14 Cuerpos geométricos. Volúmenes

Analiza y contesta

¿Cuál fue el último poliedro regular que se conoció? ¿Qué polígonos forman sus caras?

El icosaedro. Sus caras son triángulos equiláteros.

¿Qué poliedro es el más parecido a la esfera? ¿A qué crees que es debido?

El icosaedro, ya que es el que tiene mayor número de caras.

Reflexiona y saca conclusiones

¿Puede haber un poliedro regular en cuyos vértices confluyan seis triángulos equiláteros?

No, confluyen 5 triángulos equiláteros en el icosaedro.

En el cubo, en cada vértice, convergen tres caras cuadradas. ¿Puede haber otro poliedro regular en el que en cada vértice converjan cuatro cuadrados? ¿Por qué?

No, porque 4 cuadrados con un vértice en común forman un plano.

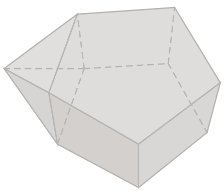
¿Cuántos pentágonos confluyen en cada vértice del dodecaedro?

3 pentágonos

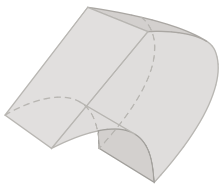
Actividades

1. Indica cuál de las siguientes figuras no es un poliedro. Explica por qué.

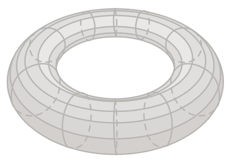
A.



B.



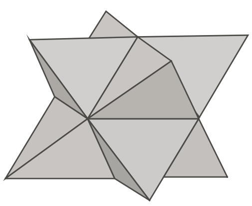
C.



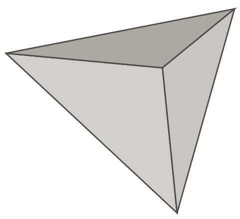
No son poliedros las figuras B y C, porque tienen superficies curvas.

2. Indica el número de caras, aristas y vértices de cada uno de los siguientes poliedros.

a)



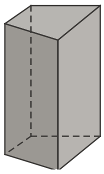
b)

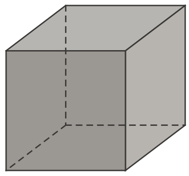


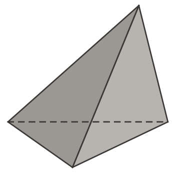
a) Caras: 24 Aristas: 34 Vértices: 12

b) Caras: 4 Aristas: 6 Vértices: 4

3. **Nombra los siguientes poliedros.**

a) 

b) 

c) 

a) Prisma cuadrangular

b) Hexaedro o cubo

c) Pirámide triangular

4. **Indica el número de caras, aristas y vértices de:**

a) Un prisma pentagonal

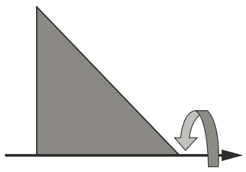
b) Una pirámide hexagonal

c) Un ortoedro

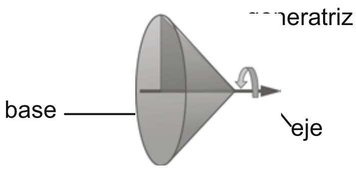
d) Un octaedro

a)	Caras: 7	Aristas: 15	Vértices: 10
b)	Caras: 7	Aristas: 12	Vértices: 7
c)	Caras: 6	Aristas: 12	Vértices: 8
d)	Caras: 8	Aristas: 12	Vértices: 6

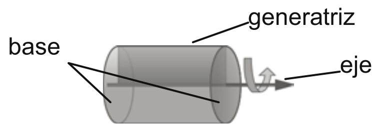
5. **¿Qué cuerpos geométricos obtenemos al girar los siguientes polígonos por el eje señalado? Indica sus elementos.**



Al girar el triángulo se obtiene un cono.



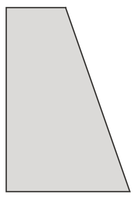
Al girar el rectángulo se obtiene un cilindro.



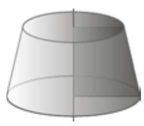
6. **Si cogemos un rectángulo, ¿se obtiene el mismo cilindro si lo hacemos girar por la base o por la altura?**

No se obtiene el mismo cilindro.

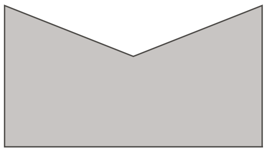
7. **¿Qué cuerpo geométrico se genera al girar este trapecio alrededor de su lado izquierdo? Trata de dibujarlo en tu cuaderno. ¿Qué nombre le pondrías?**



Se genera un tronco de cono. La figura generada sería:



8. ¿Qué figura se genera al girar este polígono alrededor de la base?



Se genera una figura similar a un diábolo.

9. ¿Qué figura obtenemos al girar un cuarto de círculo por uno de los radios que lo limitan?

Al girar un cuarto de círculo sobre uno de sus radios se genera una semiesfera.

10. Indicar la figura que debemos hacer girar para obtener los objetos siguientes. Indica dónde se situaría el eje de giro.

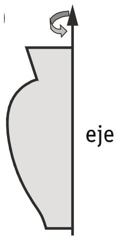
a)

c)

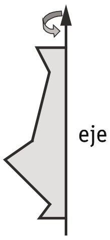
b)

d)

a)

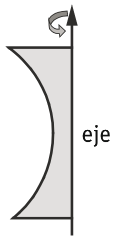


b



c)

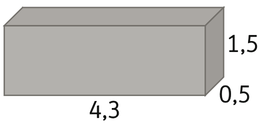
d)



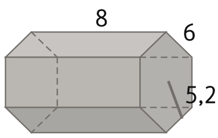
11. Actividad interactiva

12. Calcula el volumen de las siguientes figuras.

a)



b)

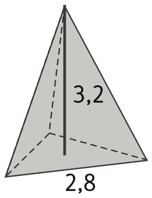


a) $V = (4{,}3 \cdot 0{,}5) \cdot 1{,}5 = 3{,}225$

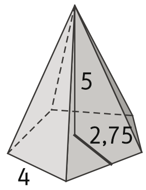
b) $V = \dfrac{6 \cdot 6 \cdot 5{,}2}{2} \cdot 8 = 748{,}8$

13. Calcula el volumen de las siguientes figuras.

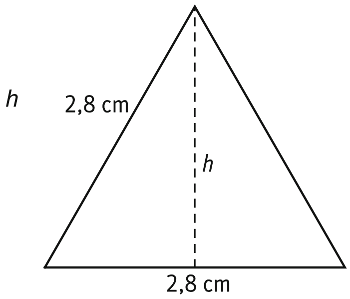
a)



b)



a) Como la base de la pirámide triangular regular es un triángulo equilátero, calculamos su altura con el teorema de Pitágoras:



$h^2 + 1{,}4^2 = 2{,}8^2$

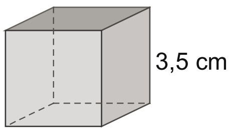
$h^2 = 7{,}84 - 1{,}96 = 5{,}88$

$= \sqrt{5{,}88} = 2{,}42$

$$V = \frac{1}{3}A_{base} \cdot h \Rightarrow V = \frac{1}{3}\left(\frac{2{,}8 \cdot 2{,}42}{2} \cdot 3{,}2\right) = 3{,}61$$

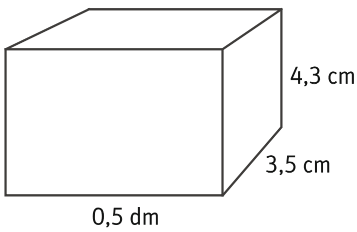
b) $V = \frac{1}{3}A_{base} \cdot h \Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot \frac{4 \cdot 5 \cdot 2{,}75}{2} \cdot 5 = 45{,}83$

14. Dibuja un cubo de 3,5 cm de lado y calcula su volumen.



El volumen será: $V = 3{,}5^3 = 42{,}88$ cm^3.

15. Dibuja un ortoedro cuya base mide 0,5 dm de largo y 3,5 cm de ancho y cuya altura es 4,3 cm. Calcula su volumen.



El volumen es: $V = 5 \cdot 3{,}5 \cdot 4{,}3 = 75{,}25$ cm^3.

