapatería a lo largo de un día, por números, han sido:



Calcula:

- a) La moda, la mediana y la media de la distribución
 - b) La varianza y la desviación típica
 - c) El coeficiente de variación
- a)

Moda: $M_o = 38$

Mediana: $M = 38$

$$\bar{x} = \frac{3074}{80} = 38,43$$

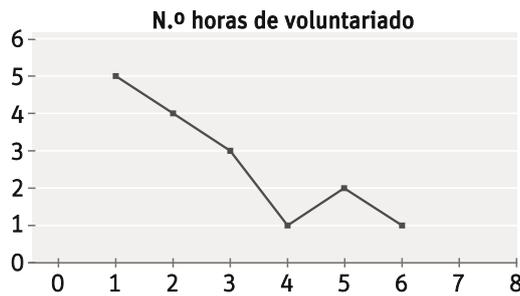
b) $s^2 = \frac{118262}{80} - 38,43^2 = 1,41 \Rightarrow s = 1,19$

c) $CV = \frac{s}{\bar{x}} = 0,03 \Rightarrow 3\%$

Tabla de frecuencias:

N.º zapato	f_i	$x_i f_i$	$x_i^2 f_i$
36	6	216	7776
37	14	518	19 166
38	24	912	34 656
39	18	702	27 378
40	12	480	19 200
41	6	246	10 086
	N = 80	3074	118 262

65. En el siguiente polígono de frecuencias se representa el número de horas de voluntariado a la semana de un grupo de 15 estudiantes.



Calcula la media, la desviación típica y el coeficiente de variación.

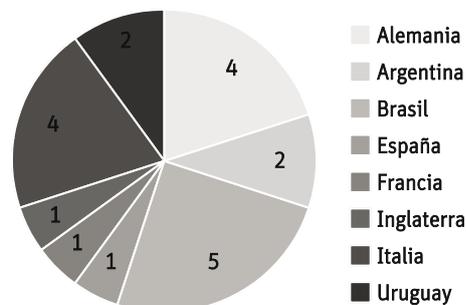
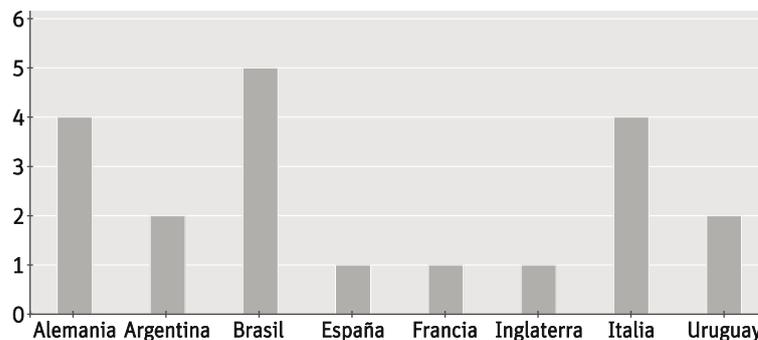
N.º horas	f_i	$x_i f_i$	$x_i^2 f_i$
1	5	5	5
2	4	8	16
3	3	9	27
4	1	4	16
5	2	10	50
6	1	6	36
	N = 15	42	150

$$\bar{x} = \frac{42}{15} = 2,8 \text{ h}$$

$$s^2 = \frac{150}{15} - 2,8^2 = 2,16 \Rightarrow s = 1,47$$

$$CV = \frac{s}{\bar{x}} = 0,53 \Rightarrow 53 \%$$

66. Los 8 países ganadores del mundial de fútbol han sido: Alemania 4 veces, Argentina 2, Brasil 5, España 1, Francia 1, Inglaterra 1, Italia 4 y Uruguay 2. Haz un diagrama de barras y uno de sectores de la distribución.



