13 Longitudes y áreas

Reflexiona y saca conclusiones

Nadie duda de que si dos pentágonos son iguales tienen los mismos lados. Pero, ¿es cierto al revés?, es decir, si dos pentágonos tienen los lados de las mismas longitudes, ¿son iguales?, ¿tienen la misma área?

Dos pentágonos con los lados iguales pueden tener distinta forma según sus ángulos internos.

¿Ocurre lo mismo si se trata de dos cuadriláteros con lados de las mismas longitudes? Intenta construir dos cuadriláteros cuyos lados tengan las mismas longitudes y compara sus áreas.

Sí, dos cuadriláteros pueden tener los mismos lados y tener diferente forma, por ejemplo, si los lados son todos iguales, pueden ser un cuadrado o un rombo.

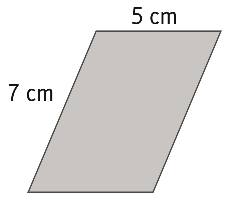
Aimapep descubre que las únicas parcelas que no pueden alterarse son las triangulares. ¿Puedes explicar por qué ocurre esto?

Porque dados tres lados, solo puede construirse un triángulo.

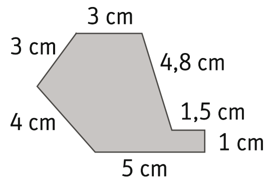
Actividades propuestas

1. Calcula el perímetro de las siguientes figuras.

a)



b)



a) $7 \cdot 2 + 5 \cdot 2 = 24$ cm

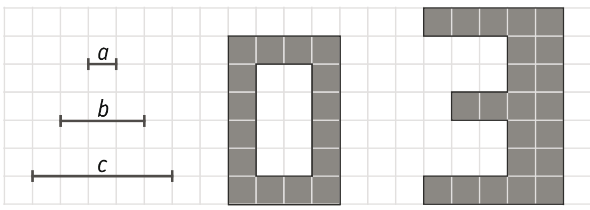
b) $3 + 4{,}8 + 1{,}5 + 1 + 5 + 4 + 3 = 22{,}3$ cm

2. Se quiere cercar un campo con forma de pentágono regular de 15 m de lado. Se pondrán tres filas de alambre. ¿Cuántos metros se necesitan?

Perímetro del campo: $5 \cdot 15$ m = 75 m

$75 \cdot 3 = 225$ m. Se necesitan 225 m.

3. Mide el perímetro de estas figuras utilizando las unidades indicadas.



Compara los resultados obtenidos para un mismo perímetro al utilizar distintas unidades.

Primera figura: $32a$, $10+\frac{2}{3}b$ y $6+\frac{2}{5}c$

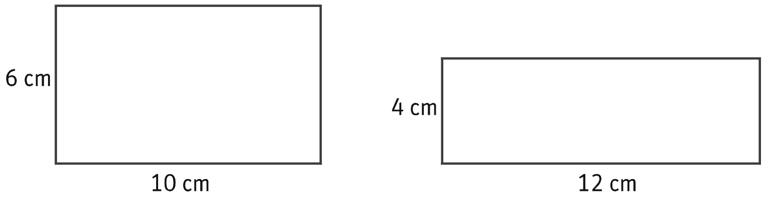
Segunda figura: $34a$, $11+\frac{1}{3}b$ y $6+\frac{4}{5}c$

Según la unidad de medida, se obtienen distintos resultados, aunque el perímetro es el mismo.

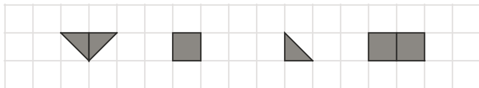
4. Dibuja un rectángulo que tenga el mismo perímetro que un cuadrado de 8 cm de lado.

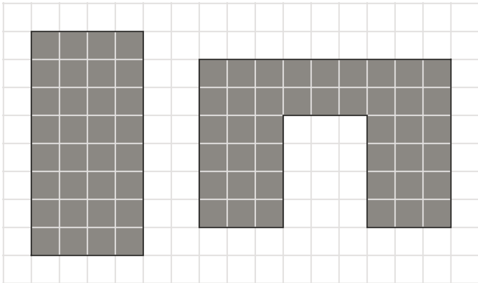
Un cuadrado de 8 cm de lado tiene un perímetro de 8 · 4 = 32. Hay muchos rectángulos posibles con este perímetro.

Respuestas modelo:

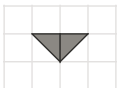
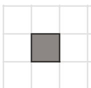
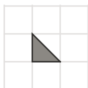
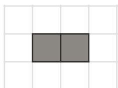


5. Utiliza estas unidades para medir la superficie de las siguientes figuras.





Compara los resultados obtenidos para una misma superficie al utilizar distintas unidades.