16. ¿Cuál es el volumen de una pirámide cuadrangular de lado 4 m y altura 23 dm?

Volumen de la pirámide cuadrangular regular: $V = \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 4 \cdot 2{,}3 = 12{,}27\ \text{m}^3$

17. El volumen de un prisma pentagonal es 980 cm^3. Sabiendo que su altura es 7 cm, ¿cuál es el área de la base?

Volumen del prisma: $V = A_{base} \cdot h \Rightarrow 980\ \text{cm}^3 = A_{base} \cdot 7\text{cm} \Rightarrow A_{base} = \frac{980}{7} = 140\ \text{cm}^2$

18. Actividad resuelta

19. Calcula el volumen de las siguientes pirámides.

a) Una pirámide de altura 5 cm y cuya base es un triángulo rectángulo isósceles de catetos 4 cm.

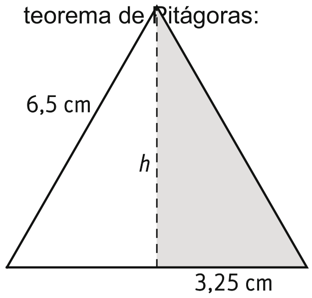
b) Una pirámide de altura 4 m y cuya base es un triángulo equilátero de lado 6,5 m.

a) Volumen de la pirámide: $V = \frac{1}{3} \cdot A_{base} \cdot h \Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot \frac{4 \cdot 4}{2} \cdot 5 \Rightarrow V = 13{,}33 \text{ cm}^3$

b) Volumen de la pirámide: Calculamos la altura del triángulo equilátero por el teorema de Pitágoras:

$h^2 + 3{,}25^2 = 6{,}5^2 \Rightarrow h^2 = 42{,}25 - 10{,}56 = 31{,}69 \Rightarrow h = \sqrt{31{,}69} = 5{,}63$

$V = \frac{1}{3} \cdot A_{base} \cdot h \Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot \frac{6{,}5 \cdot 5{,}63}{2} \cdot 4 \Rightarrow V = 24{,}4 \text{ m}^3$



20. Calcula el volumen de un cilindro de 2 m de radio y 3 m de alto.

Volumen del cilindro: $V = A_{base} \cdot h \Rightarrow V = 3{,}14 \cdot 2^2 \cdot 3 = 37{,}68 \text{ m}^3$

21. Actividad resuelta

22. Calcula el volumen de estos conos:

a) La generatriz mide 15 m y el radio de la base es 6 m.

b) La altura mide 12 mm y su generatriz mide 15 mm.

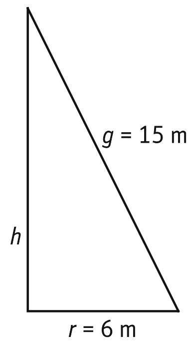
a) Volumen del cono: $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$.

El área de la base es: $A = 3{,}14 \cdot 6^2 = 113{,}04 \text{ m}^2$.

La generatriz, el radio y la altura forman un triángulo rectángulo, utilizando el teorema de Pitágoras:

$h^2 + r^2 = g^2 \Rightarrow h^2 + 36 = 225 \Rightarrow h^2 = 225 - 36 \Rightarrow h^2 = 189 \Rightarrow h = \sqrt{189} = 13{,}75$ m de altura

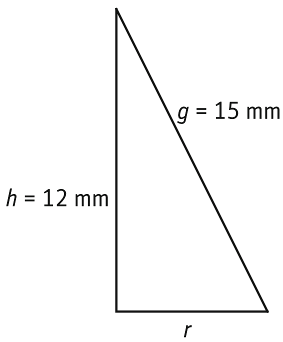
Entonces: $V = \frac{1}{3} \cdot 113{,}04 \cdot 13{,}75 \Rightarrow V = 518{,}1 \text{ m}^3$



b) Volumen del cono: $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$.

El radio es un cateto del triángulo rectángulo formado por la generatriz, la altura y el radio. Calculamos el radio: $12^2 + r^2 = 15^2 \Rightarrow r^2 = 225 - 144 \Rightarrow r^2 = 81 \Rightarrow r = \sqrt{81} = 9$ mm

Entonces: $V = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 81 \cdot 12 \Rightarrow V = 1017{,}36 \text{ mm}^3$



23. En un pozo cilíndrico de 2 m de diámetro y 10 m de profundidad, ¿cuánta agua cabría?

Se calcula el volumen del pozo: $V = A_{base} \cdot h \Rightarrow V = \pi \cdot r^2 \cdot h \Rightarrow V = 3{,}14 \cdot 1^2 \cdot 10 = 31{,}4 \text{ m}^3$. Como cada metro cúbico tiene una capacidad de 1000 L, en el pozo cabrán: $3{,}14 \text{ m}^3 \cdot 1000 = 31\,400$ L.

24. Un heladero tiene que decidir qué cucurucho ofertar: uno mide 4 cm de diámetro y 15 cm de altura y el otro mide 3 cm de radio y 7 cm de generatriz.

Primer cucurucho: $V = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 4 \cdot 15 = 62{,}8\ \text{cm}^3$.

Segundo cucurucho: $V = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 9 \cdot h$

La generatriz es la hipotenusa, el radio es el cateto de la base y falta calcular el otro cateto, que es la altura:

$3^2 + h^2 = 7^2 \Rightarrow h^2 = 49 - 9 \Rightarrow h^2 = 40 \Rightarrow h = \sqrt{40} = 6{,}32$ cm de altura.

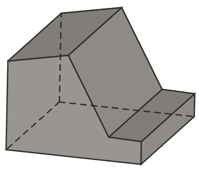
Entonces: $V = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 9 \cdot 6{,}32; V = 59{,}53\ \text{cm}^3$. Como: $62{,}8\ \text{cm}^3 > 59{,}53\ \text{cm}^3$, tiene mayor capacidad el primer cucurucho.

Respuesta modelo: elegiría el cucurucho menor, porque con el 1.º me dan: $\frac{62{,}8}{3} = 20{,}93\ \text{cm}^3$ por cada euro y con el 2º: $\frac{59{,}53}{2{,}5} = 23{,}81\ \text{cm}^3$ por cada euro.

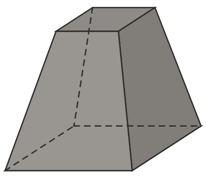
25. Actividad interactiva

26. ¿Son poliedros los siguiente es cuerpos geométricos? ¿Por qué?

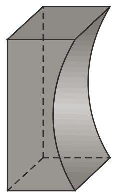
a)



b)



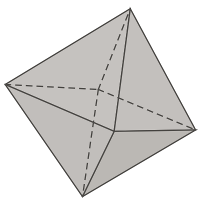
c)



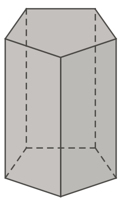
Son poliedros los cuerpos de los apartados a y b, porque tienen las caras planas. El c no es un poliedro porque tiene una cara curva.

27. Nombra los siguientes cuerpos geométricos.

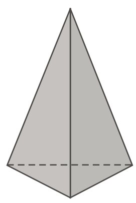
a)



b)



c)



a) Octaedro

b) Prisma pentagonal regular

c) Pirámide triangular.

28. Completa los siguientes enunciados.

a) Un poliedro regular con 6 vértices, ●●● aristas y 8 caras se llama ●●●.

b) El dodecaedro tiene ●●● aristas, ●●● vértices y sus 12 caras son ●●●.

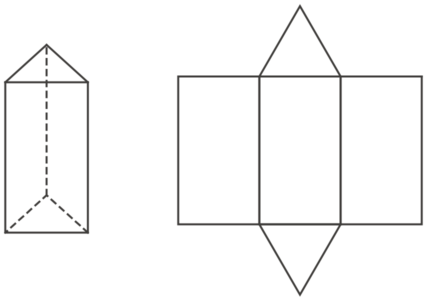
c) Un dado es un ●●●. Tiene ●●● caras, 12 aristas y el número de vértices es ●●●.

a) Un poliedro regular con 6 vértices, 12 aristas y 8 caras se llama octaedro.

b) El dodecaedro tiene 30 aristas, 20 vértices y sus 12 caras son pentágonos regulares.

c) Un dado es un hexaedro o cubo. Tiene 6 caras, 12 aristas y el número de vértices es 8.