67. Una empresa emplea hombres y mujeres cuyos sueldos son en euros:

- Hombres: 1090, 1044, 3970, 1224, 1250, 1438, 1072
- Mujeres: 1405, 1070, 1948, 1525, 1090, 1002, 1525, 1968, 1224, 2096, 1703, 1126

- a) Calcula el recorrido de cada serie e interprétalo.
 - b) Calcula el salario medio para cada uno de los sexos.
 - c) Calcula la mediana para cada serie.
 - d) Calcula los coeficientes de variación de ambas series. ¿Cuál tiene mayor dispersión?
 - e) Juntando los salarios de todos los empleados (hombres y mujeres), calcula el recorrido de esta serie, la media y la mediana.
- a) $R_{\text{hombres}} = 3970 - 1044 = 2926$; $R_{\text{mujeres}} = 2096 - 1002 = 1094$. Hay más variación de sueldos en hombres que en mujeres.
- b) $\bar{x}_{\text{hombres}} = 1584 \text{ €}$ $\bar{x}_{\text{mujeres}} = 1473 \text{ €}$
- c) $M_{\text{hombres}} = 1224 \text{ €}$ $M_{\text{mujeres}} = 1465 \text{ €}$
- d) $s_{\text{hombres}}^2 = 964749,71 \Rightarrow s_{\text{hombres}} = 982,22$ $s_{\text{mujeres}}^2 = 136254,75 \Rightarrow s_{\text{mujeres}} = 369,13$
- $CV_{\text{hombres}} = 0,62 \Rightarrow 62 \%$ $CV_{\text{mujeres}} = 0,25 \Rightarrow 25 \%$
- e) $R = 3970 - 1002 = 2968$ $\bar{x} = 1514,21 \text{ €}$ $M = 1250 \text{ €}$

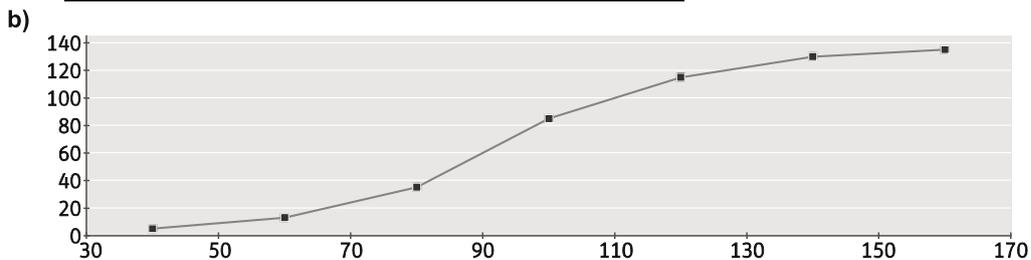
68. En un estudio sobre utilización del teléfono móvil se han agrupado los datos de la duración de las llamadas según la tabla:

Duración (s)	f_i	F_i
[30,50)	5	5
[50,70)	8	***
[70,90)	22	***
[90,110)	50	***
[110,130)	30	***
[130,150)	15	***
[150,170)	5	135

- a) Completa en tu cuaderno la columna de frecuencias acumuladas.
- b) Dibuja el polígono de frecuencias acumuladas.
- c) Utiliza el gráfico para calcular en qué intervalos están la mediana y los cuartiles.
- d) ¿Cuántas llamadas duran menos de 2 minutos?

a)

Duración (s)	f_i	F_i
[30,50)	5	5
[50,70)	8	13
[70,90)	22	35
[90,110)	50	85
[110,130)	30	115
[130,150)	15	130
[150,170)	5	135



- c) $M = Q_2 = [90, 110)$ $Q_1 = [70, 90)$ $Q_3 = [110, 130)$
- d) Hay 85 llamadas de menos de 2 minutos de duración.

