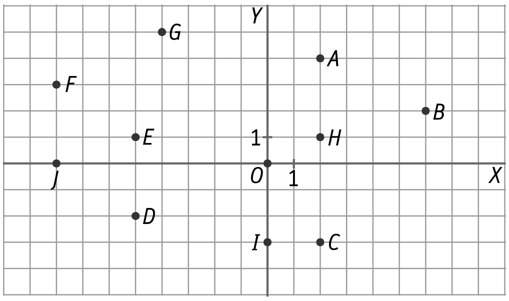
8 Funciones

1. Escribe las coordenadas de los puntos representados.

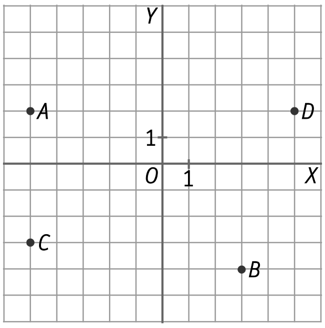


$A(2,\ 4)$ $\quad$ $C(2, -3)$ $\quad$ $E(-5,\ 1)$ $\quad$ $G(-4,\ 5)$ $\quad$ $I(0, -3)$ $\quad$ $O(0,\ 0)$

$B(6,\ 2)$ $\quad$ $D(-5, -2)$ $\quad$ $F(-8,\ 3)$ $\quad$ $H(2,\ 1)$ $\quad$ $J(-8,\ 0)$

2. Representa en el plano cartesiano los siguientes puntos e indica en qué cuadrante están.

a) $\boldsymbol{A(-5,\ 2)}$ **b)** $\boldsymbol{B(3,\ -4)}$ **c)** $\boldsymbol{C(-5, -3)}$ **d)** $\boldsymbol{D(5,\ 2)}$



a) 2.º cuadrante

b) 4.º cuadrante

c) 3.^{er} cuadrante

d) 1.^{er} cuadrante

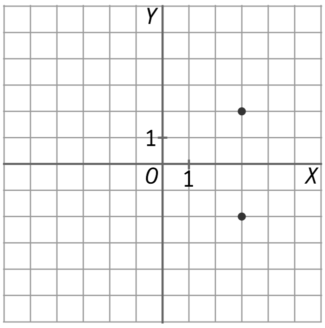
3. Dibuja en un plano cartesiano puntos que cumplan las siguientes condiciones.

a) Dos puntos con la misma abscisa y ordenadas opuestas.

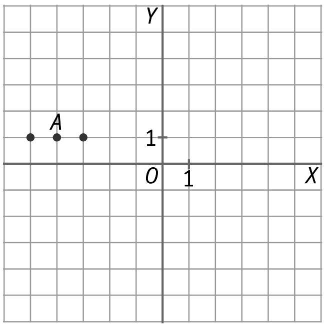
b) Dos puntos que estén a la misma distancia del punto *A*(–4, 1).

Respuesta modelo:

a) $(3,\ 2)$ y $(3, -2)$



b) $(-3,\ 1)$ y $(-5,\ 1)$



4. Cinco amigos han ordenado sus fechas de nacimiento:

1.º	**Óscar**	**23 de marzo**
2.º	**Clara**	**10 de junio**
3.º	**Fermín**	**7 de julio**
4.º	**Laura**	**10 de julio**
5.º	**Raúl**	**23 de agosto**

Representa con diagramas de Venn las correspondencias:

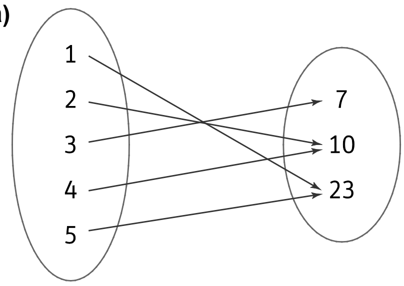
a) Asocia a cada número de orden su día de nacimiento.

b) Asocia a cada número de orden su mes de nacimiento.

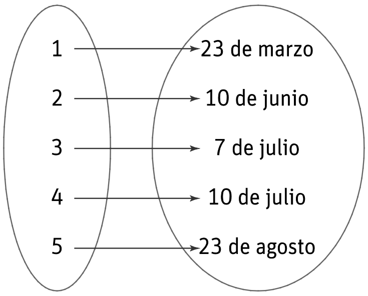
c) Asocia a cada número de orden su fecha.

¿Alguna correspondencia es una función?

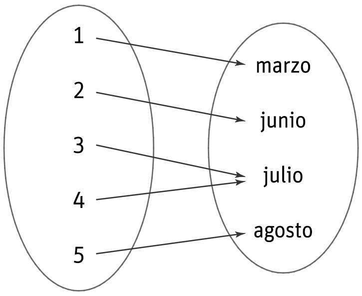
a)



c)



b)



Las tres son funciones, ya que a cada elemento del conjunto inicial le corresponde solo uno del conjunto final.

5. Se define la correspondencia que asigna a cada atleta de una carrera las cifras de su número de dorsal; por ejemplo, al número 23 le corresponden las cifras 2 y 3.

a) ¿Hay algún elemento del conjunto final al que corresponda más de un elemento del inicial?

b) ¿Se trata de una función?

a) La cifra 2 se corresponde tanto con el dorsal 23 como con el dorsal 32..

b) No, como consecuencia del apartado anterior, ya que a cada elemento del conjunto inicial no le corresponde un único valor del conjunto final.

6. Los alumnos de una clase se ordenan según su número de lista. Indica si las siguientes correspondencias son funciones.

a) A cada número de lista se le asigna el número de hermanos.

b) A cada número se le asigna su DNI.

c) A cada número se le asigna su estatura.

a) Sí, es una función, ya que a cada alumno le corresponde un único número de hermanos.

b) Sí, es una función, puesto que a cada alumno le corresponde un único DNI.

c) Sí, es una función, porque a cada alumno le corresponde una única estatura.

7. Dos magnitudes están relacionadas mediante la fórmula $y = 2x - 3$.

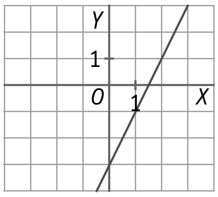
a) Construye la tabla de valores correspondiente.

b) Representa la gráfica.

a)

x	–2	–1	0	1	2	3
y	–7	–5	–3	–1	1	3

b)



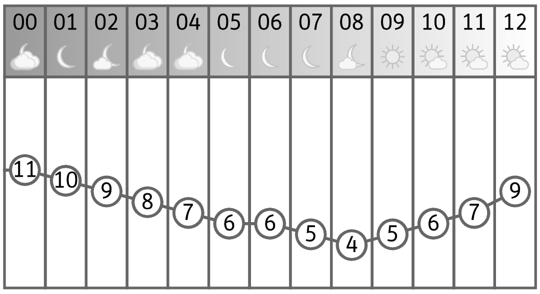
8. Xiomara está consultando las temperaturas previstas en su ciudad en la web de la Agencia Estatal de Meteorología (AEMET).

a) Construye una tabla de valores con los datos de la imagen.

b) ¿Cuál es la variable independiente? ¿Cuál es la variable dependiente?

c) ¿Qué temperatura había a las seis de la mañana?

d) ¿A qué hora la temperatura bajó de 10 ºC?



a)

Hora	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12
Temperatura (ºC)	11	10	9	8	7	6	6	5	4	5	6	7	9

b) La variable independiente es la hora, y la variable dependiente es la temperatura.

c) A las seis de la mañana había 6 ºC.

d) A partir de las dos de la mañana.

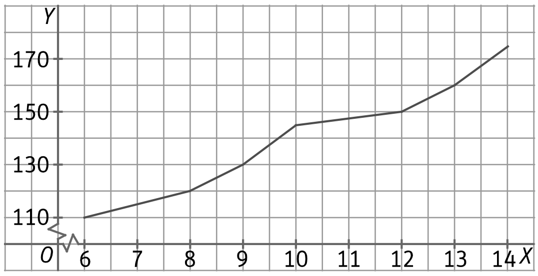
9. En la siguiente gráfica se recogen los datos de la estatura de Sergio entre los 6 y los 14 años. Observa y contesta:

a) ¿Cuánto medía cuando tenía 6 años? ¿Y cuando tenía 10 años?

b) ¿A qué edad superó los 1,5 m de altura?

c) ¿En algún momento su estatura permanece constante?

d) Construye la tabla de valores asociada.



a) A los 6 años medía 110 cm, y a los 10, 145 cm.

b) Superó los 1,5 m a los 12 años.

c) No, siempre crece.

d)

Edad (años)	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Altura (cm)	110	115	120	130	145	148	150	160	175

10. La base de un rectángulo mide 2 cm más que su altura.

a) Si *x* es la altura del rectángulo, ¿cuánto mide su base?

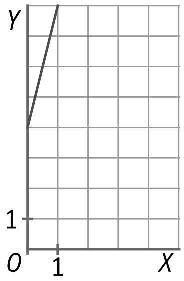
b) Si *y* es el perímetro del rectángulo, escribe la fórmula que permite obtener el perímetro a partir de la altura.

c) Representa en unos ejes de coordenadas la relación entre el perímetro y la altura de esos rectángulos.

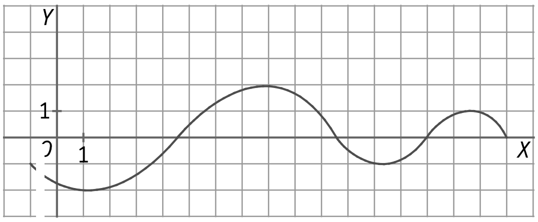
a) Su base mide $x+2$.

b) El perímetro es $y=2x+2(x+2)=4x+4 \Rightarrow y=4x+4$.

c)



11. Indica el dominio y el recorrido de la función $f(x)$.



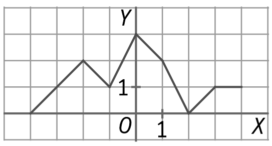
Dominio: $D(f)=[-1, 17]$

Recorrido: $R(f)=[-2, 2]$

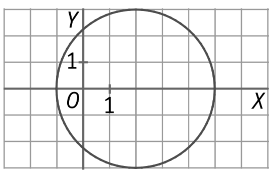
12. Actividad resuelta.

13. Indica si las siguientes gráficas representan una función. En caso afirmativo, indica su dominio y recorrido.

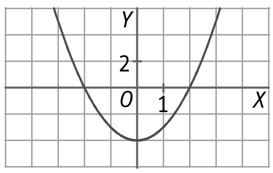
a)



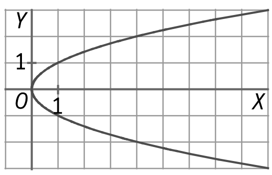
b)



c)



d)



a) Sí es una función. Su dominio es $D(f)=[-4, 4]$ y su recorrido es $R(f)=[0, 3]$.

b) No es una función, ya que, por ejemplo, a $x=2$ le corresponden dos valores, $y=3$ e $y=-3$.

c) Sí es una función. Su dominio es $D(f)=[-3, 3]$ y su recorrido es $R(f)=[-4, 4]$.

d) No es una función, ya que, por ejemplo, a $x=1$ le corresponden dos valores, $y=1$ e $y=-1$.