				
Primera figura	32	32	64	16
Segunda figura	42	42	84	21

6. Un rectángulo tiene 28 cm de perímetro, de los cuales, 10 son de la base. ¿Cuál es su altura?

Perímetro = $2 \cdot 10 + 2 \cdot h = 28 \Rightarrow 2 \cdot h = 28 - 20 = 8 \Rightarrow h = 4$

Tiene una altura de 4 cm.

7. Calcula la longitud de las circunferencias de radios:

a) 10 cm

b) 2,2 hm

c) 1,2 m

d) 3,32 m

a) $L = 2 \cdot \pi \cdot 10 = 62{,}83$ cm

c) $L = 2 \cdot \pi \cdot 3{,}32 = 20{,}86$ m

8. La longitud de una circunferencia es de 28,26 mm. ¿Cuál es el radio?

$$L = 2 \cdot \pi \cdot r = 28{,}26 \Rightarrow r = \frac{28{,}26}{2 \cdot \pi} = 4{,}5$$

Su radio es de 4,5 mm.

9. Calcula la longitud de un arco de circunferencia de radio 6 cm y amplitud 75°.

$$L = \frac{2 \cdot \pi \cdot 6 \cdot 75^\circ}{360^\circ} = 7{,}85$$

Tiene una longitud de 7,85 cm.

10. Alejandra quiere construir un aro de baloncesto con un cable de 2 m de longitud. Sabe que el diámetro de un aro oficial mide 45,7 cm. ¿Tendrá suficiente con el cable del que dispone?

Longitud del aro reglamentario: $L = 2 \cdot \pi \cdot 22{,}85 = 143{,}5$ cm = 1,435 m

Si tendrá suficiente cable.

11. Juan tiene 80 cm de alambre y quiere hacer anillas de 2 cm de radio. ¿Cuántas anillas podrá construir?

Longitud de cada anilla: $L = 2 \cdot \pi \cdot 2 = 12{,}56$ cm

80 : 12,56 = 6,36. Podrá construir 6 anillas.

12. Calcula la longitud de una semicircunferencia inscrita en un rectángulo de 16 m de base y 8 m de altura.

Radio de la semicircunferencia: 8 m.

$L = \pi \cdot 8 = 22.12$ m

13. Comprueba si los siguientes segmentos forman triángulos rectángulos:

a) 25 mm, 24 mm, 7 mm

b) 12 mm, 15 mm, 4 mm

c) 8 mm, 15 mm, 17 mm

d) 2,5 cm, 10 mm, 14 mm

a) Sí, $24^2 + 7^2 = 25^2 \Rightarrow 576 + 49 = 625$

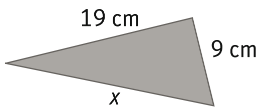
b) No, $12^2 + 4^2 \neq 15^2 \Rightarrow 144 + 16 \neq 225$

c) Sí, $15^2 + 8^2 = 17^2 \Rightarrow 225 + 64 = 289$

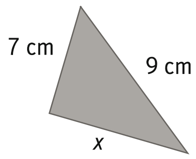
d) No, $2{,}5^2 + 10^2 \neq 14^2 \Rightarrow 6{,}25 + 100 \neq 196$

14. Calcula la medida del lado desconocido en los siguientes triángulos.

a)



b)



a) $x^2 = 19^2 + 9^2 = 361 + 81 = 442 \Rightarrow x = \sqrt{442} = 21{,}02$ cm

b) $9^2 = 7^2 + x^2 \Rightarrow x^2 = 81 - 49 = 32 \Rightarrow x = \sqrt{32} = 5{,}66$ cm

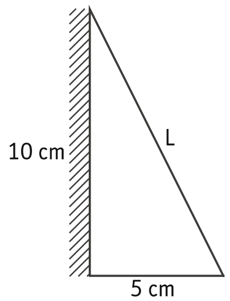
15. Los catetos de un triángulo rectángulo miden 5 cm y 8 cm. Calcula cuánto mide la hipotenusa.

$h^2 = 5^2 + 8^2 = 25 + 64 = 89 \Rightarrow x = \sqrt{89} = 9{,}43$ cm

16. La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 17 cm. Uno de los catetos 15 cm. ¿Cuánto mide el otro?

$17^2 = 15^2 + x^2 \Rightarrow x^2 = 289 - 225 = 64 \Rightarrow x = \sqrt{64} = 8$ cm.

17. Una torre de 10 m de altura está sujeta por un cable de seguridad fijado al suelo a 5 m de la base de la torre. Calcula la longitud del cable.



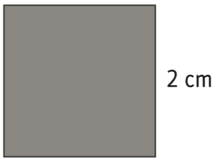
$L^2 = 10^2 + 5^2 = 100 + 25 = 125 \Rightarrow L = \sqrt{125} = 11{,}18$

El cable mide 11,18 cm.