69. Para ir al trabajo Juan puede ir por el centro de la ciudad o tomar la circunvalación. En una semana ha controlado los tiempos, en minutos, por los dos caminos:

Centro	25	20	16	26	17
Circunvalación	24	21	17	24	19

¿Cuál es la mejor ruta? Justifica tu respuesta

$$\bar{x}_{\text{centro}} = \frac{25 + 20 + 16 + 26 + 17}{5} = 20,8$$

$$\bar{x}_{\text{circunv}} = \frac{24 + 21 + 17 + 24 + 19}{5} = 21$$

$$s_{\text{centro}}^2 = \frac{25^2 + 20^2 + 16^2 + 26^2 + 17^2}{5} - 20,8^2 = 16,56 \Rightarrow s = 4,07$$

$$s_{\text{circunv}}^2 = \frac{24^2 + 21^2 + 17^2 + 21^2 + 19^2}{5} - 21^2 = 7,6 \Rightarrow s = 2,76$$

$$CV_{\text{centro}} = \frac{4,07}{20,8} = 0,2 \Rightarrow s = 20 \%$$

$$CV_{\text{centro}} = \frac{2,76}{21} = 0,13 \Rightarrow s = 13 \%$$

Es mejor ruta la circunvalación porque tiene el CV menor.

70. En el desempate para incorporarse a la selección de tiro con carabina dos tiradores han obtenido los siguientes resultados en 20 tiradas.

Puntos	50	30	20	10	0
Tirador A	4	6	5	4	1
Tirador B	6	3	5	3	3

- a) Calcula la media de cada jugador. ¿Te permite seleccionar al candidato?
- b) Halla la desviación típica de ambos.
- c) Se quiere seleccionar al más regular. ¿A cuál elegirías?

$$a) \bar{x}_A = \frac{50 \cdot 4 + 30 \cdot 6 + 20 \cdot 5 + 10 \cdot 4 + 0 \cdot 1}{20} = 26$$

$$\bar{x}_B = \frac{50 \cdot 6 + 30 \cdot 3 + 20 \cdot 5 + 10 \cdot 3 + 0 \cdot 3}{20} = 26$$

No se puede seleccionar al candidato porque ambos tienen la misma puntuación media.

$$b) s_A^2 = \frac{50^2 \cdot 4 + 30^2 \cdot 6 + 20^2 \cdot 5 + 10^2 \cdot 4 + 0^2 \cdot 1}{20} - 26^2 = 214 \Rightarrow s = 14,63$$

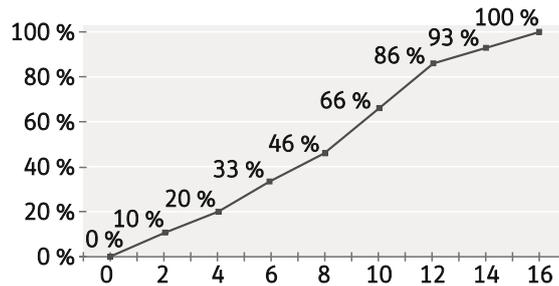
$$s_B^2 = \frac{50^2 \cdot 6 + 30^2 \cdot 3 + 20^2 \cdot 5 + 10^2 \cdot 3 + 0^2 \cdot 3}{20} - 26^2 = 324 \Rightarrow s = 18$$

$$c) CV_A = \frac{14,63}{26} = 0,56 \Rightarrow 56 \%$$

$$CV_B = \frac{18}{26} = 0,69 \Rightarrow 69 \%$$

Elegiría al jugador A porque tiene un CV menor.

71. La distancia de los trabajadores de una empresa a su domicilio viene dada en kilómetros por el siguiente diagrama de frecuencias acumuladas:



- a) ¿Cuántos empleados viven a menos de 10 km?
- b) ¿Cuántos recorren entre 8 y 12 km?
- c) Halla a partir del gráfico los intervalos en los que se encuentran los cuartiles.

- a) El 66 % de los empleados vive a menos de 10 km.
- b) El 40 % de los empleados recorre entre 8 y 12 km.
- c) $Q_1 = [4, 6)$ $Q_2 = M = [8, 10)$ $Q_3 = [10, 12)$

72. En una población, el cociente entre el número de mujeres y el de hombres es $\frac{11}{10}$. Si la edad media de las mujeres es 34 años y la de los hombres es 32 años, la edad media, en años, de la población es de:

- A. $\frac{692}{21}$ B. 33 C. $\frac{694}{21}$ D. $\frac{331}{11}$

$$\bar{x} = \frac{34 \cdot 11 + 32 \cdot 10}{11 + 10} = \frac{694}{21}. \text{ Respuesta C.}$$

73. La media de tres números es 10 unidades mayor que el menor de ellos y 15 unidades menor que el mayor. Si la mediana es 5, ¿cuál es la suma de estos tres números?