14. Un comerciante tiene una tabla que le ayuda a calcular el precio de los kilogramos de manzanas que vende.

Manzanas (kg)	1	2	3	5	6
Precio (€)	2,5	5	7,5	12,5	15

a) ¿La relación entre la cantidad de fruta vendida y el beneficio obtenido es una función?

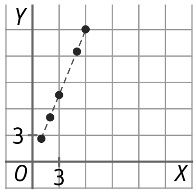
b) Representa gráficamente los datos de la tabla e indica su dominio y recorrido si el máximo valor que toma la variable independiente es 6.

a) Sí es una función, ya que a cada valor de x le corresponde un único valor de y.

b) Si suponemos que se pueden vender cantidades fraccionarias (como 2,5 kg), es posible unir los puntos.

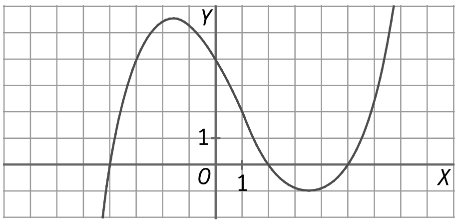
Dominio: $D(f) = [1,\ 6]$

Recorrido: $R(f) = [2{,}5,\ 15]$

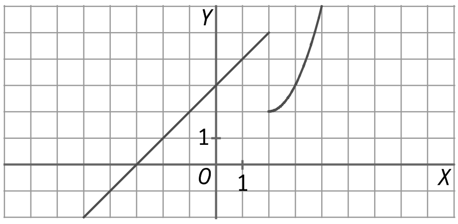


15. Indica si las funciones son continuas o discontinuas, y, en su caso, los puntos de discontinuidad. Halla los puntos de corte con los ejes de cada función.

a)



b)

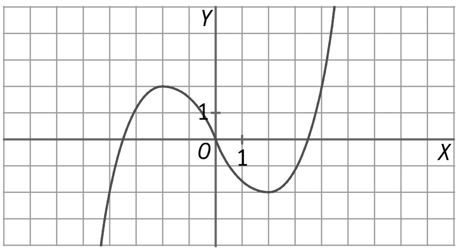


a) Es continua. Puntos de corte con el eje *X*: $(-4,\ 0)$, $(2,\ 0)$ y $(5,\ 0)$. Punto de corte con el eje *Y*: $(0,\ 4)$.

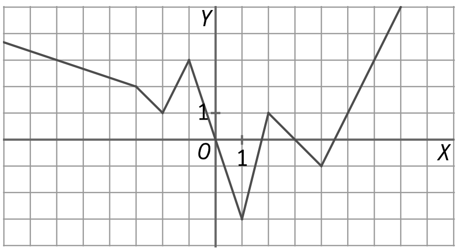
b) Es discontinua en $x = 2$. Punto de corte con el eje *X*: $(-3,\ 0)$. Punto de corte con el eje *Y*: $(0,\ 3)$.

16. Indica los intervalos de crecimiento y decrecimiento de cada una de las siguientes funciones y encuentra los máximos y mínimos.

a)



b)



a) Creciente: de $x = -4$ a $x = -2$ y de $x = 2$ a $x = 4$. Decreciente: de $x = -2$ a $x = 2$.

Máximo relativo: $(-2,\ 2)$. Mínimo relativo: $(2,\ -2)$.

b) Decreciente: de $x = -7$ a $x = -2$, de $x = -1$ a $x = 1$ y de $x = 2$ a $x = 4$. Creciente: de $x = -2$ a $x = -1$, de $x = 1$ a $x = 2$ y de $x = 4$ a $x = 7$.

Máximos relativos: $(-1,\ 3)$ y $(2,\ 1)$. Mínimo absoluto: $(1,\ -3)$. Mínimos relativos: $(-2,\ 1)$ y $(4,\ -1)$.

17. Representa las funciones a partir de las tablas y comprueba si se trata de una función lineal.

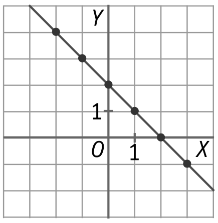
a)

x	–2	–1	0	1	2	3
y	4	3	2	1	0	–1

b)

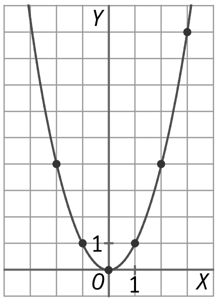
x	–2	–1	0	1	2	3
y	4	1	0	1	4	9

a)



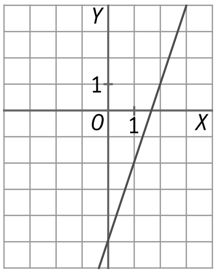
Es una línea recta, sí es una función lineal.

b)



No es una función lineal, no es una línea recta.

18. Representa en unos ejes de coordenadas la función $y = 3x - 5$ y comprueba que es una función lineal.



Como se trata de una recta, es una función lineal, cuya pendiente es 3 y la ordenada en el origen es –5.

19. Sin representarlas, indica si las siguientes funciones son crecientes, decrecientes o constantes.

a) $f(x) = 10x - 43$

b) $f(x) = x + 13$

c) $f(x) = -43$

d) $f(x) = -8x + 15$

e) $f(x) = 0$

f) $f(x) = 15 - 8x$

a) $m = 10 > 0 \Rightarrow$ creciente

b) $m = 1 > 0 \Rightarrow$ creciente

c) $m = 0 \Rightarrow$ constante

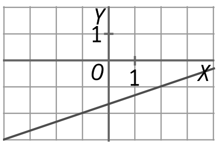
d) $m = -8 < 0 \Rightarrow$ decreciente

e) $m = 0 \Rightarrow$ constante

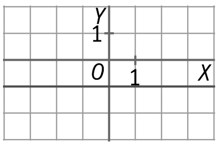
f) $m = -8 < 0 \Rightarrow$ decreciente

20. Indica el signo de la pendiente y de la ordenada en el origen en cada gráfica.

a)



b)



a) $m > 0$, $n < 0$

b) $m = 0$, $n < 0$

21. Calcula en cada caso la pendiente de la recta que pasa por los puntos indicados.

a) $A(5,\ 1)$ **y** $B(7,-7)$

b) $A(-1,3)$ **y** $B(4,\ 23)$

c) $A(1,\ 1)$ **y** $B(-3,9)$

d) $A(0,4)$ **y** $B(4,-32)$

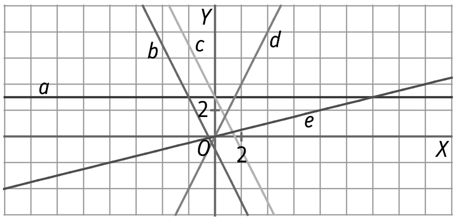
a) $m=\dfrac{-7-1}{7-5}=\dfrac{-8}{2}=-4$

b) $m=\dfrac{23-3}{4-(-1)}=\dfrac{20}{5}=4$

c) $m=\dfrac{9-1}{-3-1}=\dfrac{8}{-4}=-2$

d) $m=\dfrac{-32-4}{4-0}=\dfrac{-36}{4}=-9$

22. Asocia cada una de las rectas con la ecuación correspondiente.



A. $y=-2x+3$

B. $y=3$

C. $y=2x$

D. $y=\dfrac{1}{4}x$

E. $y=-2x-1$

A. *c*

B. *a*

C. *d*

D. *e*

E. *b*

23. Dibuja una recta en cada caso que cumpla las condiciones pedidas.

a) Recta creciente, ordenada en el origen positiva.

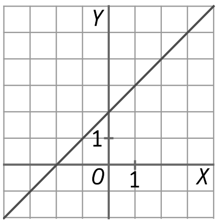
b) Función de proporcionalidad directa, decreciente.

c) Función constante que pasa por $A(0,\ 3)$**.**

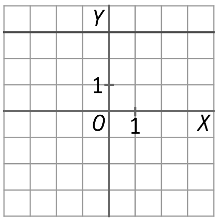
d) Función lineal creciente que pasa por $A(0,\ 4)$**.**

Respuesta modelo:

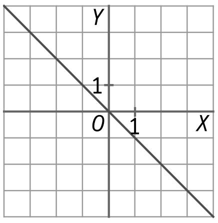
a) $y=x+2$



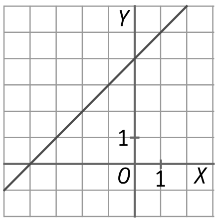
c) $y=3$



b) $y=-x$



d) $y=x+4$



24. Actividad resuelta.

25. Estudia si los puntos $A(2,\ 7)$ y $B(11,-10)$ pertenecen a la recta $y = 4x - 1$.

Un punto pertenece a una recta si verifica su ecuación:

$4\cdot 2 - 1 = 8 - 1 = 7 \Rightarrow A(2,\ 7)$ pertenece a la recta.

$4\cdot 11 - 1 = 43 \neq -10 \Rightarrow B(11,\ -10)$ no pertenece a la recta.

26. Calcula la ecuación de cada recta a partir de los siguientes datos.

a) Pasa por $A(1,\ 4)$ y $B(5,-4)$.

b) Su pendiente es 6 y pasa por $(2,-5)$.

c) Pasa por $(-1,-4)$ y su ordenada en el origen es $\frac{2}{3}$.

a) $m = \frac{-4-4}{5-1} = -2 \Rightarrow y = -2x + n$. Como pasa por $(1,\ 4)$, sustituimos este punto en la ecuación:
$4 = -2 + n \Rightarrow n = 6$. La recta es $y = -2x + 6$.

b) $y = 6x + n$. Como pasa por $(2,-5)$, sustituimos este punto en la ecuación: $-5 = 6\cdot 2 + n \Rightarrow n = -17$.

La recta es $y = 6x - 17$.

c) $y = mx + \frac{2}{3}$. Como pasa por $(-1,\ -4)$, sustituimos este punto en la ecuación:

$-4 = m(-1) + \frac{2}{3} \Rightarrow m = 4 + \frac{2}{3} = \frac{14}{3}$ $-5 = 6\cdot 2 + n \Rightarrow n = -17$. La recta es $y = \frac{14}{3}x + \frac{2}{3}$.

27. Sabemos que una recta tiene por pendiente $\frac{1}{3}$ y su ordenada en el origen es $\frac{-5}{4}$. ¿De qué recta se trata?

La recta es $y = \frac{1}{3}x - \frac{5}{4}$.

28. Estudia la posición relativa de las siguientes rectas.

a) $\begin{cases} r: y = 3x - 2 \\ s: y = -3x - 2 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} r: y = \frac{6}{9}x + 6 \\ s: y = \frac{26}{39}x + \frac{3}{5} \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} r: y = 7x - 2 \\ s: y = 7x + 8 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} r: y = \frac{10}{15}x + 6 \\ s: y = \frac{-24}{36}x + \frac{30}{5} \end{cases}$

a) Son secantes, pues sus pendientes son distintas, 3 y –3.

b) Son paralelas, ya que tienen la misma pendiente, $\frac{6}{9} = \frac{26}{39} = \frac{2}{3}$.

c) Son paralelas, ya que la pendiente de ambas es 7.

d) Son secantes, pues sus pendientes son distintas, $\frac{10}{15} \neq \frac{-24}{36}$.