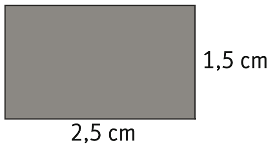
18. Actividad interactiva

19. Calcula el área de los siguientes paralelogramos.

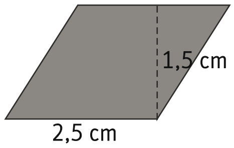
a)



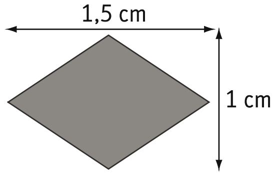
b)



c)



d)



a) $A = 2 \cdot 2 = 4 \text{ cm}^2$

b) $A = 2{,}5 \cdot 1{,}5 = 3{,}75 \text{ cm}^2$

c) $A = 2{,}5 \cdot 1{,}5 = 3{,}75 \text{ cm}^2$

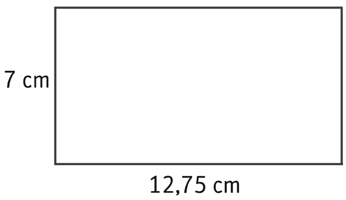
d) $A = \dfrac{1{,}5 \cdot 1}{2} = 0{,}75 \text{ cm}^2$

20. Dibuja y calcula el área de los siguientes rectángulos.

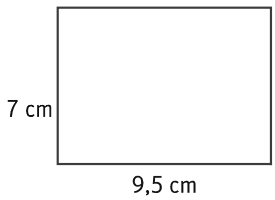
a) Longitud de la base 12,75 cm y altura 7 cm.

b) Longitud de la base 9,5 cm y altura 7 cm.

a) $A = 12{,}75 \cdot 7 = 89{,}25 \text{ cm}^2$



b) $A = 9{,}5 \cdot 7 = 66{,}5 \text{ cm}^2$



21. Calcula el área de un romboide de base 10 cm y altura 5 cm.

$A = 10 \cdot 5 = 50 \text{ cm}^2$

22. ¿Cuál es el área de un rombo de diagonales 8 y 6 cm?

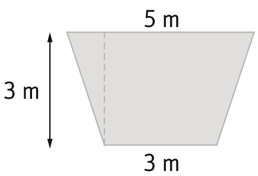
$A = \dfrac{8 \cdot 6}{2} = 24 \text{ cm}^2.$

23. Calcula el área de un trapecio rectángulo cuyas bases miden 10 y 12 mm y su altura 5 mm.

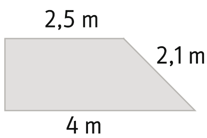
$A = \dfrac{(10+12) \cdot 5}{2} = 55 \text{ mm}^2$

24. Calcula el área de estas figuras:

a)

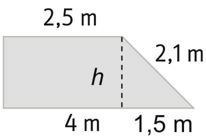


b)



a) $A = \dfrac{(5+3) \cdot 3}{2} = 12 \text{ m}^2$

b) Para calcular la altura, trazamos una vertical para formar un triángulo rectángulo y poder aplicar Pitágoras.

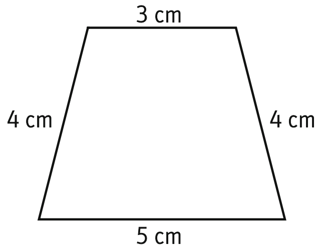


$$2{,}1^2 = 1{,}5^2 + h^2 \Rightarrow h^2 = 4{,}41 - 2{,}25 = 2{,}16 \Rightarrow x = \sqrt{2{,}16} = 1{,}47 \text{ cm}$$

$$A = \dfrac{(2{,}5+4) \cdot 1{,}47}{2} = 4{,}77 \text{ m}^2$$

25. Actividad resuelta

26. Dibuja un trapecio isósceles de bases 3 y 5 cm, y lados iguales de 4 cm. Calcula su área y su perímetro.



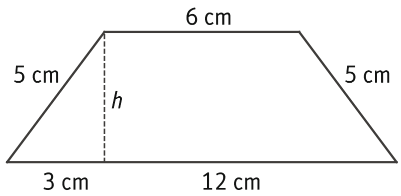
Perímetro: 3 + 5 + 4 · 2 = 16 cm

Para calcular el área, primero hallamos la altura utilizando el teorema de Pitágoras:

$$4^2 = 1^2 + h^2 \Rightarrow h^2 = 16 - 1 = 15 \Rightarrow x = \sqrt{15} = 3{,}87 \text{ cm}$$

$$A = \frac{(3+5)\cdot 3{,}87}{2} = 15{,}48 \text{ m}^2$$

27. ¿Cuál es el área de un trapecio isósceles cuyo perímetro es 28 cm si sus bases miden 6 y 12 cm?