29. Dibuja un prisma triangular y su desarrollo plano. ¿Cuántas aristas tiene? ¿Y caras?



Tiene 9 aristas y 5 caras.

30. Actividad resuelta

31. Completa en tu cuaderno la siguiente tabla sobre pirámides.

Pirámide	N.º de vértices	N.º de aristas
Triangular	●●●	●●●
Cuadrangular	●●●	●●●
Pentagonal	●●●	●●●
Polígono de *n* lados	●●●	●●●

Pirámide	N.º de vértices	N.º de aristas
Triangular	4	6
Cuadrangular	5	8
Pentagonal	6	10
Polígono de *n* lados	$n + 1$	$2n$

32. ¿Qué figura se obtiene al unir dos cubos por una de sus caras? ¿Y dos tetraedros?

Al unir dos cubos por una de sus caras se obtiene un prisma cuadrangular regular.

Si se unen dos tetraedros se obtiene un poliedro de 6 caras iguales que son triángulos equiláteros.

33. ¿Puede haber paralelepípedos de más de seis caras? ¿Por qué?

No, porque los paralelepípedos son prismas rectangulares con las caras paralelas dos a dos y todos tienen 6 caras.

34. Contesta de forma razonada:

a) ¿Una pirámide recta es regular?

b) ¿Una pirámide regular es recta? Explícalo.

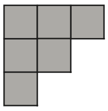
a) Una pirámide recta es regular si el polígono de su base es regular.

b) Una pirámide regular siempre es recta, porque todas sus caras laterales deben ser triángulos isósceles iguales.

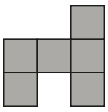
35. ¿Cuáles de los siguientes desarrollos planos corresponden a un cubo?

A.

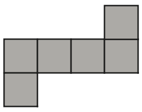
B.



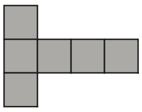
C.



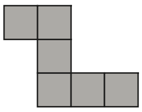
D.



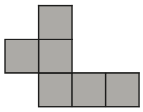
E.



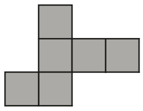
F.



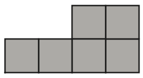
G.



H.



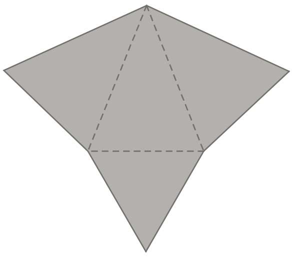
I.



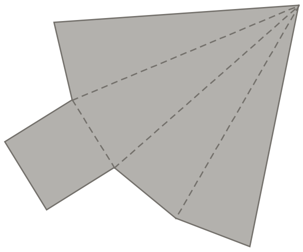
Corresponden a un cubo los desarrollos planos D, E y H.

36. ¿Cuáles de los siguientes desarrollos planos corresponden a una pirámide?

a)

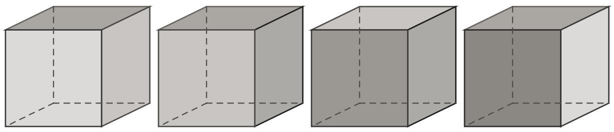


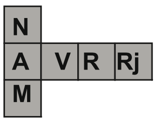
b)



Corresponden a una pirámide los dos desarrollos a y b.

37. Dibuja el desarrollo del cubo que corresponde a estas vistas.





38. Si cogemos un triángulo rectángulo de base 6 cm y altura 20 cm y lo hacemos girar sobre su altura, ¿cuánto mide la generatriz del cono obtenido?

La hipotenusa del triángulo rectángulo es *g* y los catetos son 6 cm y 20 cm. Aplicando el teorema de Pitágoras podemos calcular *g*:

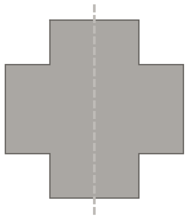
$$2^2 + 20^2 = g^2 \Rightarrow 36 + 400 = g^2 \Rightarrow 436 = g^2 \Rightarrow g = \sqrt{436} = 20{,}88 \text{ cm}$$

39. El rollo de papel higiénico tiene un cartón de 7 cm de altura y 4 cm de diámetro. Si cortamos por una generatriz, ¿qué forma tiene la figura plana resultante?

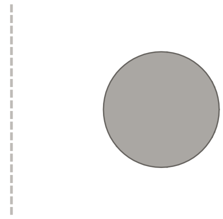
La figura resultante tiene forma de rectángulo.

40. ¿Qué cuerpos se obtienen al hacer girar las figuras siguientes por el eje que se indica? Dibújalas en tu cuaderno.

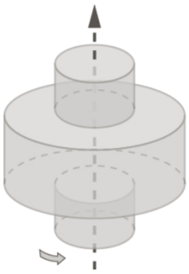
a)



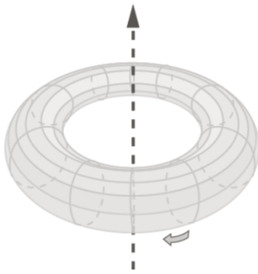
b)



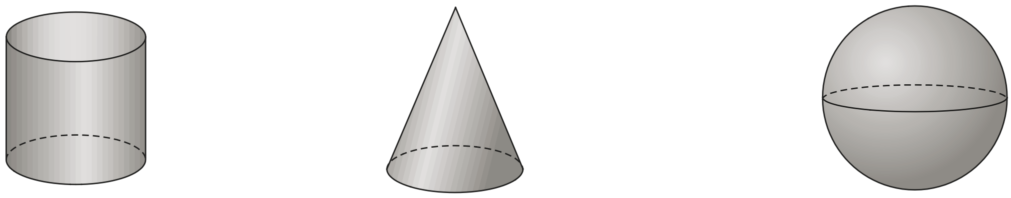
a)



b)



41. Si tienes estos tres cuerpos redondos:



a) ¿Cómo cortarías la esfera para obtener el círculo más grande?

b) ¿Cómo conseguirías el círculo más grande en el cilindro? ¿Y en el cono?

c) ¿Cuál de las formas geométricas anteriores utilizarías para obtener el círculo más pequeño?

a) Cortaría por el círculo que pasa por el centro de la esfera.

b) En el cilindro, todos los círculos serían iguales. En el cono, el círculo mayor es la base.

c) Para obtener el círculo más pequeño utilizaría el cono.

42. Calcula el volumen de un cubo de 2 m de arista.

$V = 2^3 = 8$ m^3

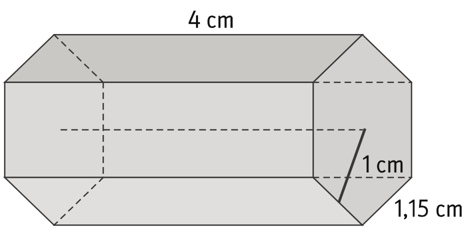
43. Calcula el volumen de un prisma cuadrangular de altura 5,3 m y cuya base tiene un perímetro de 7,2 m.

$V = A_{\text{base}} \cdot h$.

Como el perímetro de la base es 7,2 m, su lado medirá: 7,2 : 4 = 1,8 m.

Entonces: $V = 1{,}8^2 \cdot 5{,}3 = 17{,}17$ m^3

44. La base de este prisma es un polígono regular de lado 1,5 cm y apotema 1 cm. Calcula su volumen sabiendo que su altura es 4 cm.