- A. 5 B. 20 C. 25 D. 30

D. 30 (los números son 0, 5 y 25)

74. Si añadimos el número 15 en una lista de números, la media crece en 2 y si ahora añadimos el 1 a la nueva lista, la media decrece en 1. ¿Cuántos números tenía la lista original?

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

A. 4. La lista original tenía 4 números.

Busca la solución correcta

75. Estos son los salarios medios y el número de empleados de dos empresas:

Empresa VEGA

	Salario	N.º de empleados
Hombre	1680 €	50
Mujer	1200 €	50

Empresa ALTAIR

	Salario	N.º de empleados
Hombre	1800 €	20
Mujer	1320 €	80

- El director de Altair afirma que los salarios en su empresa son más altos que en Vega ya que tanto hombres como mujeres tiene mejor salario medio.
- El director de Vega dice que su empresa paga mejor a los trabajadores porque el importe total de los salarios de todos sus trabajadores es mayor que el de Altair.

¿Cuál de los dos lleva razón? Explica tu respuesta.

$$\bar{x}_{Vega} = \frac{1680 \cdot 50 + 1200 \cdot 50}{100} = 1440 \text{ €}$$

$$\bar{x}_{Altair} = \frac{1800 \cdot 20 + 1320 \cdot 80}{100} = 1416 \text{ €}$$

Lleva razón el director de Vega porque el salario medio de todos sus trabajadores es mayor que el de Altair.

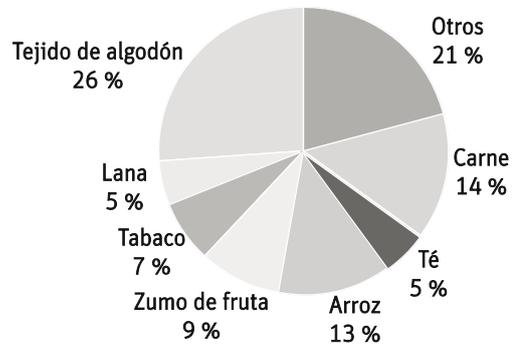
PONTE A PRUEBA

Los valores que mejor representan

Actividad resuelta

Exportaciones

Los siguientes diagramas muestran información sobre las exportaciones de Zedlandia, un país cuya moneda es el zed.



- ¿Cuál fue el valor total (en millones de zeds) de las exportaciones de Zedlandia en 2015?
 - ¿Cuál fue el valor de las exportaciones de zumo de fruta de Zedlandia en el año 2015?
A. 1,8 millones de zeds B. 2,3 millones de zeds C. 3,4 millones de zeds D. 3,8 millones de zeds
- El valor total en 2015 fue de 42,6 millones de zeds.
 - El valor del zumo de fruta fue del 9 % del total, es decir, de los 42,6 millones. Por tanto, $9 \% \cdot 42,6 M = 3,83 M$
D. 3,8 millones de zeds

En el laboratorio de química

En una sesión de laboratorio de Química los alumnos han determinado la concentración de una disolución, obteniendo los siguientes resultados en moles por litro.

Concentración	0,16	0,17	0,18	0,19	0,85
N.º de alumnos	3	12	9	3	1

- Un alumno dice que el valor real de la concentración está entre 0,16 y 0,85 moles/litro. Otra alumna afirma que está entre 0,16 y 0,19. ¿Cuál lleva razón? ¿Por qué?
- Si admitimos como valor real el promedio de los valores experimentales, ¿cuál darías tú como valor real?