Los lados iguales miden: P = 6 + 12 + 2 · a = 5 cm ⇒ a = 5 cm

Para calcular el área, primero hallamos la altura utilizando el teorema de Pitágoras:

$$5^2 = 3^2 + h^2 \Rightarrow h^2 = 25 - 9 = 16 \Rightarrow x = \sqrt{16} = 4 \text{ cm}$$

$$A = \frac{(6+12)\cdot 4}{2} = 36 \text{ cm}^2.$$

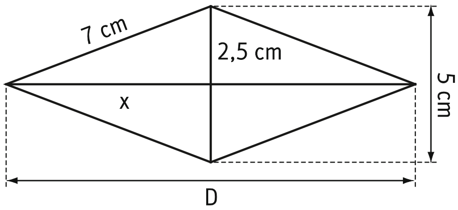
28. Halla el área de un cuadrado cuya diagonal mide 18 cm.

La diagonal es la hipotenusa del triángulo rectángulo formado por dos lados:

$$18^2 = l^2 + l^2 \Rightarrow l^2 = \frac{18^2}{2} = 162 \Rightarrow l = \sqrt{162} = 12{,}73$$

$$A = l^2 = \frac{18^2}{2} = 162 \text{ cm}^2$$

29. Calcula el perímetro y el área de un rombo de 7 cm de lado y cuya diagonal menor mide 5 cm.



Perímetro = 7 · 4 = 28 cm.

Para calcular el área, primero hallamos la diagonal mayor utilizando el teorema de Pitágoras:

$$7^2 = 2{,}5^2 + x^2 \Rightarrow x^2 = 49 - 6{,}25 = 42{,}75 \Rightarrow x = \sqrt{42{,}75} = 6{,}54 \text{ cm}$$

⇒ D = 6,54 · 2 = 13,08

$$A = \frac{5\cdot 13{,}08}{2} = 32{,}69 \text{ cm}^2$$

30. Calcula el área de un triángulo de 7 cm de base y 4 cm de altura.

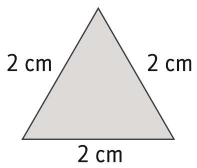
$$A = \frac{7\cdot 4}{2} = 14 \text{ cm}^2$$

31. Calcula el área de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 10 cm y 6 cm.

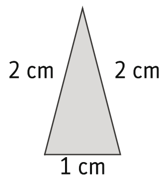
$$A = \frac{10\cdot 6}{2} = 30 \text{ cm}^2$$

32. Calcula el área de los siguientes triángulos.

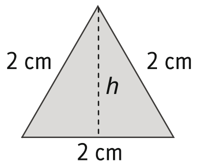
a)



b)



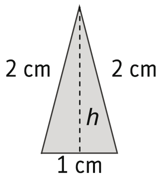
a) Dividimos el triángulo isósceles en dos triángulos rectángulos y utilizamos el teorema de Pitágoras para calcular la altura:



$$2^2 = 1^2 + h^2 \Rightarrow h^2 = 4 - 1 = 3 \Rightarrow x = \sqrt{3} = 1{,}73 \text{ cm}$$

$$A = \frac{2 \cdot 1{,}73}{2} = 1{,}73 \text{ cm}^2$$

b)

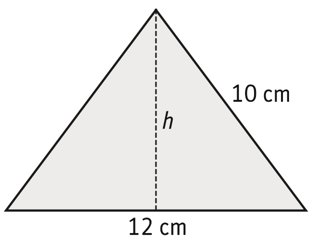


$$2^2 = 0{,}5^2 + h^2 \Rightarrow h^2 = 4 - 0{,}25 = 3{,}75 \Rightarrow x = \sqrt{3{,}75} = 1{,}94 \text{ cm}$$

$$A = \frac{1 \cdot 1{,}94}{2} = 0{,}97 \text{ cm}^2$$

33. Calcula el área de un triángulo isósceles cuyo lado desigual mide 12 cm y su perímetro es 32 cm.

Conociendo su perímetro podemos calcular la medida de sus lados iguales. $P = 12 + 2 \cdot a = 32 \Rightarrow a = 10$ cm



Dividimos el triángulo isósceles en dos triángulos rectángulos y utilizamos el teorema de Pitágoras para calcular la altura.

$$10^2 = 6^2 + h^2 \Rightarrow h^2 = 100 - 36 = 64 \Rightarrow x = \sqrt{64} = 8 \text{ cm}$$

$$A = \frac{12 \cdot 8}{2} = 48 \text{ cm}^2$$

34. La hipotenusa de un triángulo rectángulo isósceles mide 12,72 cm. ¿Cuánto miden los catetos? Calcula su perímetro.

Los catetos son los lados iguales del triángulo isósceles.

$$12{,}72^2 = 2c^2 \Rightarrow c^2 = \frac{12{,}72^2}{2} = 80{,}9 \Rightarrow c = \sqrt{80{,}9} = 8{,}99 \text{ cm}$$

$P = 12{,}72 + 2 \cdot 8{,}99 = 30{,}7$ cm

35. El área de un cuadrado que está situado sobre el cateto de un triángulo rectángulo mide 144 mm² y el área del cuadrado que está situado sobre la hipotenusa mide 169 mm².

a) ¿Cuánto mide el área del cuadrado que está situado sobre el otro cateto?

b) ¿Cuál es el área del triángulo?

a) Aplicamos el teorema de Pitágoras: $169 = 144 + c^2 \Rightarrow c^2 = 25$

El área del cuadrado que está sobre el otro cateto es 25 mm^2.