29. Actividad resuelta.

30. Halla la ecuación de la recta en cada caso.

a) Paralela a $y = -7x + 11$ por $A(-3, 15)$ **b) Paralela a $y = 3x - 6$ por $A\left(\frac{2}{3}, -1\right)$**

a) Como es paralela a $y = -7x + 11$, la pendiente es $m = -7$; por tanto, $y = -7x + n$. Como pasa por $A(-3, 15)$, $15 = -7 \cdot (-3) + n \Rightarrow n = -6$. La recta es $y = -7x - 6$.

b) Como es paralela a $y = 3x - 6$, la pendiente es $m = 3$; por tanto, $y = 3x + n$. Como pasa por $A\left(\frac{2}{3}, -1\right)$, $-1 = 3 \cdot \frac{2}{3} + n \Rightarrow n = -3$. La recta es $y = 3x - 3$.

31. Dos magnitudes *x* e *y* son inversamente proporcionales, y el valor de su constante *k* de proporcionalidad inversa es 2.

a) Escribe la ecuación de la función.

b) Construye una tabla de valores, dando a *x* cinco valores positivos y cinco valores negativos.

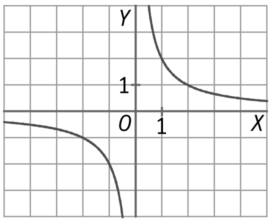
c) A partir de los datos de la tabla, esboza la gráfica de la función.

a) $y = \frac{2}{x}$

b)

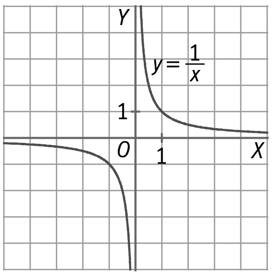
x	–5	–4	–3	–2	–1	1	2	3	4	5
y	$\frac{-2}{5}$	$\frac{-1}{2}$	$\frac{-2}{3}$	–1	–2	2	1	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{5}$

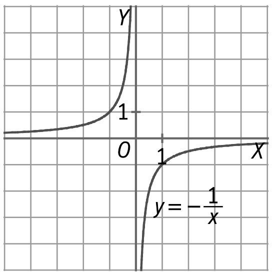
c)



32. Elabora una tabla de valores para la función $y = \frac{1}{x}$, y otra para la función $y = \frac{-1}{x}$, dando a la variable independiente valores positivos y negativos, y observa sus gráficas.

¿Qué relación observas entre las dos funciones?





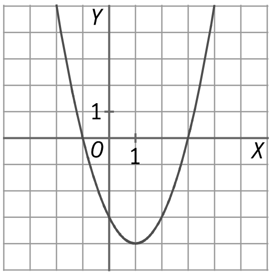
x	–5	–4	–3	–2	–1	1	2	3	4	5
$y = \frac{1}{x}$	$\frac{-1}{5}$	$\frac{-1}{4}$	$\frac{-1}{3}$	$\frac{-1}{2}$	–1	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$

x	–5	–4	–3	–2	–1	1	2	3	4	5
$y = \frac{-1}{x}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	–1	$\frac{-1}{2}$	$\frac{-1}{3}$	$\frac{-1}{4}$	$\frac{-1}{5}$

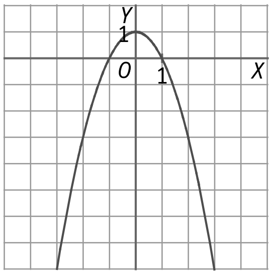
Para el mismo valor de *x* toman valores de *y* opuestos.

33. Escribe las coordenadas del vértice y de los puntos de corte con los ejes de cada parábola.

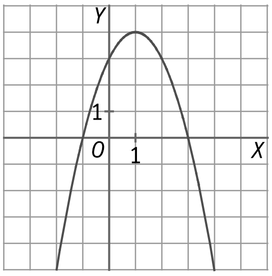
a)



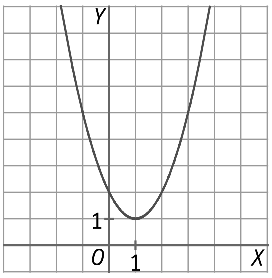
c)



b)



d)



a) Vértice: $(1,-4)$. Puntos de corte con el eje *X*: $(-1,0)$ y $(3,0)$. Punto de corte con el eje *Y*: $(0,-3)$

b) Vértice: $(1, 4)$. Puntos de corte con el eje *X*: $(-1,0)$ y $(3,0)$. Punto de corte con el eje *Y*: $(0, 3)$

c) Vértice: $(0, 1)$. Puntos de corte con el eje *X*: $(-1,0)$ y $(1,0)$. Punto de corte con el eje *Y*: $(0, 1)$

d) Vértice: $(1, 1)$. No hay puntos de corte con el eje *X*. Punto de corte con el eje *Y*: $(0, 2)$

34. Indica hacia dónde se abren las ramas de las siguientes parábolas, sin representarlas.

a) $y = 3x^2 - 5x$

b) $y = -2x^2 + 7x + 1$

c) $y = 3x - 5x^2 + 2$

d) $y = 6 - x - x^2$

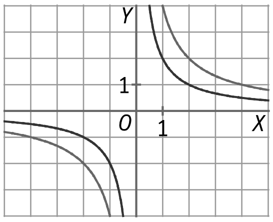
a) Como $3 > 0 \Rightarrow$ Hacia arriba

b) Como $-2 < 0 \Rightarrow$ Hacia abajo

c) Como $-5 < 0 \Rightarrow$ Hacia abajo

d) Como $-1 < 0 \Rightarrow$ Hacia abajo

35. En la gráfica aparecen representadas las funciones $y = \frac{2}{x}$ e $y = \frac{4}{x}$.



a) Identifica qué gráfica corresponde a cada una de las funciones. Para ello, busca un punto de cada una de ellas y comprueba qué ecuación verifica.

b) A la vista de las gráficas, cuando el valor de la constante de proporcionalidad es mayor, ¿la hipérbola está más separada o más cerca de los ejes?

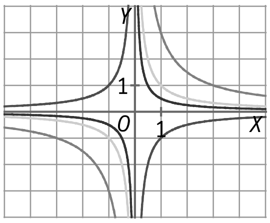
a) Para $x = 2$, $y = \frac{2}{x} = 1$ e $y = \frac{4}{2} = 2$. Por tanto, $y = \frac{2}{x}$ es la función de color rojo e $y = \frac{4}{x}$ es la azul.

b) Cuando es mayor, la hipérbola está más separada.

36. Asigna a cada ecuación su gráfica.

A. $y = \frac{1}{x}$ **C.** $y = \frac{-1}{x}$

B. $y = \frac{3}{x}$ **D.** $y = \frac{0,5}{x}$



Seguimos el criterio de que cuando el valor de la constante de proporcionalidad es mayor, la hipérbola está más separada de los ejes.

A. Verde **B.** Naranja **C.** Roja **D.** Violeta

37. Actividad resuelta.

38. Halla los puntos de corte con los ejes de las siguientes parábolas.

a) $y = x^2 - 5x + 4$ b) $y = x^2 - 4x + 4$ c) $y = x^2 + 4$ d) $y = -2x^2 + 5x - 3$

a) Puntos de corte con el eje *X*: $x^2 - 5x + 4 = 0 \Rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm 3}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 4 \end{cases} \Rightarrow (1, 0)\, y\, (4, 0)$

Punto de corte con el eje *Y*: $y = 4 \Rightarrow (0, 4)$

b) Puntos de corte con el eje *X*: $x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x-2)^2 = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow (2,0)$

Punto de corte con el eje *Y*: $y = 4 \Rightarrow (0, 4)$

c) Puntos de corte con el eje *X*: $x^2 + 4 = 0 \Rightarrow x = \sqrt{-4} \Rightarrow$ No tiene solución; por tanto, no corta el eje *Y*.

Punto de corte con el eje *Y*: $y = 4 \Rightarrow (0, 4)$

d) Puntos de corte con el eje *X*: $-2x^2 + 5x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot (-2) \cdot (-3)}}{2 \cdot (-2)} = \frac{-5 \pm 1}{-4} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ x = 1 \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{3}{2}, 0\right) y\, (1, 0)$

Punto de corte con el eje *Y*: $y = -3 \Rightarrow (0, -3)$

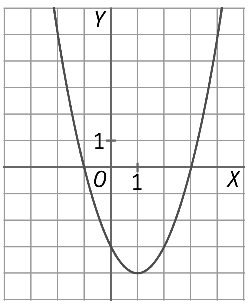
39. Haz una tabla de valores de la función $y = x^2 - 2x - 3$, desde $x = 4$ hasta $x = -4$. A la vista de la tabla, ¿puedes indicar los puntos de corte y el vértice de la parábola? Dibuja su gráfica de forma aproximada.

x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
y	21	12	5	0	–3	–4	–3	0	5

El vértice es el punto donde los valores de *y* pasan de decrecer a crecer: $(1, -4)$.

Punto de corte con el eje *Y*: $x = 0 \Rightarrow (0, -3)$

Puntos de corte con el eje *X*: $y = 0 \Rightarrow (-1, 0)$ y $(3, 0)$



40. En un concurso se obtienen 100 € si se pasa la primera fase, y 150 € por cada pregunta acertada en la segunda fase.

a) Realiza una tabla en la que se relacione el número de aciertos en la segunda fase y la cantidad total obtenida. Calcula al menos seis valores.

b) Representa gráficamente los datos de la tabla anterior. Utiliza en el eje *Y* una escala que vaya de 50 en 50 €.

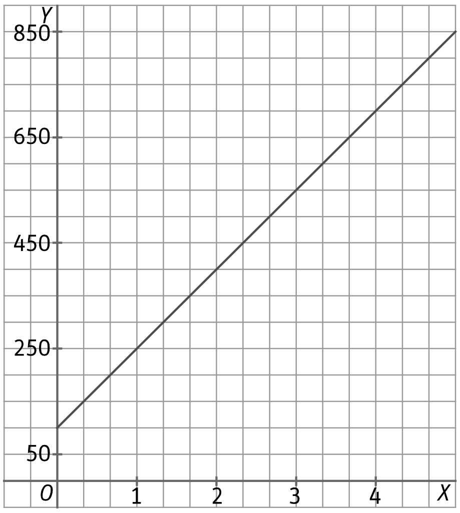
c) ¿Qué tipo de función corresponde a esa gráfica?

d) Obtén la ecuación de la función. ¿Cuál fue el número de aciertos de un concursante que se llevó un premio de 2650 €?

a)

x	0	1	2	3	4	5	6
y	100	250	400	550	700	850	1000

b)



c) Es una función lineal.

d) La ecuación es $y = 100 + 150x$. El número de aciertos fue $2650 = 100 + 150x \Rightarrow x = \dfrac{2550}{150} = 17$.