1. El primero, porque ha cogido los valores mínimo y máximo.

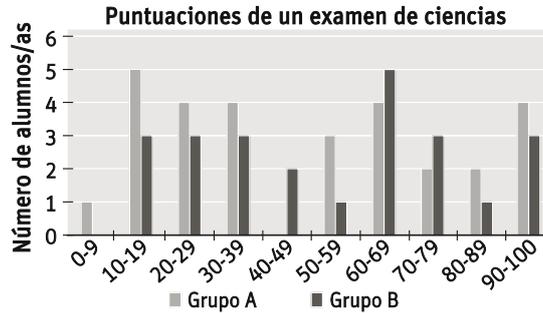
2.
$$\bar{x} = \frac{0,16 \cdot 3 + 0,17 \cdot 12 + 0,18 \cdot 9 + 0,19 \cdot 3 + 0,85 \cdot 1}{28} = \frac{5,56}{28} = 0,20$$

NOTA: Como 0,85 es un valor atípico, en la práctica se desprecia. En este caso las soluciones serían:

- La segunda
- $\bar{x} = 0,174$

El examen

En el siguiente diagrama se muestran los resultados obtenidos en un test de aptitud por dos grupos de alumnos, los que han nacido en día par, que se denominan grupo A y los que han nacido en día impar denominados grupo B. El grupo A ha obtenido una media de 49,33 y el grupo B ha obtenido una media de 53,25. Para superar el test es necesario obtener 45 puntos o más.



Al observar el diagrama, el examinador afirma que el grupo B ha obtenido mejores resultados en general que el grupo A.

¿Qué argumento matemático podrían utilizar los miembros del grupo A para afirmar que no es así necesariamente?

Puntuación	Marca de clase, x_i	Grupo A (f_i)	Grupo B (f_i)
0-9	4,5	1	0
10-19	14,5	5	3
20-29	24,5	4	3
30-39	34,5	4	3
40-49	44,5	0	2
50-59	54,5	3	1
60-69	64,5	4	5
70-79	74,5	2	3
80-89	84,5	2	1
90-100	94,5	4	3

Al ser el tamaño de la muestra distinto, no basta con comparar las medias sino que se necesita la dispersión y el coeficiente de variación.

Las medias son $\bar{x}_A = 49,33$ $\bar{x}_B = 53,25$ y las desviaciones típicas $s_A = 28,96$ y $s_B = 26,03$

Por tanto, los coeficientes de variación:

$$C.V._A = \frac{s_A}{\bar{x}_A} = \frac{28,96}{49,33} = 0,59$$

$$C.V._B = \frac{s_B}{\bar{x}_B} = \frac{26,03}{53,25} = 0,49$$

Autoevaluación

1. Clara y sus compañeros han recogido estas medidas del pH de muestras de agua en el laboratorio:

6,99 6,9 7,05 6,89 6,94 7,19 7,08 7,2 7,02

- a) Determina la población y la variable estadística que han estudiado.
- b) Indica de qué tipo de variable se trata: cualitativa, cuantitativa discreta o cuantitativa continua.
 - a) La población es el agua y la variable de estudio el pH.
 - b) Se trata de una variable cuantitativa continua.

2. Dada la serie de datos siguientes:

5,5	9,5	16	3,5	9	12
2,5	4,4	5	7,5	7,5	10

Calcula la mediana, la media, el recorrido y el rango intercuartílico.

Mediana: como hay 12 datos y es número par, la mediana se corresponde con la media de las posiciones centrales, en este caso 6 y 7, que en ambos casos vale lo mismo. Por tanto, $M = 7,5$.

Media: $\bar{x} = \frac{5,5+9,5+16+3,5+9+12+2,5+4,4+5+7,5 \cdot 2+10}{12} = 7,70$

Recorrido: $R = 16 - 2,5 = 13,5$

$Q_1 = 4,7$; $Q_3 = 9,75 \rightarrow$ Rango intercuartílico: $9,75 - 4,7 = 5,05$

3. En el gráfico se presenta el número de veces que los alumnos de un grupo han ido al cine este curso.



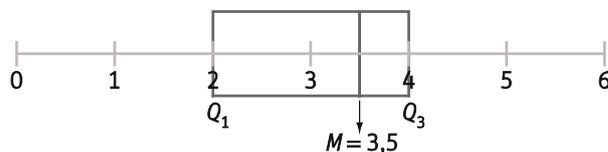
- a) Haz una tabla de frecuencias con estos datos
- b) Dibuja el diagrama de cajas y bigotes

a) Tabla de frecuencias:

N.º veces	f_i	h_i	h_i (%)	F_i	H_i	H_i (%)
0	2	0,05	5	2	0,05	5
1	4	0,11	11	6	0,16	16
2	6	0,16	16	12	0,32	32
3	7	0,18	18	19	0,50	50
4	10	0,26	26	29	0,76	76
5	6	0,16	16	35	0,92	92
6	3	0,08	8	38	1	100

N = 38

b) Diagrama de bigotes:

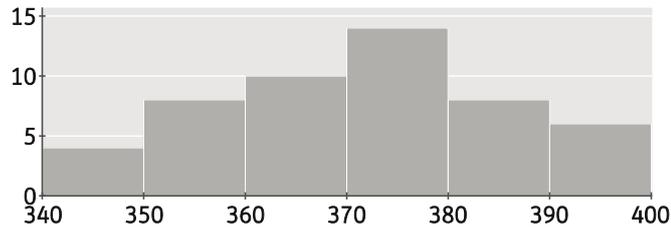


4. Los pesos de una partida de quesos de oveja vienen dados en la siguiente tabla:

Peso (g)	N.º de quesos
[340,350)	4
[350,360)	8
[360,370)	10
[370,380)	14
[380,390)	8
[390,400]	6

- a) Representa la distribución con un histograma
- b) ¿Entre qué valores se encuentra el peso más frecuente?
- c) ¿Cuál es el peso medio de los quesos?
- d) ¿Se puede afirmar que el peso medio es representativo de la distribución? Apoya tu razonamiento en el coeficiente de variación.

a)



b) El peso más frecuente se encuentra en el intervalo modal: [370, 380).

c)

Peso (g)	N.º de quesos	Marca de clase, x_i	$x_i f_i$	$x_i^2 f_i$
[340,350)	4	345	1 380	476 100
[350,360)	8	355	2 840	1 008 200
[360,370)	10	365	3 650	1 332 250
[370,380)	14	375	5 250	1 968 750
[380,390)	8	385	3 080	1 185 800
[390,400]	6	395	2 370	936 150
	N = 50		18 570	6 907 250

$$\bar{x} = \frac{18570}{50} = 371,40$$

d) $s^2 = \frac{6907250}{50} - 371,40^2 = 207,04 \Rightarrow s = 14,39$ $CV = \frac{s}{\bar{x}} = 0,04 \Rightarrow 4 \%$

El peso medio obtenido es representativo de la distribución, pues tiene poca dispersión relativa (CV pequeño).

5. Dada la siguiente distribución del nivel de glucosa en sangre, medida en mg/dL, en 55 pacientes, calcula entre qué dos valores se encuentra el 68 % de los datos.

Glucosa	[60, 70)	[70, 80)	[80, 90)	[90, 100)	[100, 110)
N.º de pacientes	3	14	20	13	5

La distribución es simétrica y unimodal. En estos casos, el 68 % de los datos se encuentra entre $\bar{x} - s$ y $\bar{x} + s$.

Glucosa	N.º de pacientes	Marca de clase, x_i	$x_i f_i$	$x_i^2 f_i$
[60, 70)	3	65	195	12 675
[70, 80)	14	75	1050	78 750
[80, 90)	20	85	1700	144 500
[90, 100)	13	95	1235	117 325
[100, 110)	5	105	525	55 125
	N = 55		4705	408 375

$$\bar{x} = \frac{4705}{55} = 85,55$$

$$s^2 = \frac{408375}{55} - 85,55^2 = 106,20 \Rightarrow s = 10,31$$

$$\bar{x} - s = 75,24$$

$$\bar{x} + s = 95,86$$

El 68 % de los datos se encuentra entre 75,24 y 95,86.