$V = A_{\text{base}} \cdot h$; Entonces: $V = \dfrac{1{,}5 \cdot 6 \cdot 1}{2} \cdot 4 = 18 \text{ cm}^3$

45. Calcula el volumen de una pirámide pentagonal. La apotema de la base mide 12 cm, el lado de la base mide 8,72 cm y la altura de la pirámide mide 30 cm.

$$V = \frac{2}{3} \cdot A_{base} \cdot h \Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot \frac{8{,}72 \cdot 5 \cdot 12}{2} \cdot 30 = 2616 \text{ cm}^3$$

46. Calcula el volumen de un paralelepípedo de 25 cm de alto, 15 cm de ancho y 10 cm de largo.

$V = 25 \cdot 15 \cdot 10 = 3750 \text{ cm}^3$

47. Halla el volumen de un prisma de 40 cm de altura, cuya base es un triángulo equilátero de 25 cm de arista.

$V = A_{base} \cdot h$

Como la base es un triángulo equilátero utilizaremos el teorema de Pitágoras para calcular su altura:

$12{,}5^2 + h^2 = 25^2 \Rightarrow h^2 = 625 - 156{,}25 \Rightarrow h = \sqrt{468{,}75} = 21{,}65$ cm de altura

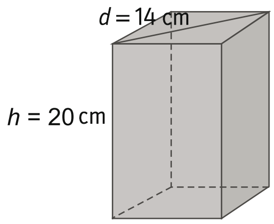
Entonces: $V = \frac{25 \cdot 21{,}65}{2} \cdot 40 = 10.825 \text{ cm}^3$

48. Una pirámide ocupa 332,55 cm³ y tiene una altura de 12 cm. Si la base es un cuadrado, ¿cuánto mide su lado:

Volumen pirámide: $V = \frac{1}{3} \cdot A_{base} \cdot h \Rightarrow 332{,}55 = \frac{1}{3} \cdot A_{base} \cdot 12 \Rightarrow A_{base} = \frac{332{,}55 \cdot 3}{12} = 83{,}14 \text{ cm}^2$

Como la base es un cuadrado: $A_{base} = l^2 \Rightarrow 83{,}14 = l^2 \Rightarrow l = \sqrt{83{,}14} = 9{,}12$ cm.

49. Calcula el volumen de un prisma de base cuadrada sabiendo que la diagonal de la base mide 14 cm y la altura del prisma son 20 cm.



Como la base es un cuadrado, la diagonal d la divide en dos triángulos rectángulos isósceles. Aplicando el teorema de Pitágoras:

$l^2 + l^2 = d^2 \Rightarrow l^2 = \frac{196}{2} = 98 \Rightarrow l = \sqrt{98} = 9{,}9$

$V = A_{base} \cdot h \Rightarrow V = 9{,}9^2 \cdot 20 = 1960 \text{ cm}^3$

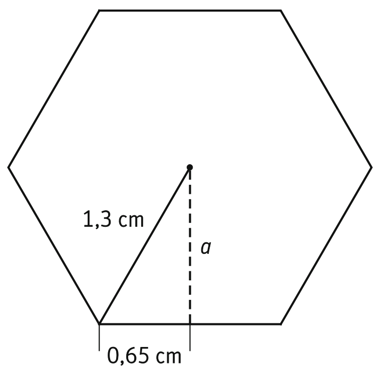
50. Una pirámide tiene por base un hexágono regular. La longitud del lado de la base es 1,3 cm. Calcula su volumen sabiendo que su altura es 3 cm.

$V = \frac{1}{3} \cdot A_{base} \cdot h$.

Calculamos la apotema del hexágono base a, aplicando el teorema de Pitágoras:

$a^2 + 0{,}65^2 = 1{,}3^2 \Rightarrow a^2 + 0{,}42 = 1{,}69 \Rightarrow a = \sqrt{1{,}27} = 1{,}13$ cm.

$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{1{,}3 \cdot 6}{2} \cdot 1{,}13 \cdot 3 = 4{,}41 \text{ cm}^3$



51. ¿Qué cantidad es mayor, 2 m^3 o el volumen de un cubo de 2 metros de arista? Razona la respuesta.

Volumen de un cubo de 2 m de arista: $V = 2^3 = 8$ m^3

Como 8 m^3 > 2 m^3, será mayor el volumen del cubo.

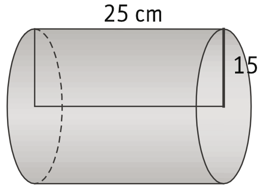
52. Actividad resuelta

53. Dibuja un cubo en tu cuaderno. Con otro color señala el lugar por el que lo cortarías para obtener dos prismas cuadrangulares rectos.

Compara tu respuesta con un compañero. ¿Habéis encontrado la misma solución? ¿Por qué?

Se forman prismas cuadrangulares cortando el cubo por cualquier plano paralelo a cualquiera de las caras del cubo. Es posible encontrar distintas soluciones.

54. Calcula el volumen del siguiente cilindro.



$V = A_{\text{base}} \cdot h \Rightarrow V = 3{,}14 \cdot 15^2 \cdot 25 = 17\,662{,}5$ cm^3

55. Calcula la altura de un cilindro de 3393 cm^3 de volumen y 6 cm de radio de la base.

$V = A_{\text{base}} \cdot h$; $3393 = 3{,}14 \cdot 6^2 \cdot h \Rightarrow 3393 = 113{,}04 \cdot h \Rightarrow h = \dfrac{3393}{113{,}04} = 30{,}02$ cm

56. El radio de la base de un cono es 4 m y la generatriz mide 15 m. Calcula su volumen.

Para calcular el volumen necesitamos la altura del cono, que se calcula utilizando el teorema de Pitágoras al triángulo formado por la generatriz, el radio de la base y la altura.

$h^2 + 4^2 = 15^2 \Rightarrow h^2 + 16 = 225 \Rightarrow h^2 = 225 - 16 \Rightarrow h^2 = 209 \Rightarrow h = \sqrt{209} = 14{,}46$

Entonces el volumen será: $V = \dfrac{1}{3} \cdot A_{\text{base}} \cdot h \Rightarrow V = \dfrac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 16 \cdot 14{,}46 = 242{,}16$ m^3.

57. ¿Cuál es el radio de un cono de 678,58 m^3 si su altura son 6 m?

$V = \dfrac{1}{3} \cdot A_{\text{base}} \cdot h \Rightarrow 678{,}58 = \dfrac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot r^2 \cdot 6; 678{,}58 = 6{,}28 \cdot r^2 = \dfrac{678{,}58}{6{,}28} = r^2 \Rightarrow r^2 = 108{,}05 \Rightarrow r = \sqrt{108{,}05} = 10{,}39$ m

58. Calcula el volumen de las siguientes esferas.

a) Una esfera de radio 4 m.

b) Una esfera de 24 m de diámetro.

c) Sabemos que el área de uno de los círculos máximos de la esfera es 156,86 m^2.

a) $V = \dfrac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \Rightarrow V = \dfrac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 4^3 = 267{,}95$ m

b) El radio medirá: 24 m : 2 = 12 m. Su volumen: $V = \dfrac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 12^3 = 7234{,}56$ m^3

c) Si el área del círculo máximo es 156,86 m^2, le corresponderá un radio de:

$156{,}86 = 3{,}14 \cdot r^2 \Rightarrow \dfrac{156{,}86}{3{,}14} = r^2 \Rightarrow r^2 = 49{,}96 \Rightarrow r = \sqrt{49{,}96} = 7{,}07$ m

El volumen será: $V = \dfrac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 7{,}07^3 = 1479{,}54$ m^3.

59. Se echan 5 cm^3 de agua en un recipiente cilíndrico de 2 cm de radio. ¿Qué altura alcanzará el agua?

5 cm^3 es el volumen del cilindro de 2 cm de radio y *h* de altura de agua:

$$5 = 3{,}14 \cdot 2^2 \cdot h \Rightarrow 5 = 12{,}56 \cdot h \Rightarrow h = \frac{5}{12{,}56} = 0{,}40 \text{ cm}$$

El agua alcanzará 40 cm de altura.