41. Unos obreros están colocando postes a lo largo de una carretera, con una separación de 5 m entre cada poste y el siguiente.

a) Construye una tabla de valores en la que aparezca el número de postes que hay que colocar dependiendo de la longitud de la carretera.

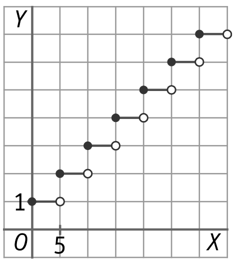
b) Representa gráficamente los valores de la tabla. ¿Qué tipo de función se obtiene?

c) Escribe la ecuación de la función.

a)

x	0	5	10	15	20	25	30
y	1	2	3	4	5	6	7

b)



Es una función discontinua.

c) El valor de *y* sería la parte entera de dividir la longitud de la carretera entre 5 y sumarle 1: $y = \left[\dfrac{x}{5} + 1\right]$.

42. Si se abre un grifo de forma que salgan 6 L de agua por minuto, tarda 35 minutos en llenar una bañera.

a) Calcula cuánto tardará en llenarla si se abre el grifo para que vierta 10 L por minuto.

b) Completa en tu cuaderno la siguiente tabla.

Caudal (L/min)	1	2	3	6	10	12
Tiempo (min)	●	●	●	●	●	●

c) ¿Qué tipo de función es?

d) Esboza la gráfica con los datos, colocando el tiempo en el eje *X*.

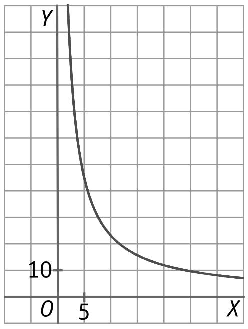
a) $6 \cdot 35 = 10 \cdot t \Rightarrow t = 21$ min

b) La constante de proporcionalidad inversa es $k = 6 \cdot 35 = 210$.

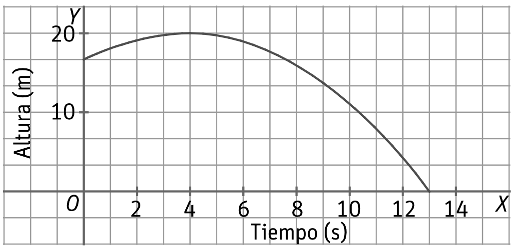
Caudal (L/min)	1	2	3	6	10	12
Tiempo (min)	210	105	70	35	21	17,5

c) Es una función de proporcionalidad inversa.

d)



43. Una flecha sigue una trayectoria parabólica. La gráfica que describe la altura del proyectil en función del tiempo es la siguiente.



a) ¿Cuál es la altura desde la que se lanza la flecha?

b) ¿Cuánto tarda en llegar al suelo?

c) ¿Cuál es la altura máxima que alcanza?

d) ¿Hay algún momento en el que esté exactamente a 10 m de altura?

e) ¿Cuánto tiempo está subiendo?

a) Se lanza a $\frac{5}{6} \cdot 20 = 16,\widehat{6}$ m, aproximadamente, a 16,67 m

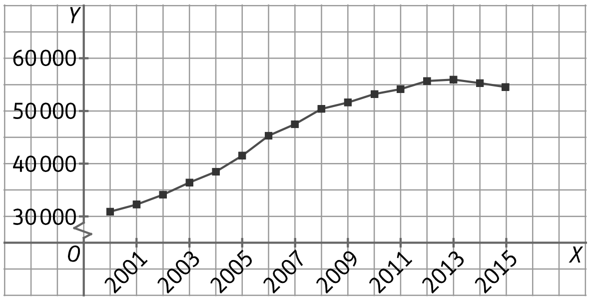
b) Tarda 13 s.

c) La altura máxima es 20 m.

d) Está a 10 m algo después del segundo 10.

e) Está subiendo 4 s.

44. En la siguiente gráfica aparece la evolución de la población de Arganda del Rey entre los años 2000 y 2015.



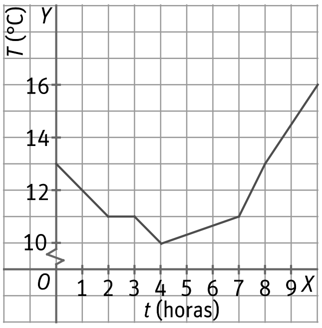
a) Explica brevemente la evolución de la población de Arganda del Rey entre esas fechas.

b) En 1998 había solo 325 extranjeros censados en Arganda. En 2015 había, según los datos del Ayuntamiento, un 22,26 % de población inmigrante. A partir de la gráfica, ¿cuántos inmigrantes vivían en Arganda en 2015, aproximadamente?

a) La población crece bastante entre los años 2000 y 2013, hasta llegar casi a duplicarse, y a partir de este año desciende ligeramente.

b) Como en 2015 había unos 55 000 habitantes, la población inmigrante era de unos $0{,}2226 \cdot 55\,000 = 12\,243$ habitantes.

45. Santiago ha medido la temperatura en su jardín cada hora. Describe la evolución de la temperatura en el jardín a partir de la gráfica.

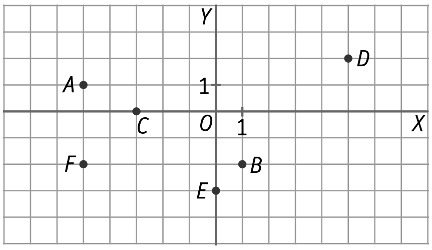


A medianoche, la temperatura era de 13 ºC. Desciende hasta las dos de la mañana, y permanece constante durante una hora.

A lo largo de la hora siguiente baja un grado más, hasta alcanzar la temperatura mínima de 10 ºC a las cuatro de la mañana.

Después empieza a aumentar hasta las siete, y a partir de esa hora crece más rápidamente, hasta alcanzar los 16 ºC a las diez de la mañana.

46. Escribe las coordenadas de los puntos representados en la gráfica.



$A(-5, 1)$ $D(5, 2)$

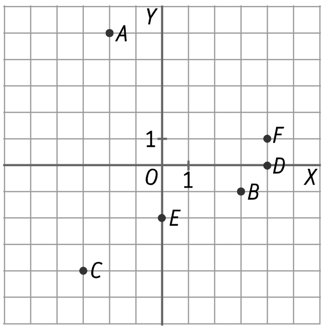
$B(1, -2)$ $E(0, -3)$

$C(-3, 0)$ $F(-5, -2)$

47. Representa los siguientes puntos e indica en qué cuadrante se encuentra cada uno de ellos.

a) $\boldsymbol{A(-2, 5)}$ **c)** $\boldsymbol{C(-3, -4)}$ **e)** $\boldsymbol{E(0, -2)}$

b) $\boldsymbol{B(3, -1)}$ **d)** $\boldsymbol{D(4, 0)}$ **f)** $\boldsymbol{F(4, 1)}$



a) 2.º cuadrante

b) 4.º cuadrante

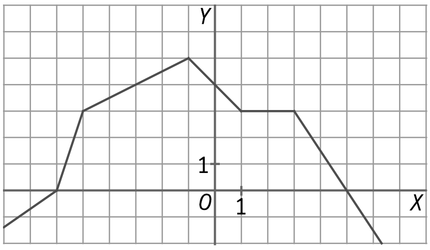
c) 3.er cuadrante

d) Entre 1.º y 4.º cuadrante

e) Entre 3.º y 4.º cuadrante

f) 1.er cuadrante

48. Escribe las **coordenadas de cinco puntos que pertenezcan a la gráfica.**



Respuesta modelo:

$(-6, 0)$ $(3, 3)$

$(-5, 3)$ $(5, 0)$

$(-1, 5)$

49. La fórmula de una función es $y = x^3 - 1$.

a) Completa en tu cuaderno la siguiente tabla.

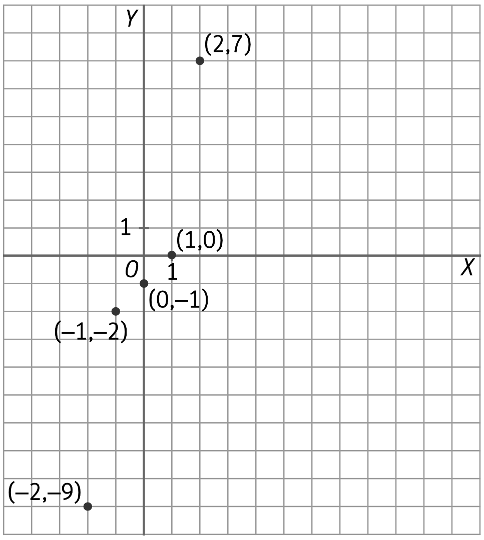
x	–2	–1	0	1	2
y	●	●	●	●	●

b) Dibuja los puntos de la tabla. ¿Están alineados?

a)

x	–2	–1	0	1	2
y	–9	–2	–1	0	7

b)



No están alineados.

50. Obtén la fórmula que permite obtener el perímetro de un cuadrado a partir de la longitud del lado.

a) Construye una tabla de valores. ¿Tiene sentido dar valores negativos? ¿Y fraccionarios?

b) Representa la gráfica.

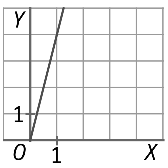
Si *x* es la longitud del lado, la fórmula para hallar el perímero es $y = 4x$.

a)

x	1	2	3	4	5
y	4	8	6	16	20

)
No tiene sentido dar valores negativos, puesto que la medida de longitud no es negativa, pero sí tiene sentido dar valores fraccionarios.

b)



51. Justifica en tu cuaderno si las siguientes correspondencias son funciones.

a) A cada número natural se le asigna la suma de sus cifras.

b) A cada número natural se le asignan sus divisores.

c) Al DNI de cada persona se le asigna su número de móvil.

d) A la edad de cada persona se le asigna su peso.

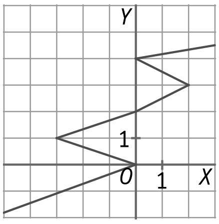
a) Sí es una función, puesto que a cada número le corresponde un único valor.

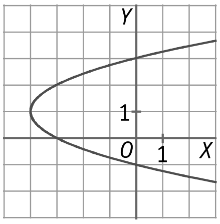
b) No es una función, puesto que a todo número natural le corresponden varios valores. Por ejemplo, al 4 le corresponden 3 valores, 1, 2, 4.

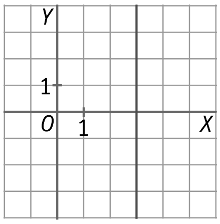
c) No es una función, puesto que una persona puede tener más de un número móvil, o no tener ninguno.

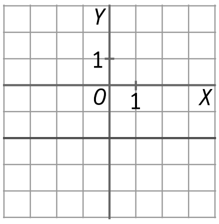
d) No es una función, puesto que dos personas de la misma edad pueden tener pesos distintos.

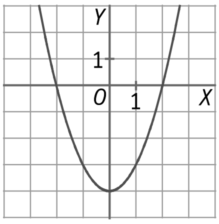
52. Explica si las gráficas representan funciones o no.