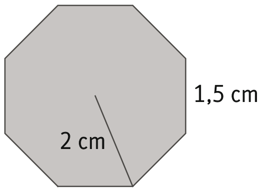
b) Si las áreas de los cuadrados sobre los catetos son 144 mm^2 y 25 mm^2 los catetos miden: $\sqrt{144} = 12$ mm *y* $\sqrt{25} = 5$ mm.

El área del triángulo es: $A = \dfrac{12 \cdot 5}{2} = 30 \text{ mm}^2$.

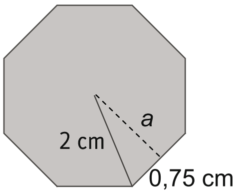
36. Calcular el área de un hexágono de apotema 1,7 cm y perímetro 12 cm.

$$A = \frac{p \cdot a}{2} = \frac{12 \cdot 1{,}7}{2} = 10{,}2 \ \text{cm}^2$$

37. Calcula el área del siguiente polígono.



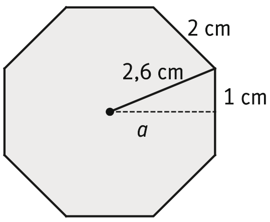
Calculamos la apotema utilizando el teorema de Pitágoras:



$$2^2 = 0{,}75^2 + a^2 \Rightarrow a^2 = 4 - 0{,}5625 = 3{,}4375 \Rightarrow a = \sqrt{3{,}4375} = 1{,}85 \ \text{cm}$$

$$A = \frac{p \cdot a}{2} = \frac{1{,}5 \cdot 8 \cdot 1{,}85}{2} = 11{,}1 \ \text{cm}^2$$

38. Calcula el área de un octógono regular de lado 2 cm y radio 2,6 cm.



Calculamos la apotema utilizando el teorema de Pitágoras:

$$2{,}6^2 = 1^2 + a^2 \Rightarrow a^2 = 6{,}76 - 1 = 5{,}76 \Rightarrow a = \sqrt{5{,}76} = 2{,}4 \ \text{cm.}$$

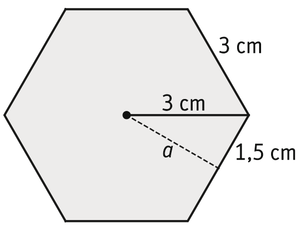
$$A = \frac{p \cdot a}{2} = \frac{2 \cdot 8 \cdot 2{,}4}{2} = 19 \ \text{cm}^2$$

39. Calcula la apotema de un pentágono regular cuyo lado mide 3 cm, y su área, 15,48 cm².

$$A = \frac{p \cdot a}{2} \Rightarrow 15{,}48 = \frac{3 \cdot 5 \cdot a}{2} \Rightarrow a = 2{,}064 \ \text{cm}$$

40. Calcular el área de un hexágono regular de radio 3 cm.

En un hexágono regular el radio es igual a la apotema.



Calculamos la apotema utilizando el teorema de Pitágoras:

$$3^2 = 1{,}5^2 + a^2 \Rightarrow a^2 = 9 - 2{,}25 = 6{,}75 \Rightarrow a = \sqrt{6{,}75} = 2{,}6 \ \text{cm.}$$

$$A = \frac{p \cdot a}{2} = \frac{3 \cdot 6 \cdot 2{,}6}{2} = 23{,}4 \ \text{cm}^2$$

41. Actividad interactiva

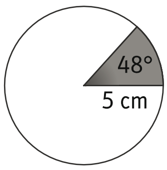
42. Calcula el área de cada círculo sabiendo su radio.

Radio	Área
50 cm	• • •
7 km	• • •
0,25 m	• • •

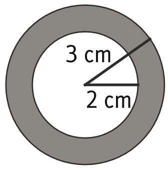
Radio	Área
50 cm	7853 cm^2
7 km	154 km^2
0,25 m	0,20 m^2

43. Calcula el área de las siguientes figuras.

a)



b)



a) $A = \dfrac{\pi \cdot 5^2 \cdot 48°}{360°} = 10{,}47\ cm^2$

b) $A = \pi \cdot (3^2 - 2^2) = \pi \cdot 5 = 15{,}7\ \ cm^2$

44. Calcula el área de un sector circular de radio 2 dm y amplitud 12°.

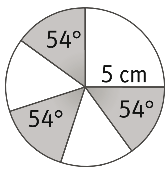
$A = \dfrac{\pi \cdot 2^2 \cdot 12°}{360°} =\ 0{,}42\ dm^2$