60. Si el volumen de un cubo es 1 m^3, calcula:

a) ¿Qué volumen tiene un cilindro inscrito en el cubo?

b) ¿Qué volumen tiene una esfera inscrita en el cubo?

c) ¿Qué volumen tiene el cono inscrito en la semiesfera anterior?

a) Las dimensiones del cubo serán: 1 m de largo, 1 m de ancho y 1 m de alto. El diámetro de la base del cilindro inscrito y su altura coinciden con el lado del cubo.

$$V = 3{,}14 \cdot 0{,}5^2 \cdot 1 = 0{,}785 \text{ m}^3.$$

b) El lado del cubo es el diámetro de la esfera, es decir, 1 m de diámetro y 0,5 m de radio. Por tanto, su volumen es: $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \Rightarrow V = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}5^3 = 0{,}52 \text{ m}^3$.

c) Un cono inscrito en la semiesfera anterior tendrá el mismo radio que la esfera, 0,5 m y la altura del cono, igual que el radio, 0,5 m.

$$V = \frac{1}{3} \cdot A_{base} \cdot h \Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}5^2 \cdot 0{,}5 \Rightarrow V = 0{,}13 \text{ m}^3$$

61. Actividad resuelta

62. El radio de la Tierra es 6370 km, y el de Júpiter, 70 000 km aproximadamente. Suponemos que los dos planetas tienen forma de esfera.

a) ¿Cuántas veces es mayor el radio de Júpiter al de la Tierra?

b) ¿Cuántas veces es mayor el volumen de Júpiter que el de la Tierra?

a) $\frac{70\,000}{6370} = 10{,}99 \Rightarrow$ El radio de Júpiter es aproximadamente 11 veces mayor que el de la Tierra.

b) Volumen de Júpiter: $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \Rightarrow V = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 70\,000^3 \text{ km}^3$

Volumen de la Tierra: $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \Rightarrow V = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 6370^3 \text{ km}^3$

$$\frac{V_{Júpiter}}{V_{Tierra}} = \frac{\cancel{\frac{4}{3}} \cdot \cancel{3{,}14} \cdot 70\,000^3}{\cancel{\frac{4}{3}} \cdot \cancel{3{,}14} \cdot 6370^3} = 1327{,}01$$

Por lo tanto, el volumen de Júpiter es aproximadamente 1330 veces mayor que el de la Tierra.

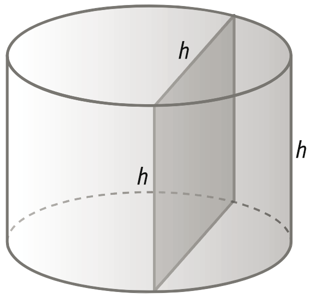
63. Si cogemos un triángulo isósceles de base 6 cm y altura 20 cm y lo hacemos girar sobre su altura, ¿cuánto mide la generatriz del cono obtenido?

La generatriz del cono es la hipotenusa del triángulo rectángulo cuyos catetos son la altura del cono y la mitad de la base del triángulo isósceles.

$$20^2 + 3^2 = g^2 \Rightarrow 400 + 9 = g^2 \Rightarrow g = \sqrt{409} = 20{,}22 \text{ cm}$$

64. Al cortar un cilindro de altura menor que el radio con un plano, ¿es posible obtener un cuadrado? Dibuja la situación en tu cuaderno de forma aproximada.

Sí.



65. ¿Cuál es el volumen de una esfera inscrita en un cilindro de 4 m de altura y 4 de diámetro?

a) Calcula el volumen del cilindro.

b) Comprueba que el volumen de la esfera es dos terceras partes del volumen del cilindro.

El diámetro de la esfera también medirá 4 m, por tanto, el radio es de 2 m.

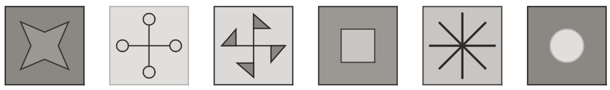
$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \Rightarrow V = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 2^3 \Rightarrow V = 33{,}49 \text{ m}^3$$

a) Volumen del cilindro: $V = A_{\text{base}} \cdot h \Rightarrow V = 3{,}14 \cdot 2^2 \cdot 4 = 50{,}24 \text{ m}^3$

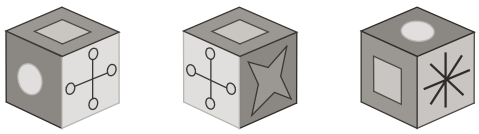
b) Comprobación: $\frac{2}{3} \cdot V_{\text{cilindro}}$ tiene que ser igual al V_{esfera}.

$$\frac{2}{3} \cdot 50{,}24 = 33{,}49 \text{ m}^3 \Rightarrow 33{,}49 \text{ m}^3 = 33{,}49 \text{ m}^3$$

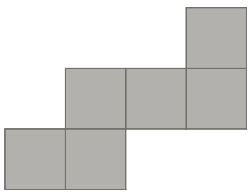
66. Las caras de un dado son las siguientes:

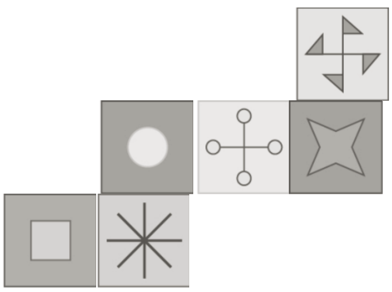


Si nos dan las siguientes vistas del dado,



Copia en tu cuaderno el desarrollo plano del dado y sitúa cada cara en el lugar que corresponda.





67. Calcula el volumen de una pelota de 5 cm de radio.

a) Calcula el volumen de una pelota de radio el doble de la anterior.

b) Calcula el volumen de una pelota de radio la mitad de la anterior.

c) Calcula el volumen de una pelota de radio el triple que la anterior.

¿Qué relación hay entre los volúmenes?

El volumen de la pelota es: $V = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 5^3 \Rightarrow V = 523{,}33 \text{ cm}^3$.

a) El radio, doble de 5 cm es: *r* = 10 cm. $V = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 10^3 \Rightarrow V = 4186{,}66 \text{ cm}^3$.

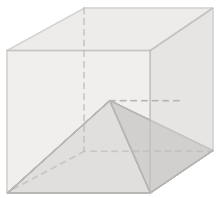
b) El radio mitad de 10 cm es: *r* = 5 cm. $V = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 5^3 \Rightarrow V = 523{,}33 \text{ cm}^3$.

c) El radio triple de 5 cm es: *r* = 15 cm. $V = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 15^3 \Rightarrow V = 14130 \text{ cm}^3$.

Relación entre los volúmenes:

- Si el radio se multiplica por 2, el volumen se multiplica por 8.
- Si el radio se divide por 2, el volumen se divide por 8.
- Si el radio se multiplica por 3, el volumen se multiplica por 27.

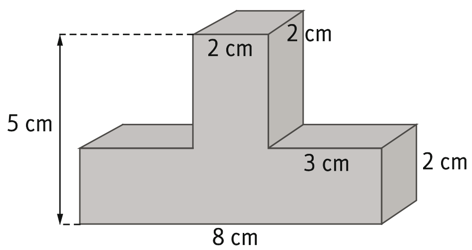
68. Cualquier cubo se puede dividir en seis pirámides iguales con la misma base, como se indica en la figura. Expresa el volumen de cada pirámide si la arista del cubo mide 4 m.



La altura de cada pirámide es 4 : 2 = 2 m y el lado de la base cuadrada es 4 m.

El volumen de cada pirámide es: $V = \frac{1}{3} \cdot A_{base} \cdot 2 \Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot 4^2 \cdot 2 = 10{,}67 \text{ m}^3$.

69. Halla el volumen del siguiente cuerpo geométrico.



El cuerpo geométrico está formado por dos prismas. Uno mayor, en posición horizontal, cuyo volumen es: $V = 8 \cdot 2 \cdot 4 = 32 \text{ m}^3$.

Y otro prisma menor, cuyo volumen es: $V = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12 \text{ m}^3$.

El volumen total es: $32 \text{ m}^3 + 12 \text{ m}^3 = 44 \text{ m}^3$.

70. El área total de un cubo es de 486 cm². ¿Cuál es el volumen del octaedro cuyos vértices son los centros de las caras de dicho cubo?

Como el cubo tiene 6 caras iguales, el área de una cara será: 486 cm² : 6 = 81 cm². El lado del cubo será: 9 cm.

El octaedro está formado por dos pirámides cuadrangulares iguales. Cada una tendrá:

Altura, la mitad del lado del cubo: h = 4,5 cm.

Base de cada pirámide e el cuadrado cuyos vértices son los puntos medios de la base del cubo, por tanto, el lado de la base del octaedro mide $\sqrt{4{,}5^2 + 4{,}5^2} = 6{,}36$ cm, y el área de la base es 40,5 cm².