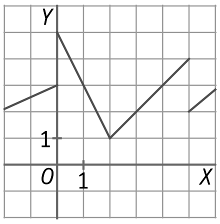
a)


c)


e)


b)


d)


f)


a) No es una función, ya que, por ejemplo, a $x = -3$ le corresponden dos valores, $y = 1$ e $y = -1$.

b) Es una función, ya que a cada valor de *x* le corresponde solo uno de *y*.

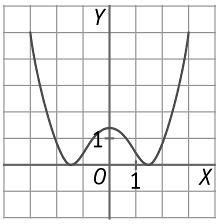
c) No es una función, ya que, por ejemplo, a $x = 0$ le corresponden dos valores, $y = 3$ e $y = -1$.

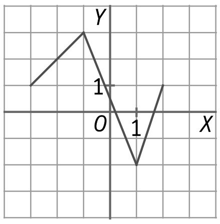
d) Es una función, ya que a cada valor de *x* le corresponde solo uno de *y*.

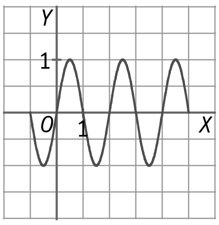
e) No es una función, ya que a un solo valor de *x* le corresponden infinitos valores de *y*.

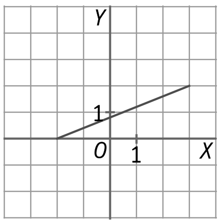
f) Es una función, ya que a cada valor de *x* le corresponde solo uno de *y*.

53. Indica el dominio y el recorrido de las siguientes funciones.

a)


c)


b)


d)


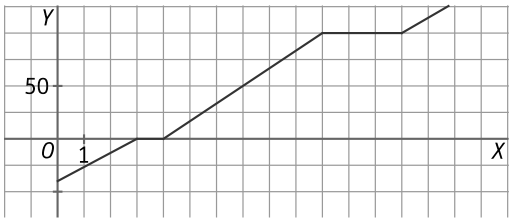
a) $D(f) = [-3,\ 3]$ $R(f) = [0,\ 5]$

c) $D(f) = [-3,\ 2]$ $R(f) = [-2,\ 3]$

b) $D(f) = [-1,\ 5]$ $R(f) = [-1,\ 1]$

d) $D(f) = [-2,\ 3]$ $R(f) = [0,\ 2]$

54. Se ha elaborado una gráfica con los datos que se han recogido al aplicar calor a un bloque de hielo hasta que se evapora completamente.



a) Indica en qué eje se representa la temperatura (ºC) y el tiempo (minutos). ¿Cuál es la variable dependiente?

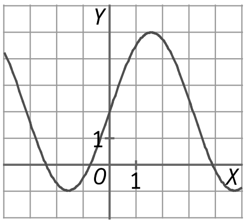
b) Antes de cambiar completamente de estado, permanece un tiempo constante. ¿Cuándo se producen dichas fases?

a) El eje *Y* representa la temperatura (ºC), y el eje *X*, el tiempo (minutos). La variable dependiente es la temperatura.

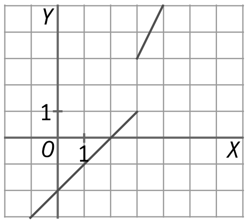
b) Entre los minutos 3 y 4, y entre los minutos 10 y 13.

55. Explica si las siguientes funciones son continuas. En las que no lo sean, indica los puntos de discontinuidad.

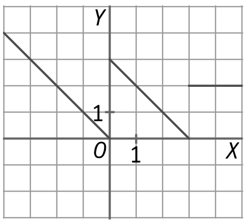
a)



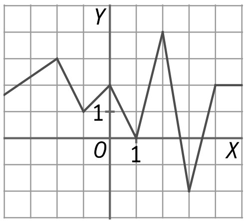
c)



b)



d)



a) Continua.

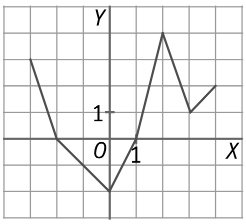
c) Discontinua en $x = 3$.

b) Discontinua en $x = 0$ y en $x = 3$.

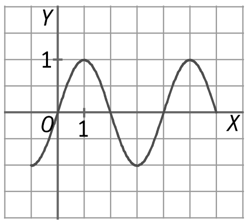
d) Continua.

56. Indica los puntos de corte con los ejes, los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los máximos y mínimos de cada una de las siguientes funciones.

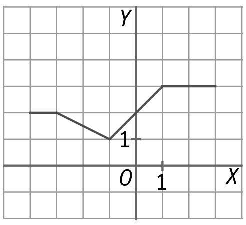
a)



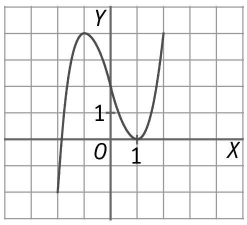
c)



b)



d)



a) Puntos de corte con el eje *X*: $(-2,\ 0)$ y $(1,\ 0)$. Punto de corte con el eje *Y*: $(0, -2)$
Decreciente de $x = -3$ a $x = 0$ y de $x = 2$ a $x = 3$. Creciente de $x = 0$ a $x = 2$ y de $x = 3$ a $x = 4$
Máximo absoluto: $(2,\ 4)$. Mínimo relativo: $(3,\ 1)$. Mínimo absoluto: $(0,\ -2)$

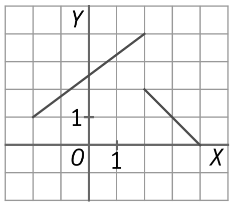
b) No hay puntos de corte con el eje *X*. Punto de corte con el eje *Y*: $(0, 2)$
Decreciente de $x=-3$ a $x=-1$. Creciente de $x=-1$ a $x=1$. Constante de $x=-4$ a $x=-3$ y de $x=1$ a $x=3$
Mínimo absoluto: $(-1, -2)$

c) Puntos de corte con el eje *X*: $(0, 0)$, $(2, 0)$, $(4, 0)$ y $(6, 0)$. Punto de corte con el eje *Y*: $(0, 0)$
Decreciente de $x=1$ a $x=3$ y de $x=5$ a $x=6$. Creciente de $x=-1$ a $x=1$ y de $x=3$ a $x=5$
Máximos relativos: $(1, 1)$ y $(5, 1)$. Mínimo relativo: $(3, -1)$

d) Puntos de corte con el eje *X*: $(-1{,}9\ ;\ 0)$ y $(1, 0)$. Punto de corte con el eje *Y*: $(0, 2)$
Decreciente de $x=-1$ a $x=1$. Creciente de $x=-2$ a $x=-1$ y de $x=1$ a $x=2$
Máximo relativo: $(-1, 4)$. Mínimo relativo: $(1, 0)$

57. Dibuja una función cuyo dominio sea $(-2, 4)$ y que tenga una discontinuidad.

Respuesta modelo:



58. Estudia si los puntos $A(5, -8)$ y $B(-3, -7)$ pertenecen a cada una de las siguientes rectas.

a) $y = 2x - 2$ **b)** $y = 2x - 1$ **c)** $y = 2 - 2x$ **d)** $y = \frac{-59}{8} - \frac{x}{8}$

a) $2\cdot 5 - 2 = 8 \neq -8 \Rightarrow$ *A* no pertenece. $2\cdot(-3) - 2 = -8 \neq -7 \Rightarrow$ *B* no pertenece.

b) $2\cdot 5 - 1 = 9 \neq -8 \Rightarrow$, *A* no pertenece. $2\cdot(-3) - 1 = -7 \Rightarrow$ *B* sí pertenece.

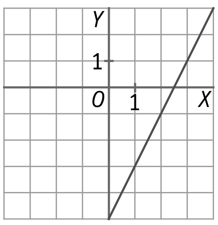
c) $2 - 2\cdot 5 = -8 \Rightarrow$ *A* sí pertenece. $2 - 2\cdot(-3) = 8 \neq -7 \Rightarrow$ *B* no pertenece.

d) $\frac{-59}{8} - \frac{5}{8} = -\frac{64}{8} = -8 \Rightarrow$ *A* sí pertenece. $\frac{-59}{8} - \frac{-3}{8} = \frac{-56}{8} = -7 \Rightarrow$ *B* sí pertenece.

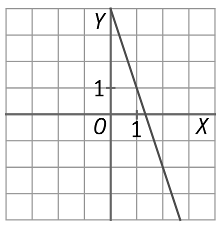
59. Indica la pendiente y la ordenada en el origen de cada una de estas funciones y represéntalas.

a) $y = 2x - 5$ **b)** $y = -2x - 3$ **c)** $y = 4 - 3x$ **d)** $y = \frac{1}{2}x - 1$

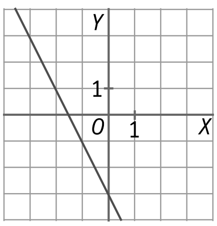
a) $m = 2, n = -5$



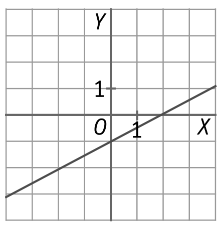
c) $m = -3, n = 4$



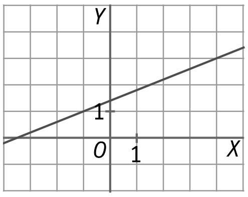
b) $m = -2, n = -3$

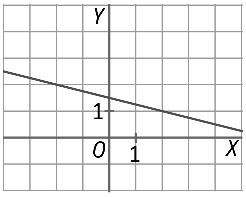


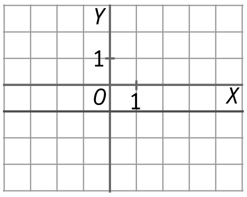
d) $m = \frac{1}{2}, n = -1$

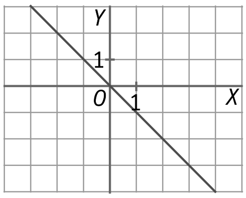


60. Asocia cada gráfica con la opción correspondiente.

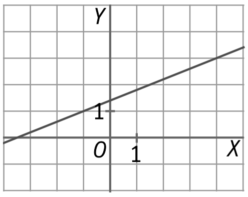




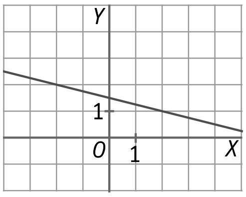




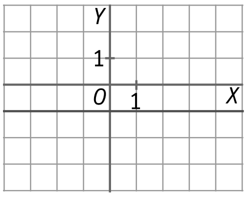
$m = 0$ y $n < 0$ | $m < 0$ y $n > 0$ | $m > 0$ y $n > 0$ | $m < 0$ y $n = 0$



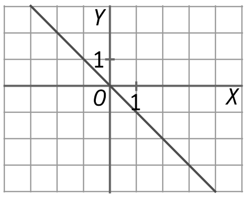
$m > 0$ y $n > 0$



$m < 0$ y $n > 0$



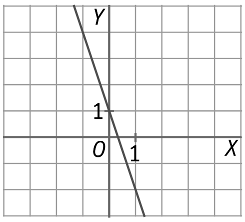
$m = 0$ y $n < 0$



$m < 0$ y $n = 0$

61. Actividad resuelta.

62. Calcula la pendiente y la ordenada de la función a partir de la gráfica.



La ordenada en el origen es $n = 1$.