45. Calcula el área comprendida entre dos circunferencias de radios *r* = 6 mm y *R* = 8 mm.

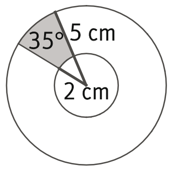
$A = \pi \cdot (8^2 - 6^2) = \pi \cdot 28 = 87{,}92\ \ mm^2$

46. Calcula el área de las siguientes figuras.

a)



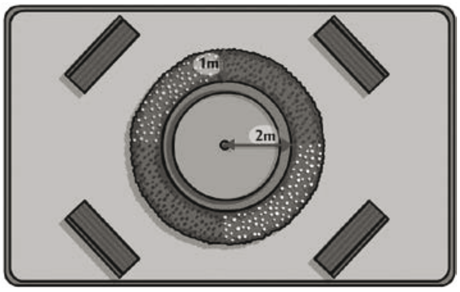
b)



a) $A = 3 \cdot \dfrac{\pi \cdot 5^2 \cdot 54°}{360°} = 3 \cdot 11{,}75 = 35{,}33\ \ cm^2$

b) $A = \dfrac{\pi \cdot 5^2 \cdot 35°}{360°} - \dfrac{\pi \cdot 2^2 \cdot 35°}{360°} = 7{,}63 - 1{,}22 = 6{,}41\ \ cm^2$

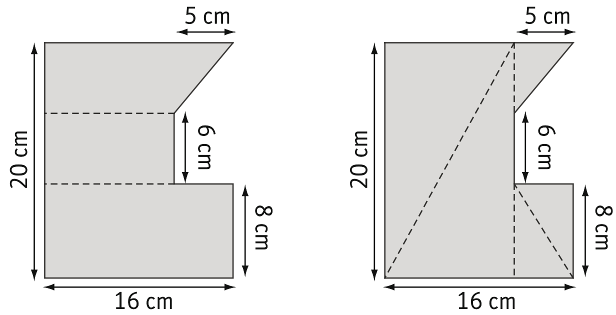
47. Calcula el área de la fuente y el área del arbusto de flores rojas.

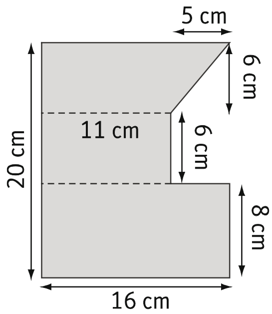


Área de la fuente: $A = \pi \cdot 2^2 = 12{,}56\ \ m^2$.

Área de arbustos flores rojas: $A = \dfrac{1}{4} \cdot \pi \cdot (3^2 - 2^2) = \dfrac{1}{4} \cdot \pi \cdot 5 = 3{,}92\ \ m^2$.

48. Calcula el área de la figura utilizando las descomposiciones que se proponen. ¿Qué observas?



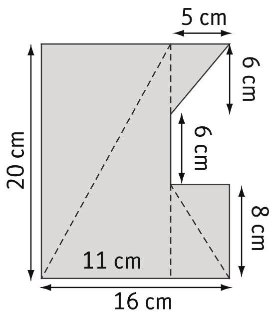


Área del trapecio: $A = \dfrac{(16+11)\cdot 6}{2} = 81\ \text{cm}^2$.

Área del rectángulo pequeño: $A = 6\cdot 11 = 66\ \text{cm}^2$.

Área del rectángulo grande: $A = 16\cdot 8 = 128\ \text{cm}^2$

Área total: $A = 81 + 66 + 128 = 275\ \text{cm}^2$



Área de los triángulos grandes: $A = \dfrac{11\cdot 20}{2} = 110\ \text{cm}^2$.

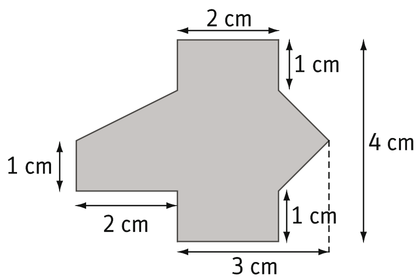
Área del triángulo pequeño: $A = \dfrac{5\cdot 6}{2} = 15\ \text{cm}^2$.

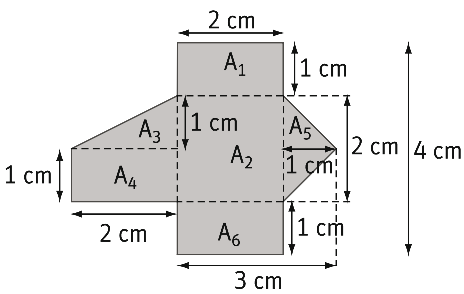
Área de los triángulos medianos: $A = \dfrac{8\cdot 5}{2} = 20\ \text{cm}^2$

Área total: $A = 2\cdot 110 + 15 + 2\cdot 20 = 275\ \text{cm}^2$

Con las dos descomposiciones se obtiene la misma superficie.