Entonces, el volumen del octaedro será: 2 · $V_{\text{pirámide}}$, es decir:

$$V_{\text{octaedro}} = 2\left(\frac{1}{3} \cdot A_{base} \cdot h\right) = 2\left(\frac{1}{3} \cdot 40{,}5 \cdot 4{,}5\right) = 121{,}5 \text{ cm}^3$$

71. La Gran Pirámide de Giza actualmente tiene una altura de 137 m y la base es un cuadrado de 230 m de lado. ¿Cuál es su volumen?

$$V = \frac{1}{3} \cdot A_{\text{base}} \cdot h \Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot 230^2 \cdot 137 = 2415766{,}67 \text{ m}^3$$

72. El dueño de un circo quiere construir una carpa con forma de pirámide octogonal. La altura de la pirámide es 25 m, el lado de la base mide 10,5 m y la apotema 12,67 m. ¿Qué volumen encerrará la carpa?

$$V = \frac{1}{3} \cdot A_{\text{base}} \cdot h \Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{10{,}5 \cdot 8 \cdot 12{,}67}{2}\right) \cdot 25 = 4434{,}5 \text{ m}^3$$

73. Una piscina tiene forma de paralelepípedo. Sus medidas son 25 m de largo, 12,5 m de ancho y 20 dm de profundidad. Se han llenado dos terceras partes. ¿Cuántos litros de agua harían falta para llenarla completamente?

Pasamos todas las medidas a metros: 25 m de largo, 12,5 m de ancho y 2 m de profundidad.

Volumen total: 25 · 12,5 · 2 = 625 m³

Se han llenado $\frac{2}{3}$ partes de 625 m³: $\frac{2}{3}$ · 625 m³ = 416,67 m³.

Faltan para llenarla: 625 – 416,67 = 208,33 m³ = 208 330 L.

74. Durante una tormenta se registraron unas precipitaciones de 80 L por metro cuadrado. ¿Qué altura alcanzaría el agua en un pluviómetro cilíndrico de 10 cm de diámetro?

Un pluviómetro de 10 cm de diámetro tienen un área de la base de: $A_{\text{base}} = \pi \cdot 5^2 = 78{,}5$ cm²

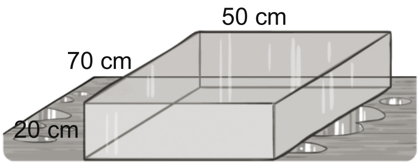
Para que se mantenga la proporción de lluvia caída: $\frac{80 \text{ L}}{1 \text{ m}^2} = \frac{x \text{ L}}{0{,}00785 \text{ m}^2} \Rightarrow x = \frac{0{,}00785 \cdot 80}{1} = 0{,}628$ L

Si en el pluviómetro hay un volumen de agua de 0,628 L = 628 cm³, la altura alcanzada por el agua será de:

$V = A_{\text{base}} \cdot h \Rightarrow 628 \text{ cm}^3 = 78{,}5 \cdot h \Rightarrow h = 8$ cm

En 1 m², un litro de agua alcanza una altura de 1 mm. Como en los pluviómetros la forma y el tamaño de la base no influyen en la altura alcanzada por el agua de la lluvia, si ha llovido 80 L por m², la altura será de 80 mm, es decir, 8 cm de altura.

75. Cuando el agua se transforma en hielo, aumenta un décimo su volumen.



Calcular los litros de agua que se obtienen al fundirse el bloque de hielo.

Volumen del bloque de hielo: $V = 50 \cdot 70 \cdot 20 = 70\,000$ cm^3

Volumen del agua antes de congelarse: x cm^3

Como aumenta $\frac{1}{10}$ de su volumen al congelarse tenemos:

$$x + \frac{x}{10} = 70000 \Rightarrow 11x = 700000 \Rightarrow x = \frac{700000}{11} = 63636{,}36 \text{ cm}^3 = 63{,}63 \text{ L.}$$

76. Las dimensiones de una lata de tomate triturado con forma cilíndrica son 7,5 cm de diámetro y 10,5 cm de alto.

a) Calcula el volumen.

b) Averigua las dimensiones de un prisma cuadrangular que tenga aproximadamente el mismo volumen. ¿Por qué crees que las compañías alimentarias eligen como envase una lata cilíndrica?

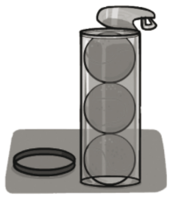
a) $r = 7{,}5 : 2 = 3{,}75$ cm y $h = 10{,}5$ cm. $V = A_{base} \cdot h \Rightarrow V = (3{,}14 \cdot 3{,}75^2) \cdot 10{,}5 = 463{,}64 \text{ cm}^3$

b) El prisma tendría una base cuadrada, de área igual que la base del cilindro: $A_{base} = 3{,}14 \cdot 3{,}75^2 = 44{,}16$ cm^2, por lo que el lado será $\sqrt{44{,}16} = 6{,}65$ cm. Y una altura igual a la del cilindro, 10,5 cm.

Entonces las dimensiones serían: 6,65 cm de largo, 6,65 cm de ancho y 10,5 cm de alto. Las compañías alimentarias eligen las latas cilíndricas porque la superficie de material necesaria para su fabricación es menor.

77. Actividad resuelta

78. Las pelotas de tenis tienen un diámetro de 6,3 cm. Se venden en latas cilíndricas con capacidad para tres pelotas.



a) ¿Cuál es el volumen de una pelota de tenis?

b) ¿Cuál es el volumen del espacio no ocupado por las pelotas?

a) Volumen de una pelota: $V_{esfera} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \Rightarrow V = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 3{,}15^3 = 130{,}86 \text{ cm}^3$

b) El volumen del espacio no ocupado será el volumen de la lata menos el volumen que ocupan las tres pelotas:

$V_{\text{no ocupado}} = V_{\text{lata}} - V_{\text{tres pelotas}}$. $V = (3{,}14 \cdot 3{,}15^2) \cdot (6{,}3 \cdot 3) - 3 \cdot 130{,}86 = 588{,}86 - 392{,}58 = 196{,}28$ cm^3.

79. David quiere guardar un globo terráqueo de radio 2,2 dm en una caja en forma de ortoedro. Las medidas son 60 cm de largo, 54 cm de ancho y 2,5 dm de alto. ¿Cabrá? ¿Cuál debería ser el radio máximo del globo para poder guardarlo en la caja?

El globo terráqueo no cabrá en la caja. Las medidas de la caja son 6 dm de largo, 5,4 dm de ancho y 2,5 dm. Como el diámetro del globo es de 4,4 dm, todas las dimensiones de la caja deberían ser como mínimo iguales a este diámetro. El radio máximo del globo para poder guardarlo en la caja será de 2,5 dm : 2 = 1,25 dm.

80. El maletero del coche mide 1,95 m de ancho, 0,6 m de alto y 0,9 m de profundidad. Si se abaten los asientos traseros su capacidad se triplica. ¿Cuál es la capacidad máxima?

Capacidad del maletero: $1{,}95 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}9 = 1{,}053$ m^3

Con los asientos abatidos tiene $1{,}053 \cdot 3 = 3{,}159$ m^3 de capacidad.

81. Se han fabricado unos radiadores eléctricos para calentar recintos de entre 60 m^3 y 65 m^3. ¿Comprarías un radiador de este tipo para una habitación que tiene 6 m de largo, 3,8 m de ancho y 2,8 m de altura?

Volumen de la habitación: 6 m · 3,8 m · 2,8 m = 63,84 m^3

Como 63,84 m^3 está entre 60 m^3 y 65 m^3, sí podría comprar el radiador eléctrico.

82. Un depósito tiene forma de prisma hexagonal regular. El lado de la base mide 1 m y la altura del prisma es 2 m. Si se echa agua a razón de 100 L por minuto. ¿Cuánto tiempo tardará en llenarse?

Volumen del depósito: $V = A_{\text{base}} \cdot h = A_{\text{base}} \cdot 2$ m

Para calcular el área de la base falta su apotema, *a*. Se calcula por el teorema de Pitágoras:

$1^2 = 0{,}5^2 + a^2 \Rightarrow 1 = 0{,}25 + a^2 \Rightarrow a^2 = 0{,}75 \Rightarrow a = 0{,}87$ m

El volumen del depósito será: $V = \left(\frac{1 \cdot 6 \cdot 0{,}87}{2}\right) \cdot 2 = 5{,}22 \text{ m}^3$

Caben en el depósito: 5,22 m^3 = 5220 L. Tardará en llenarse: 5220 : 100 = 52,20 minutos.

83. Elena está preparando su fiesta de cumpleaños. Para calcular las botellas de refresco que necesita ha medido el diámetro de la base de los vasos cilíndricos y su altura.