Como la recta pasa por $(-1, 4)$ y $(0, 1)$, su pendiente es $m = \dfrac{1-4}{0-(-1)} = -3$.

63. Calcula la función a partir de los datos indicados.

a) Su pendiente es 3 y su ordenada en el origen es –8.

b) Su pendiente es –1 y pasa por el punto (0, 1).

c) Su pendiente es 4 y pasa por (–6, 12).

d) Pasa por los puntos (–5, 3) y (0, –7).

e) Pasa por los puntos (1, –3) y (4, 18).

a) La función es $y = 3x - 8$.

b) $y = -x + n \Rightarrow 1 = -0 + n \Rightarrow n = 1 \Rightarrow$ La función es $y = -x + 1$.

c) $y = 4x + n \Rightarrow 12 = 4 \cdot (-6) + n \Rightarrow n = 36 \Rightarrow$ La función es $y = 4x + 36$.

d) $n = -7$ y $m = \dfrac{-7-3}{0-(-5)} = \dfrac{-10}{5} = -2 \Rightarrow$ La función es $y = -2x - 7$.

e) $m = \dfrac{18-(-3)}{4-1} = \dfrac{21}{3} = 7 \Rightarrow y = 7x + n \Rightarrow -3 = 7 \cdot 1 + n \Rightarrow n = -10 \Rightarrow$ La función es $y = 7x - 10$.

64. Halla la ecuación de la función de proporcionalidad directa cuya gráfica es paralela a $y = -3x + 5$.

Como es paralela, tiene la misma pendiente $m = -3$, y como es de proporcionalidad directa, pasa por (0, 0), luego su ecuación es $y = -3x$.

65. Halla la ecuación de la recta paralela a $y = 5 - 3x$ que cumpla la condición pedida en cada caso.

a) Su ordenada en el origen es -3.

b) Pasa por el punto $(0, 7)$.

c) Pasa por el punto $(7, -4)$.

d) Tiene la misma ordenada en el origen que $y = 6 - 4x$.

Como es paralela, en todos los casos tiene la misma pendiente, $m = -3$.

a) $y = -3x - 3$

b) $y = -3x + 7$

c) $y = -3x + n \Rightarrow -4 = -3 \cdot 7 + n \Rightarrow n = 17 \Rightarrow y = -3x + 17$

d) $n = 6 \Rightarrow y = -3x + 6$

66. Actividad resuelta.

67. Halla la ecuación de la recta que pasa por los puntos indicados de dos maneras distintas.

a) $(-2, 2)$ **y** $(2, 14)$

b) $(3, -7)$ **y** $(7, 40)$

c) $(0, 4)$ **y** $(5, -6)$

d) $(1, 3)$ **y** $(3, 12)$

a) $m = \dfrac{14-2}{2-(-2)} = \dfrac{12}{4} = 3 \Rightarrow y = 3x + n \Rightarrow 2 = 3\cdot(-2) + n \Rightarrow n = 8 \Rightarrow y = 3x + 8$

$$\begin{cases} 2 = -2m + n \\ 14 = 2m + n \end{cases} \Rightarrow 16 = 2n \Rightarrow n = 8 \Rightarrow 14 = 2m + 8 \Rightarrow m = \frac{14-8}{2} = 3 \Rightarrow y = 3x + 8$$

b) $m = \dfrac{40-(-7)}{7-3} = \dfrac{47}{4} \Rightarrow y = \dfrac{47}{4}x + n \Rightarrow -7 = 3\cdot\dfrac{47}{4} + n \Rightarrow n = \dfrac{-169}{4} \Rightarrow y = \dfrac{47}{4}x - \dfrac{169}{4}$

$$\begin{cases} -7 = 3m + n \\ 40 = 7m + n \end{cases} \Rightarrow 47 = 4m \Rightarrow m = \frac{47}{4} \Rightarrow y = \frac{47}{4}x + n \Rightarrow -7 = \frac{47}{4}\cdot(-3) + n \Rightarrow n = \frac{-169}{4} \Rightarrow y = \frac{47}{4}x - \frac{169}{4}$$

c) $n = 4,\ m = \dfrac{-6-4}{5-0} = -2 \Rightarrow y = -2x + 4$

$$\begin{cases} 4 = 0m + n \\ -6 = 5m + n \end{cases} \Rightarrow n = 4 \Rightarrow m = \frac{-6-4}{5} = -2 \Rightarrow y = -2x + 4$$

d) $m = \dfrac{12-3}{3-1} = \dfrac{9}{2} \Rightarrow y = \dfrac{9}{2}x + n \Rightarrow 3 = \dfrac{9}{2} + n \Rightarrow n = -\dfrac{3}{2} \Rightarrow y = \dfrac{9}{2}x - \dfrac{3}{2}$

$$\begin{cases} 3 = m + n \\ 12 = 3m + n \end{cases} \Rightarrow 9 = 2m \Rightarrow m = \frac{9}{2} \Rightarrow y = \frac{9}{2}x + n \Rightarrow 3 = \frac{9}{2} + n \Rightarrow n = \frac{-3}{2} \Rightarrow y = \frac{9}{2}x - \frac{3}{2}$$

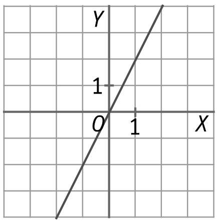
68. Dibuja una función que cumpla las condiciones pedidas en cada caso.

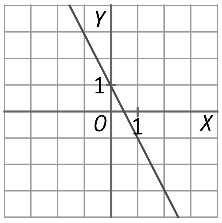
a) Es una función creciente y de proporcionalidad directa.

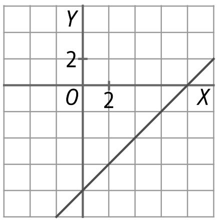
b) Es una función lineal y decreciente.

c) Es una función lineal, creciente y pasa por $A(1, -7)$.

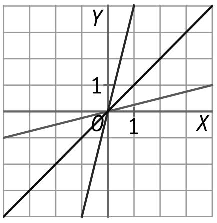
Respuesta modelo:

a) 

b) 

c) 

69. Dibuja en los mismos ejes cartesianos las rectas $y = 4x$ e $y = \frac{1}{4}x$. A continuación, dibuja la recta $y = x$. ¿Cómo son las dos primeras rectas respecto de la tercera?



Las rectas $y = 4x$ e $y = \frac{1}{4}x$ son simétricas respecto de $y = x$.

70. Actividad resuelta.

71. Estudia la posición relativa de los siguientes pares de rectas sin representarlas gráficamente sobre un mismo plano cartesiano.

a) $\begin{cases} r: y - 4 = -8(x+2) \\ s: \dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y+5}{-16} \end{cases}$

b) $\begin{cases} r: y = 3(x+2) - 5x \\ s: y - 1 = \dfrac{9x-7}{3} \end{cases}$

a) $\begin{cases} r: y - 4 = -8(x+2) \Rightarrow y = 4 - 8x - 16 \Rightarrow y = -8x - 12 \\ s: \dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y+5}{-16} \Rightarrow -16x + 48 = 2y + 10 \Rightarrow -16x + 38 = 2y \Rightarrow y = -8x + 19 \end{cases}$

En ambos casos la pendiente es –8; por tanto, son rectas paralelas.

b) $\begin{cases} r: y = 3(x+2) - 5x \Rightarrow y = 3x + 6 - 5x \Rightarrow y = -2x + 6 \\ s: y - 1 = \dfrac{9x-7}{3} \rightarrow y = 1 + 3x - \dfrac{7}{3} \Rightarrow y = 3x - \dfrac{4}{3} \end{cases}$

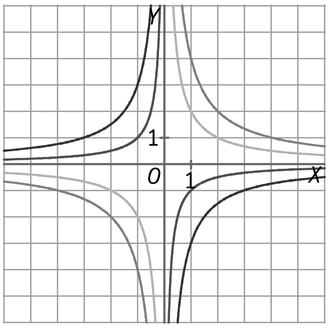
Son rectas secantes.

72. Indica cuáles de las siguientes funciones son inversas.

a) $y = \dfrac{1}{x}$ b) $y = \dfrac{x}{2}$ c) $10y = x$ d) $y = -\dfrac{1}{5}x$

Solo es inversa a) $y = \dfrac{1}{x}$.

73. Relaciona cada ecuación con la gráfica del plano cartesiano correspondiente.



A. $y = \frac{2}{x}$

B. $y = \frac{-1}{x}$

C. $y = \frac{4}{x}$

D. $y = \frac{-3}{x}$

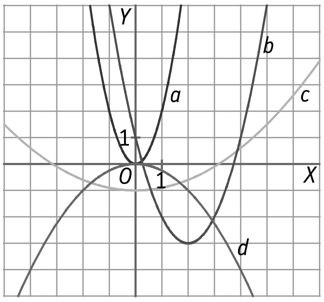
A. Verde

B. Roja

C. Naranja

D. Violeta

74. Asocia cada función con su gráfica, teniendo en cuenta su forma y los puntos de corte con los ejes.



A. $y = 0{,}1x^2 - 1$

B. $y = 2x^2$

C. $y = x^2 - 4x + 1$

D. $y = -\frac{1}{4}x^2$

A. *c*

B. *a*

C. *b*

D. *d*

75. ¿Una función lineal es continua? ¿Y una función cuadrática? ¿Y una función de proporcionalidad inversa? Explica por qué en cada caso.

Las funciones lineal y cuadrática son continuas, sus gráficas respectivas (recta y parábola) no presentan saltos.

La función de proporcionalidad inversa no es continua en $x = 0$.

76. Al calcular la ecuación de la recta que pasa por $(2, 3)$ y $(5, 18)$ se toman los puntos en ese orden. ¿Se obtendrá la misma ecuación si se toman en el orden contrario?

Sí, se obtendrá la misma ecuación. Al calcular la pendiente, en el primer caso se obtiene $m = \frac{18-3}{5-2} = \frac{15}{3} = 5$, y en el segundo, $m = \frac{-15}{-3} = 5$. Para calcular *n* se puede usar también cualquiera de los puntos, no influye el orden.

77. Calcula la ecuación de cada recta a partir de los datos indicados.

a) La ordenada en el origen es 4 y pasa por $(1, 2)$.

b) Pasa por $A(2, -3)$ y $B(4, -11)$.

c) Es paralela a $y = -2x - 5$ por $A(4, 1)$.

a) $y = mx + 4 \Rightarrow 2 = m \cdot 1 + 4 \Rightarrow m = -2 \Rightarrow y = -2x + 4$

b) $m = \frac{-11-(-3)}{4-2} = \frac{-8}{2} = -4 \Rightarrow y = -4x + n \Rightarrow -3 = -4 \cdot 2 + n \Rightarrow n = 5 \Rightarrow y = -4x + 5$

c) $m = -2 \Rightarrow y = -2x + n \Rightarrow 1 = -2 \cdot 4 + n \Rightarrow n = 9 \Rightarrow y = -2x + 9$

78. Estudia si los puntos $A(2, 5)$, $B(4, 13)$ y $C(74, 293)$ están alineados, hallando la ecuación de la recta que pasa por *A* y *B* y comprobando si *C* pertenece a la misma.