49. Calcula el área de la siguiente figura.





$A_1 = 2\cdot 1 = 2\ \text{cm}^2$

$A_2 = 2\cdot 2 = 4\ \text{cm}^2$

$A_3 = \dfrac{2\cdot 1}{2} = 1\ \text{cm}^2$

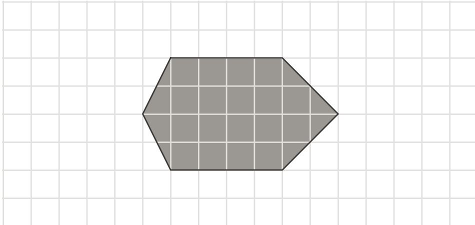
$A_4 = 2\cdot 1 = 2\ \text{cm}^2$

$A_5 = \dfrac{2\cdot 1}{2} = 1\ \text{cm}^2$

$A_6 = 2\cdot 1 = 2\ \text{cm}^2$

$A_T = 2 + 4 + 1 + 2 + 1 + 2 = 12\ \text{cm}^2$

50. ¿Cuál es el perímetro y el área de esta figura?



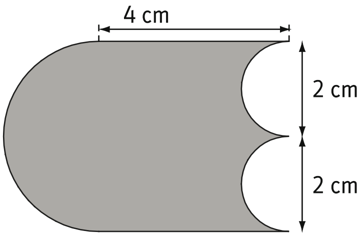
Para calcular el perímetro, aplicamos el teorema de Pitágoras para calcular la longitud de los lados inclinados.

$l_1^2 = 1^2 + 2^2 = 5 \Rightarrow l_1 = \sqrt{5} = 2{,}24$ $\qquad$ $l_2^2 = 2^2 + 2^2 = 8 \Rightarrow l_1 = \sqrt{8} = 2{,}83$

P = 4 + 2,83 + 2,83 + 4 + 2,24 + 2,24 = 18,14 unidades.

El área se puede calcular contando cuadraditos: A = 22 unidades^2.

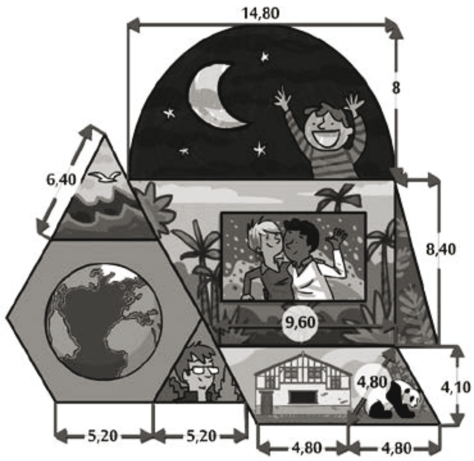
51. Calcula el área de la siguiente figura.



Se puede calcular sumando el área de un semicírculo de 2 cm de radio y el área de un cuadrado de 4 cm de lado y restando el área de dos semicírculos de radio 1 cm:

$$A = \frac{\pi \cdot 2^2}{2} + 4 \cdot 4 - 2 \cdot \frac{\pi \cdot 1^2}{2} = 19{,}14 \text{ cm}^2.$$

52. Quiero hacer el mural que aparece en el dibujo para la última semana de curso. ¿Qué superficie de papel continuo tengo que pedir a mi tutor?