Con una botella de refresco de 2 L, ¿cuántos vasos se pueden llenar?

Volumen de un vaso: $V = A_{\text{base}} \cdot h = (3{,}14 \cdot 3^2) \cdot 5 = 141{,}3$ cm^3

Volumen de la botella: 2 L = 2000 cm^3

Entonces: $\frac{2000}{141{,}3} = 14{,}15$, se podrán llenar 14 vasos completos.

84. La altura de una torre cónica es tres quintas partes del diámetro de su base, que mide 8 m. Calcula el volumen de la torre.

La altura de la torre es: $\frac{3}{5} \cdot 8$ m = 4,8 m. El radio de la base mide: 8 : 2 = 4 m.

El volumen de la torre es: $V = \frac{1}{3} \cdot A_{\text{base}} \cdot h \Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot (3{,}14 \cdot 4^2) \cdot 4{,}8 = 80{,}38 \text{ m}^3$.

85. ¿Cuál es el menor número de tubos de ensayo necesarios para contener 1 L de líquido si cada uno tiene 2 cm de diámetro, siendo su fondo una semiesfera y la altura total del tubo 1,6 dm?

El tubo de ensayo es una figura compuesta por un cilindro y una semiesfera.

Radio del cilindro y radio de la semiesfera: 1 cm.

Altura del cilindro: 16 cm – 1 cm = 15 cm.

Volumen del cilindro: $V = 3{,}14 \cdot 1^2 \cdot 15 = 47{,}10 \text{ cm}^3$

Volumen de la semiesfera: $V = \left(\frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 1^3\right) : 2 = 2{,}09 \text{ cm}^3$

Volumen del tubo de ensayo: 47,10 + 2,09 = 49,19 cm^3

Como 1 L = 1000 cm$^3 \Rightarrow \frac{1000}{49{,}19} = 20{,}33 \Rightarrow$ el menor número de tubos de ensayo necesarios será 21.

86. Las dimensiones de una caja rectangular son *r*, *s* y *t* cm con $r < s < t$. Si aumentamos en 1 cm solamente una de las tres dimensiones, entonces el volumen verifica:

A. Aumenta más cuando la dimensión que aumenta es *r*.

B. Aumenta más cuando la dimensión que aumenta es *s*.

C. Aumenta más cuando la dimensión que aumenta es *t*.

D. Aumenta igual, sea cual sea la dimensión que aumente.

Respuesta A. Aumenta más cuando la dimensión que aumenta es *r*, porque $(r + 1) \cdot s \cdot t = rst + st$, con lo cual, aumenta *st*, y como *s* y *t* son los valores mayores, es el mayor aumento.

87. ¿Cuál es el volumen, en centímetros cúbicos, del mayor cilindro que cabe en un cubo de 10 cm de arista?

A. 25π **B.** 100π **C.** 250π **D.** 500π

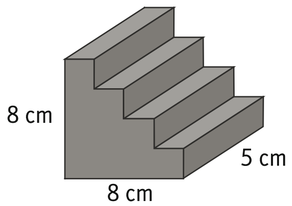
El mayor cilindro tiene el diámetro y la altura igual al lado del cubo: $V = \pi \cdot 5^2 \cdot 10 = 250\pi$. Respuesta C.

88. La arista mayor de una caja rectangular mide 10 cm, y la menor, 6 cm. De los siguientes números, ¿cuál podría representar el volumen, en centímetros cúbicos, de la caja?

A. 60 **B. 120** **C. 300** **D. 480**

D. 480 porque la arista que nos falta está comprendida entre 6 y 10.

89. En la figura que ves, todos los escalones tienen igual altura que anchura. ¿Cuál es su volumen?

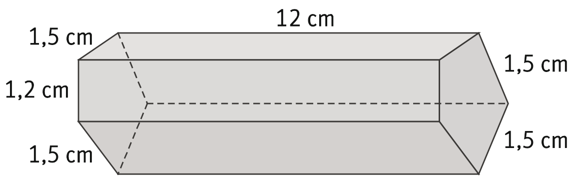


A. 200 cm³ **B. 320 cm³** **C. 21 cm³** **D. 80 cm³**

Cada escalón tienen un volumen de: $V_e = 5 \cdot 2 \cdot 2 = 20$ cm^3

La escalera tienen un volumen: $V = 5 \cdot 8 \cdot 8 - 20 \cdot 6 = 200$ cm^3. Respuesta A.

90. Javier tenía que calcular el volumen de la siguiente pirámide pentagonal.



Pensó lo siguiente:

"Mido la apotema con la regla, *a* = 1,5 cm.

Luego calculo el área de la base:

$$A = \frac{\text{perímetro} \cdot \text{apotema}}{2} = \frac{7{,}2 \cdot 1{,}5}{2} = 5{,}4 \text{ cm}^2$$

Por tanto, el volumen será:

$$V = A_{\text{base}} \cdot \text{altura} = 5{,}4 \cdot 12 = 64{,}8 \text{ cm}^3\text{."}$$

¿Es correcto? Justifica tu respuesta.

Errores en el problema:

1. El enunciado dice pirámide pentagonal y la figura es un prisma pentagonal.
2. Como la base no es un polígono regular no se puede calcular el área por la fórmula $A = \frac{\text{perímetro} \cdot \text{apotema}}{2}$.

PONTE A PRUEBA

Problema resuelto

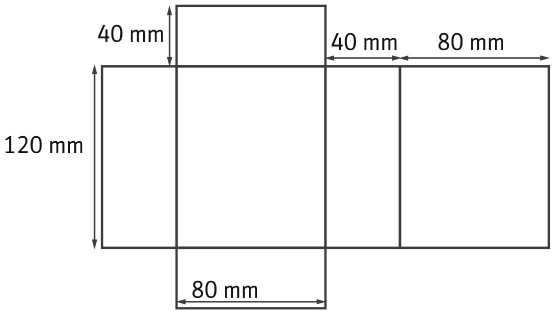
¿Botella, lata o tetrabrik?

La fábrica de pelotas

Una fábrica de pelotas de pimpón tiene que encargar las cajas de envasado. Quieren cajas que sus operarios puedan montar sin tener que utilizar herramientas.

1. Dibuja el recortable de una caja de 6 pelotas para que la fabriquen, teniendo en cuenta que la medida oficial de una pelota de pimpón es 40 mm de diámetro.

Respuesta modelo: pueden diseñar cajas con forma de ortoedro.



2. El responsable del almacén está preocupado por el espacio que ocuparán las cajas. ¿Qué volumen ocuparán las 3000 pelotas envasadas en la caja que has diseñado?

Volumen de cada caja: $120 \cdot 80 \cdot 40 = 384\,000 \text{ mm}^3 = 384 \text{ cm}^3$

Número de cajas que se necesitan para 3000 pelotas: 3000 : 6 = 500 cajas.

Volumen total que ocuparán: $384 \text{ cm}^3 \cdot 500 = 192\,000 \text{ cm}^3 = 192 \text{ dm}^3$.

3. ¿Cuánto costará como mínimo envasar 3000 pelotas al mes si el coste del material con el que se construye la caja es 0,04 € por decímetro cuadrado (€/dm²)?

Superficie total del material de una caja: $A_{\text{Total}} = A_{\text{lata}} + A_{\text{2 bases}}$

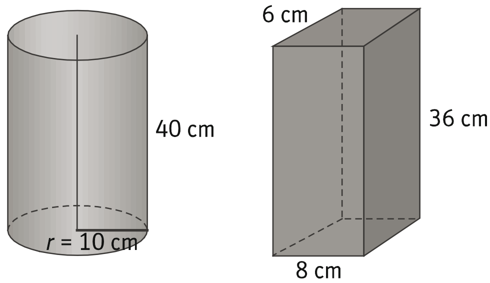
$A_{\text{Total}} = (120 \cdot 2 + 80 \cdot 2) \cdot 40 + 2 \cdot (120 \cdot 80) = 16\,000 + 19\,200 = 35\,200 \text{ mm}^2 = 3{,}52 \text{ dm}^2$ cada caja

Superficie de las 500 cajas: $500 \cdot 3{,}52 = 1760 \text{ dm}^2$

El material costará: $1760 \text{ dm}^2 \cdot 0{,}04 \text{ €/dm}^2 = 70{,}4$ €.