Hallamos la recta que pasa por *A* y *B*: $m = \frac{13-5}{4-2} = 4 \Rightarrow y = 4x + n \Rightarrow 5 = 4\cdot 2 + n \Rightarrow n = -3 \Rightarrow y = 4x - 3$.

Comprobamos si *C* pertenece a ella: $4\cdot 74 - 3 = 296 - 3 = 293$.

A, *B* y *C* están alineados.

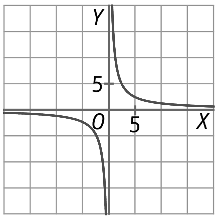
79. El producto de dos números es 12.

a) Calcula la función que permite obtener un número a partir del otro.

b) ¿De qué tipo es la función? Esboza su gráfica.

a) $y = \frac{12}{x}$

b) Es una función de proporcionalidad inversa.

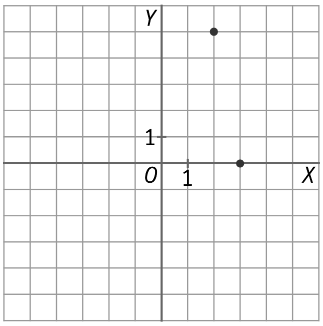


80. Una parábola tiene el vértice en (2, 5) y corta el eje *X* en (3, 0).

a) Representa ambos puntos. ¿Qué forma tiene la parábola?

b) Halla el otro punto de corte con el eje *X*.

a) Tiene las ramas abiertas hacia abajo.



b) Como la parábola tiene el eje de simetría en $x = 2$, el otro punto de corte es (1, 0).

81. Halla la ecuación de la recta paralela a $y = -3x + 6$ con ordenada en el origen igual a la de la recta $y = -x - 2$.

Si es paralela a $y = -3x + 6$, su pendiente es $m = -3$. Su ordenada en el origen es la misma que la de $y = -x - 2$, $n = -2$. La recta es $y = -3x - 2$.

82. Si se conocen dos puntos de una parábola que tengan la misma ordenada, se puede calcular la abscisa de su vértice, ya que es la media de las de esos dos puntos. La parábola $y = x^2 - 6x + 5$ corta el eje *X* en (1, 0) y en (5, 0). ¿Cuáles serán las coordenadas de su vértice?

La media de 1 y 5 es $x = \frac{1+5}{2} = 3 \Rightarrow y = 3^2 - 6\cdot 3 + 5 = 9 - 18 + 5 = -4$.

El vértice es el punto (3, –4).

83. Julia realiza un cuestionario a sus alumnos en clase, y por cada respuesta correcta les suma 0,1 puntos, hasta un máximo de 2 puntos.

a) Construye la tabla de valores y calcula la fórmula de la función que relaciona las respuestas correctas con la puntuación obtenida.

b) ¿Cuál es el número máximo de respuestas que se pueden dar, si no se pueden sacar más de 2 puntos?

a) Llamamos *x* a las respuestas correctas e *y* a la puntuación obtenida.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1

x	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
y	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2

La función es $y = 0{,}1x$.

b) Se pueden dar un máximo de 20 respuestas correctas.

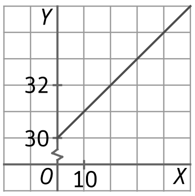
84. Alquilar un coche cuesta 30 €, a lo que hay que sumarle 10 € por cada 100 km recorridos.

a) Escribe la función que permite calcular el coste del alquiler en función de los kilómetros recorridos.

b) Representa la gráfica de la función.

a) $y = 30 + 10 \cdot \frac{x}{100} \Rightarrow y = \frac{1}{10}x + 30$

b)



85. Un comercial cobra un sueldo fijo mensual de 600 €, más el 10 % de las ventas que realice.

a) Escribe la función que permite calcular el salario mensual en relación con el dinero que han supuesto sus ventas.

b) ¿De qué tipo de función se trata?

c) Si el vendedor quiere ganar al menos 1000 €, ¿cuáles tienen que ser sus ventas?

d) El mes pasado ganó 1700 €. ¿Cuál fue el importe de sus ventas?

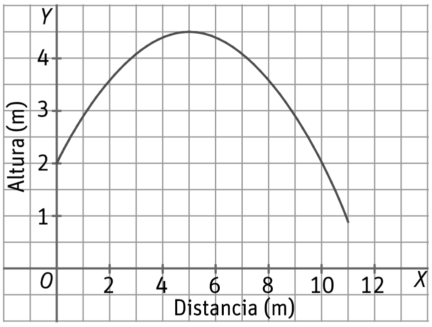
a) Si *x* son las ventas e *y* el salario mensual, $y = 600 + \frac{x}{10}$.

b) Es una función lineal.

c) $1000 = 600 + \frac{x}{10} \Rightarrow 400 = \frac{x}{10} \Rightarrow x = 4000$. Debe obtener 4000 € en ventas.

d) $1700 = 600 + \frac{x}{10} \Rightarrow 1100 = \frac{x}{10} \Rightarrow x = 11\,000$. El importe de sus ventas fue de 11 000 €.

86. Daniel tira una pelota a su primo Jesús por encima de una valla.



a) ¿Desde qué altura lanzó la pelota?

b) ¿Jesús pudo cogerla antes de que cayera?

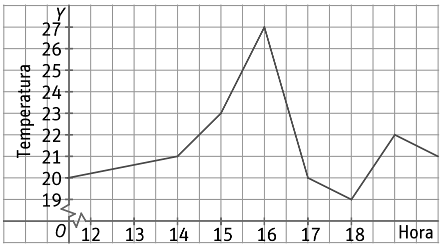
c) ¿A qué distancia estaban los dos?

a) Desde 2 m de altura.

b) Sí, la cogió a 1 m de altura.

c) Estaban a 11 m de distancia.

87. Un biólogo tiene varios cultivos en su laboratorio. El aire acondicionado se estropeó, y el termómetro de la sala ha recogido los datos que aparecen en la gráfica.



a) Describe los cambios de temperatura entre las 12.00 y las 21.00.

b) ¿Cuál fue la temperatura máxima? ¿Y la mínima?

c) La alarma del laboratorio suena si la temperatura supera los 23 ºC. ¿Cuánto tiempo estuvo sonando, aproximadamente?

a) La temperatura empezó a subir antes de las 12.00, primero lentamente y luego más deprisa, hasta alcanzar un máximo de 27 ºC a las 16.00.

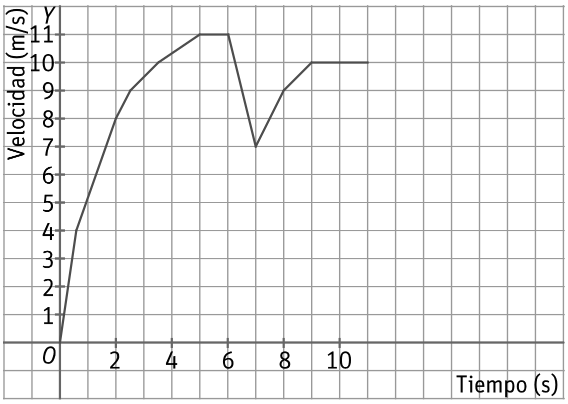
Después, la temperatura bajó hasta alcanzar los 20 ºC a las 17.00 y siguió descendiendo durante la siguiente hora de manera más suave, con lo que a las 18.00 había 19 ºC.

Hasta las 19.00, la temperatura subió hasta los 22 ºC. En ese momento se produjo otro descenso en la temperatura del laboratorio, hasta llegar a los 21 ºC a las 20.00.

b) Se alcanzó un máximo de 27 ºC y un mínimo de 19 ºC.

c) Estuvo sonando durante una hora y media aproximadamente.

88. Después de cada entrenamiento, el entrenador de un corredor de 100 m lisos le muestra unas gráficas en las que se refleja su velocidad durante la carrera.



a) ¿Qué ocurre en los primeros segundos de carrera?

b) ¿Cuánto tarda en alcanzar su velocidad máxima? ¿Cuál es esa velocidad?

c) Explica la gráfica a partir de los seis segundos. ¿Qué crees que puede haber ocurrido?

d) ¿Cuánto tarda en recorrer los 100 metros?

a) Es la etapa de mayor aceleración.

b) Tarda cinco segundos en alcanzar los 11 m/s.

c) Por alguna razón (un tropezón, por ejemplo) pierde velocidad, tarda un segundo en recuperarse y volver a acelerar, aunque no llega a recuperar su velocidad máxima.

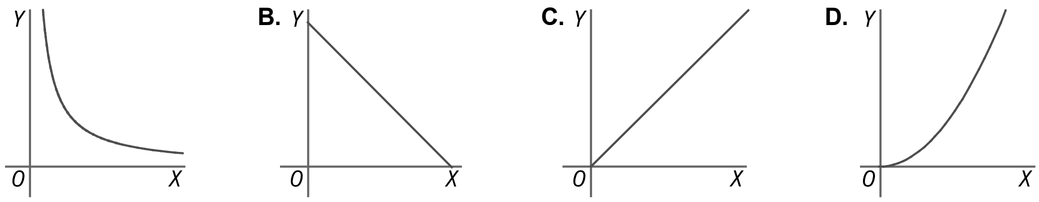
d) Tarda 11 segundos.

89. Varios amigos alquilan una casa rural por 300 €. Encuentra la función que relaciona el número de amigos y la cantidad que tendrá que pagar cada uno.

Si x es el número de amigos e y la cantidad que tendrá que pagar cada uno: $y = \dfrac{300}{x}$.

90. ¿Qué gráfica representa las dimensiones de un rectángulo de área igual a 12 cm²?

A. **B.** **C.** **D.**



Si x e y son las medidas de los lados del rectángulo, su área será $xy = 12 \Rightarrow y = \frac{x}{12}$.

La respuesta correcta es A.

91. El punto de corte de las rectas $y = 3x - 5$ e $y = -4x + 2$ es:

A. $(-1, 2)$ **B.** $(-1, -2)$ **C.** $(1, 2)$ **D.** $(1, -2)$

$3x - 5 = -4x + 2 \Rightarrow 7x = 7 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = 3 \cdot 1 - 5 = -2$

La respuesta correcta es D. $(1, -2)$.

92. Si el punto (x, –4) está en la recta que pasa por los puntos (0, 8) y (–4, 0), el valor de x es:

A. –2 **B. 2** **C. –8** **D. –6**

La pendiente de la recta es $m = \frac{0-8}{-4-0} = 2 \Rightarrow$ La recta es $y = 2x + 8$.

Para el punto $(x, -4) \Rightarrow -4 = 2x + 8 \Rightarrow -12 = 2x \Rightarrow x = -6$

La respuesta correcta es D. –6.

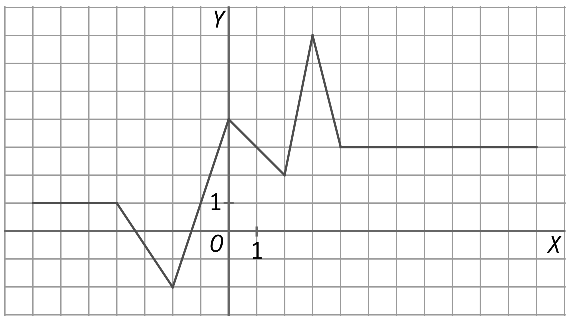
93. Las rectas $y = 4x - 4a$ e $y = 0{,}25x + b$ se cortan en el punto (1, 2). ¿Cuál es el valor de $a + b$?

A. 0,5 **B. 1,75** **C. 2,25** **D. 2,5**

$$\begin{cases} 2 = 4 \cdot 1 - 4a \Rightarrow -2 = -4a \Rightarrow a = 0{,}5 \\ 2 = 0{,}25 \cdot 1 + b \Rightarrow b = 1{,}75 \end{cases} \Rightarrow a + b = 2{,}25$$

La respuesta correcta es C. 2,25.

94. Pablo está describiendo una función a partir de su gráfica, pero ha cometido algunos errores. Encuentra tres errores en la descripción y corrígelos.



- **El dominio va de –6 a 7.**
- **El recorrido es [–2, 7].**
- **Corta los ejes en tres puntos.**
- **Decrece de –4 a –2 y crece de –2 a 4.**
- **Tiene dos extremos absolutos y dos extremos relativos.**
- **Tiene un máximo absoluto en 7.**
- **El mínimo absoluto es (–2, –2).**
- El dominio va de –7 a 11.
- Decrece de –4 a –2 y crece de –2 a 0.
- Tiene un máximo absoluto en x = 3.

PONTE A PRUEBA

Velocidad de un coche de carreras

Actividad resuelta.

El gimnasio

José tiene cerca de su casa dos gimnasios con distintas ofertas y no sabe a cuál de los dos acudir para ejercitarse.

Gimnasio A	**Gimnasio B**
Cuota de inscripción: 40 €. Cuota mensual: 20 €. Se pagan los primeros seis meses por adelantado. (Ese dinero no se devuelve, aunque el cliente se dé de baja). A partir de ahí, se paga mes a mes.	Sin cuota de inscripción. Cuota mensual: 40 €. Se pagan los primeros tres meses por adelantado. (No se devuelve el dinero). Después se paga mes a mes.

1. **¿Cuánto pagará, como mínimo, si se apunta al primer gimnasio? ¿Y si se apunta al segundo?**

2. **¿Cuál de las dos ofertas le resulta más rentable si piensa ir durante todo el año?**

3. **José no sabe cuántos meses terminará yendo al gimnasio este año. Estudia qué oferta le resulta más económica, hasta un máximo de 12 meses.**

1. Aunque no vaya, pagará $40 + 6 \cdot 20 = 160$ € en el gimnasio A, y $40 \cdot 3 = 120$ € en el gimnasio B.

2. Por 12 meses paga 40 + 20 · 12 = 280 € en el gimnasio A y $40 \cdot 12 = 480$ € en el gimnasio B. El A es más rentable.

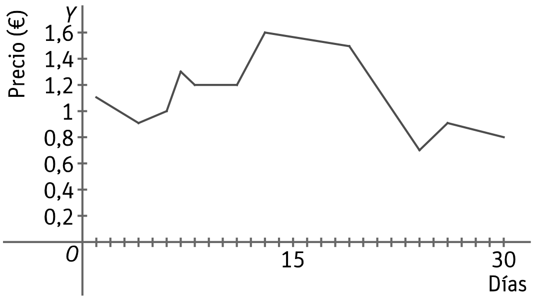
3. Como en cada gimnasio hay que pagar por adelantado un número distinto de meses, lo más cómodo es hacer una tabla comparativa del total pagado en cada uno.

Meses	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A	160	160	160	160	160	160	160	180	200	220	240	260	280
B	120	120	120	120	160	200	240	280	320	360	400	440	480

Hasta tres meses es más barato el gimnasio B. Si va cuatro meses, salen por el mismo precio, y a partir del quinto mes es más barato el gimnasio A.

La Bolsa

En la gráfica aparece el precio de las acciones de una compañía en la Bolsa a lo largo de un mes.



1. **¿Es la gráfica de una función? Identifica las variables dependiente e independiente.**
2. **Describe la evolución del precio de las acciones.**
3. **Mónica compró 1000 acciones el día 6 y las vendió el día 19. ¿Cuánto dinero ganó o perdió?**
4. **Ángel compró 1250 acciones el día 13 y vendió 750 el día 24, y el resto, el día 26. ¿Cuánto dinero ganó o perdió?**
5. **¿Cuál es el mayor beneficio que se podría haber sacado negociando con 2000 acciones?**

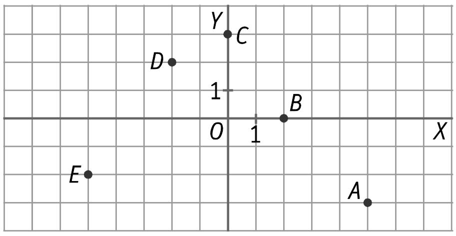
1. Sí, es la gráfica de una función. La variable dependiente es el precio, y la independiente, el tiempo.
2. El precio ha variado bastante en ese mes, tendiendo al alza en la primera quincena y descendiendo en la segunda. A final de mes, las acciones cuestan unos 30 céntimos menos que al principio.
3. El día 6, las acciones costaban 1 €, por lo que gastó 1000 €. El día 19 estaban a 1,50 €, así que las vendió por $1000 \cdot 1,5 = 1500$ €. En total ganó $1500 - 1000 = 500$ €.
4. Ángel compró 1250 acciones a 1,50 € y vendió 750 a 0,70 € y 500 a 0,90 €. Por tanto,

   $-1250 \cdot 1,5 + 750 \cdot 0,7 + 500 \cdot 0,9 = -1875 + 525 + 450 = -900$

   Perdió 900 €.
5. Comprándolas el día 4 a 0,90 € y vendiéndolas el día 13 a 1,60 €, se ganan $(1,6 - 0,9) \cdot 2000 = 0,7 \cdot 2000 = 1400$ €.

AUTOEVALUACIÓN

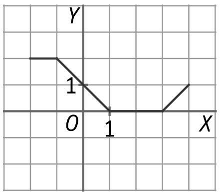
1. Escribe las coordenadas de los puntos representados.



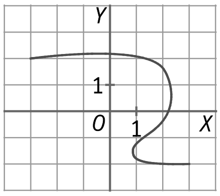
$A(5,-3)$ $B(2, 0)$ $C(0, 3)$ $D(-2, 2)$ $E(-5,-2)$

2. ¿Representan funciones las gráficas siguientes? Indica el dominio y recorrido en caso afirmativo.

a)



b)



a) Sí es una función. Su dominio es $D(f)=[-2, 4]$, y su recorrido, $R(f)=[0, 2]$.

b) No es una función, ya que, por ejemplo, a $x=1$ le corresponden dos valores de *y*.

3. Dos magnitudes están relacionadas mediante la siguiente fórmula: $y=3x-1$.

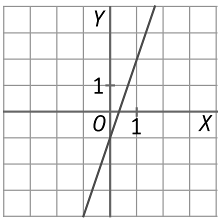
a) Construye la tabla de valores correspondiente.

b) Representa la gráfica.

a)

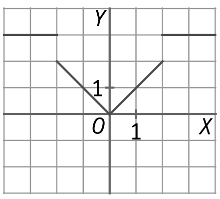
x	–3	–2	–1	0	1	2	3
y	–10	–7	–4	–1	2	5	8

b)

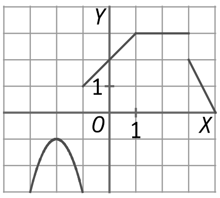


4. Estudia puntos de discontinuidad de estas funciones.

a)



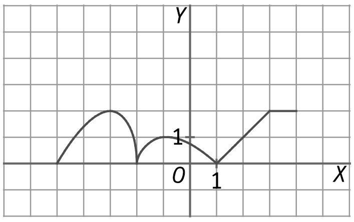
b)



a) Es discontinua en $x=-2$ y $x=2$.

b) Es discontinua en $x=-1$ y $x=3$.

5. **Estudia el dominio, el crecimiento, el decrecimiento y los extremos de la siguiente función.**



$D(f) = [-5,\ 4]$

Creciente: de $x = -5$ a $x = -3$, de $x = -2$ a $x = -1$ y de $x = 1$ a $x = 3$

Decreciente: de $x = -3$ a $x = -2$ y de $x = -1$ a $x = 1$

Constante: de $x = 3$ a $x = 4$

Máximo relativo: $(-3,\ 2)$ y $(-1,\ 1)$. Mínimo relativo: $(-2,\ 0)$ y $(1,\ 0)$

6. **Indica la posición relativa de las siguientes rectas, escribiéndolas en forma explícita.**

a) $\begin{cases} \boldsymbol{r: 3x - y + 7 = 0} \\ \boldsymbol{s: y = \dfrac{-1}{3}x + 7} \end{cases}$

b) $\begin{cases} \boldsymbol{r: 5x - 4y + 9 = 0} \\ \boldsymbol{s: \dfrac{x-1}{4} = \dfrac{y+3}{5}} \end{cases}$

a) $\begin{cases} r: 3x - y + 7 = 0 \Rightarrow y = 3x + 7 \\ s: y = \dfrac{-1}{3}x + 7 \end{cases}$

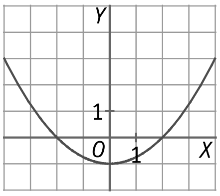
Son rectas secantes.

b) $\begin{cases} r: 5x - 4y + 9 = 0 \Rightarrow y = \dfrac{5}{4}x + \dfrac{9}{4} \\ s: \dfrac{x-1}{4} = \dfrac{y+3}{5} \Rightarrow y + 3 = \dfrac{5}{4}(x-1) \Rightarrow y = \dfrac{5}{4}x - \dfrac{17}{4} \end{cases}$

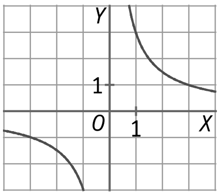
Tienen la misma pendiente $m = \dfrac{5}{4} \Rightarrow$ son paralelas.

7. **Estudia las características de las siguientes funciones.**

a)



b)



a) Función cuadrática, abierta hacia arriba, con el vértice en (0, –1), que corta el eje *X* (–2, 0) y (2, 0) y el eje *Y* en (0, –1).

b) Función de proporcionalidad inversa. Como pasa por (1, 3), se deduce que $y = \dfrac{3}{x}$.

8. **Un *pendrive* tiene una velocidad de transferencia de datos de 10 MB/s. Al empezar a copiar datos, el *pendrive* tenía ya 150 MB de datos. Construye una tabla de valores relacionando el tiempo transcurrido y el tamaño almacenado, en las unidades adecuadas. ¿Qué función relaciona ambas variables?**

***x* (s)**	0	1	2	3	4	5	6
***y* (MB)**	150	160	170	180	190	200	210

La función es $y = 150 + 10x$.