Midiendo la lluvia

Alicia y su vecino Raúl tienen en el jardín dos recipientes para medir la cantidad de lluvia. Han escuchado en la radio que la tormenta de ayer dejó 15 L por metro cuadrado.



1. **¿Qué altura ha alcanzado el agua en cada uno de los recipientes según esa información?**

2. **La última vez que tomaron datos la altura en el recipiente cilíndrico era de 25 cm. ¿Cuántos litros por metro cuadrado llovió?**

3. **Calcula la capacidad de cada recipiente e indica la respuesta correcta.**

	Capacidad del cilindro	Capacidad del prisma	¿Cuál es mayor?
A.	12,56 dm^3	17,28 L	El prisma
B.	12 566 cm^3	1,728 L	El prisma
C.	12,56 L	1,728 dm^3	El cilindro
D.	0,1256 m^3	1728 cm^3	El cilindro

1.

- Pluviómetro cilíndrico: tiene un área de la base de: $A_{base} = \pi \cdot 10^2 = 314\ cm^2$.

  Para que se mantenga la proporción de lluvia caída: $\dfrac{15\ \text{L}}{1\ \text{m}^2} = \dfrac{x\ \text{L}}{0{,}0314\ \text{m}^2} \Rightarrow x = \dfrac{0{,}0314 \cdot 15}{1} = 0{,}471\ \text{L}$

  Si en el pluviómetro hay un volumen de agua de 0,471 L = 471 cm^3, la altura alcanzada por el agua será de: $V = A_{base} \cdot h \Rightarrow 471\ cm^3 = 314 \cdot h \Rightarrow h = 1{,}5$ cm.

- Pluviómetro con forma de prisma: tiene un área de la base de: $A_{base} = 8 \cdot 6 = 48\ cm^2$.

  Para que se mantenga la proporción de lluvia caída: $\dfrac{15\ \text{L}}{1\ \text{m}^2} = \dfrac{x\ \text{L}}{0{,}0048\ \text{m}^2} \Rightarrow x = \dfrac{0{,}0048 \cdot 15}{1} = 0{,}072\ \text{L}$

  Si en el pluviómetro hay un volumen de agua de 0,072 L = 72 cm^3, la altura alcanzada por el agua será de: $V = A_{base} \cdot h \Rightarrow 72\ cm^3 = 48 \cdot h \Rightarrow h = 1{,}5$ cm.

Una cantidad de lluvia de 15 L/m^2 alcanza en los dos recipientes la misma altura, 1,5 cm, porque la altura alcanzada es independiente de la forma y la capacidad del recipiente, con la única condición de que sus paredes sean verticales.

2. Como 25 cm = 250 mm, llovieron 250 L/m^2.

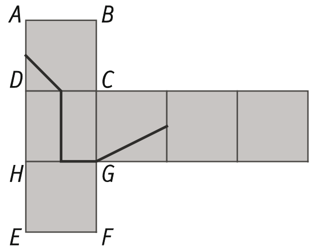
3. $V_{cilindro} = A_{base} \cdot h = 314 \cdot 40 = 12\ 560\ cm^3$

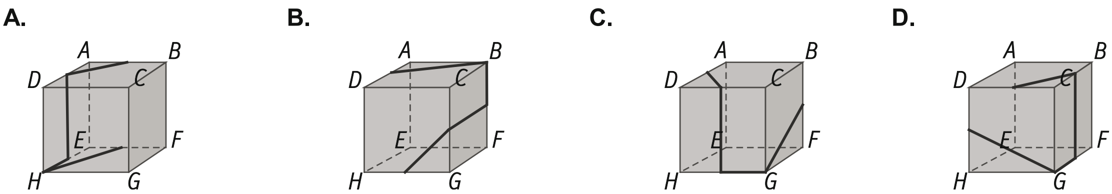
$V_{prisma} = A_{base} \cdot h = 48 \cdot 40 = 1728\ cm^3$

Es correcta la respuesta C.

Caminos de hormigas

La figura representa el desarrollo de un cubo y el trayecto que ha seguido una hormiga al caminar sobre su superficie. Elige el cubo por el que ha caminado la hormiga.

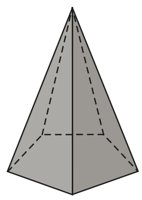


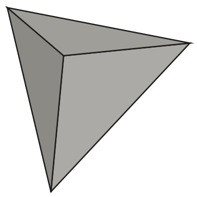


La hormiga ha caminado por el cubo: C.

AUTOEVALUACIÓN

1. ¿Qué nombre reciben los dos poliedros siguientes?





Pirámide pentagonal regular

Tetraedro.

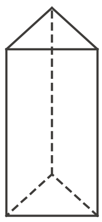
2. Dibuja un prisma triangular y responde:

a) ¿Cuántas aristas tiene un prisma triangular?

b) ¿Cuántos vértices?

c) ¿Qué polígonos forman sus bases?

d) ¿Y sus caras laterales?



a) 9 aristas

b) 6 vértices

c) Sus bases son triángulos.

d) Sus caras laterales son rectángulos.

3. **Calcula el volumen de una pirámide rectangular con 30 cm de arista, y cuya base mide 15 cm de ancho y 10 cm de largo.**

Volumen de la pirámide: $V = \frac{1}{3} \cdot A_{base} \cdot h$

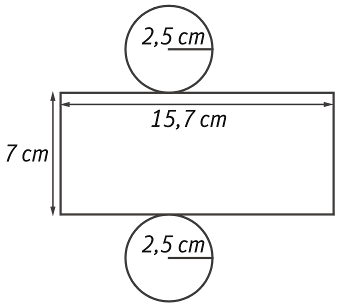
Aplicamos el teorema de Pitágoras para calcular:

1.º. La diagonal de la base: $d^2 = 15^2 + 10^2 \Rightarrow d^2 = 325 \Rightarrow d = \sqrt{325} = 18{,}02$ cm

2.º. La altura h, de la pirámide: la arista, 30 cm es la hipotenusa y la mitad de la diagonal de la base es un cateto, así 18,02 : 2 = 9,01 cm. Entonces: $h^2 = 30^2 - 9{,}01^2 = 900 - 81{,}18 = 818{,}82 \Rightarrow h = \sqrt{818{,}82} = 28{,}62$.

Calculamos el volumen: $V = \frac{1}{3} \cdot (15 \cdot 10) \cdot 28{,}62 = 1431\ \text{cm}^3$.

4. **Dibuja el desarrollo plano de un cilindro de 5 cm de diámetro y 7 cm de altura y calcula su volumen.**



$V = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 2{,}5^2 \cdot 7 = 137{,}375\ \text{cm}^3$

5. **El diámetro de un cono mide 1,3 dm y la altura mide tres cuartas partes del diámetro. Calcula el volumen.**

El radio de la base será: 1,3 dm : 2 = 0,65 dm. La altura del cono será: de $\frac{3}{4}$ 1,3 dm = 0,98 dm.

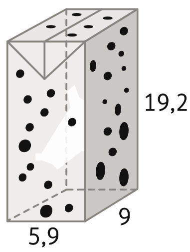
El volumen es: $V = \frac{1}{3} \cdot A_{base} \cdot h \Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}65^2 \cdot 0{,}98 = 0{,}43\ \text{dm}^3$.

6. **Calcula el volumen de una esfera de 10 cm de diámetro.**

El radio de la esfera es: 10 cm : 2 = 5 cm.

El volumen es: $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \Rightarrow V = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 5^3 = 523{,}33\ \text{cm}^3$.

7. **Las dimensiones de una caja de leche son 19,2 cm de ancho, 5,9 cm largo y 9 cm, de altura. Calcula la capacidad del *brik*.**



Si la leche ocupa el 90 % del envase, ¿qué volumen del envase queda vacío?

El *brik* tiene forma de ortoedro. Su volumen es: $V = 5{,}9 \cdot 9 \cdot 19{,}2 = 1019{,}52\ \text{cm}^3$.

Su capacidad será: $1019{,}52\ \text{cm}^3 = 1{,}02\ \text{dm}^3 = 1{,}02$ L aproximadamente.

Queda vacío el 10 % de $1{,}02 = 0{,}1 \cdot 1{,}02 = 0{,}10\ \text{dm}^3$.