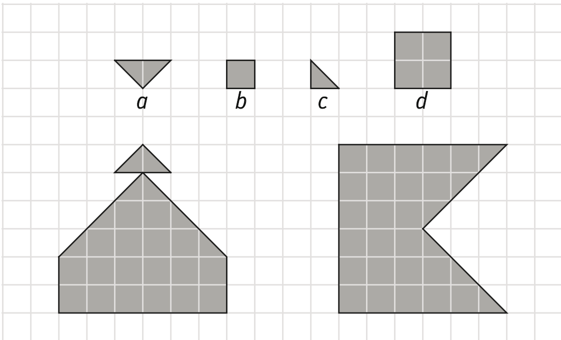


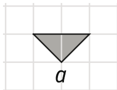
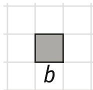
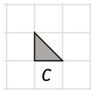
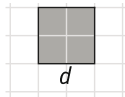
- Área del semicírculo: $A_1 = \dfrac{\pi \cdot (14{,}8 : 2)^2}{2} = 85{,}97 \text{ cm}^2$
- Área del triángulo isósceles: calculamos la altura aplicando en teorema de Pitágoras:
  $6{,}4^2 = 2{,}6^2 + h^2 \Rightarrow h^2 = 40{,}96 - 6{,}76 = 34{,}2 \Rightarrow h = \sqrt{34{,}2} = 5{,}85$ cm
  $A_2 = \dfrac{5{,}2 \cdot 5{,}85}{2} = 15{,}21 \text{ cm}^2$
- Área del trapecio rectángulo: $A_3 = \dfrac{(14{,}8 + 9{,}6) \cdot 8{,}4}{2} = 102{,}48 \text{ cm}^2$
- Área del triángulo rectángulo: $A_4 = \dfrac{2{,}4 \cdot 8{,}4}{2} = 10{,}08 \text{ cm}^2$
- Área del hexágono regular: calculamos la apotema aplicando en teorema de Pitágoras y teniendo en cuenta que el radio es igual que el lado:
  $5{,}2^2 = 2{,}6^2 + a^2 \Rightarrow a^2 = 27{,}04 - 6{,}76 = 20{,}28 \Rightarrow h = \sqrt{20{,}28} = 4{,}5$ cm
  $A_5 = \dfrac{6 \cdot 5{,}2 \cdot 4{,}5}{2} = 70{,}2 \text{ cm}^2$
- Área del triángulo equilátero: la altura del triángulo es igual que la apotema del hexágono.
  $A_6 = \dfrac{5{,}2 \cdot 4{,}5}{2} = 11{,}7 \text{ cm}^2$
- Área del trapecio con la casa: $A_7 = \dfrac{(4{,}8 + 9{,}6) \cdot 4{,}1}{2} = 29{,}52 \text{ cm}^2$
- Área del triángulo con el oso panda: $A_8 = \dfrac{4{,}8 \cdot 4{,}1}{2} = 9{,}84 \text{ cm}^2$

El área total es: $A = 85{,}97 + 15{,}21 + 102{,}48 + 10{,}08 + 70{,}2 + 11{,}7 + 29{,}52 + 9{,}84 = 335 \text{ cm}^2$.

53. Actividad interactiva

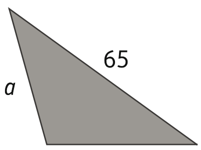
54. ¿Cuál es el área de las siguientes figuras tomando cada una de las unidades indicadas?



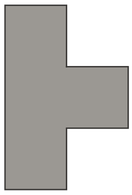
	 *a*	 *b*	 *c*	 *d*
Primera figura	22*a*	22*b*	44*c*	$\left(5+\frac{1}{2}\right)d$
Segunda figura	27*a*	27*b*	54*c*	$\left(6+\frac{3}{4}\right)d$

55. Calcula el lado desconocido sabiendo que el perímetro de cada figura es 120 cm.

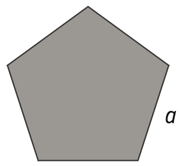
a)



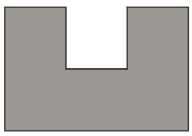
b)



c)



d)



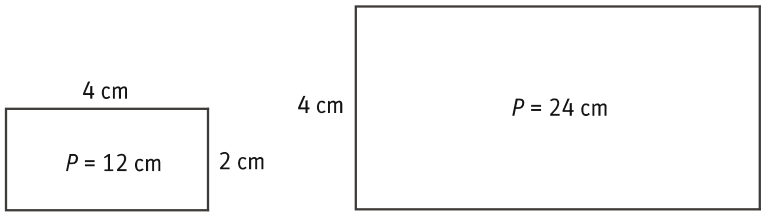
a) $a = 120 - 65 - 30 = 25$ cm

b) $120 = 10a \Rightarrow a = 12$ cm

c) $120 = 5a \Rightarrow a = 24$ cm

d) $120 = 12a \Rightarrow a = 10$ cm

56. Dibuja un rectángulo. Después dibuja otro con un perímetro doble que el primero. Explica cómo lo has realizado.



Cada lado mide el doble.

57. Se quiere cubrir el canto de una mesa con forma de trapecio isósceles con un protector de goma. Las bases miden 80 cm y 150 cm y los lados iguales 90 cm. ¿Qué longitud debe tener el protector?

$P = 80 + 150 + 2 \cdot 90 = 410$ cm

58. Calcula la longitud de una circunferencia de 4,5 m de diámetro.

$L = 2 \cdot \pi \cdot 2{,}25 = 14{,}13$ m

59. Calcula la longitud de un arco que abarca la tercera parte de la circunferencia de radio 3,73 cm.

$$L = \frac{1}{3} \cdot (2 \cdot \pi \cdot 3{,}73) = \frac{1}{3} \cdot 23{,}42 = 7{,}81 \text{ cm}$$

60. Las siguientes medidas corresponden a los lados de algunos triángulos. ¿Cuáles son rectángulos?

a) 22 m, 17 m, 10 m

b) 12 cm, 35 cm, 37 cm

c) 25 cm, 28 cm, 32 cm

d) 40 cm, 41 cm, 9 cm

a) No, $17^2 + 10^2 \neq 22^2 \Rightarrow 289 + 100 \neq 484$

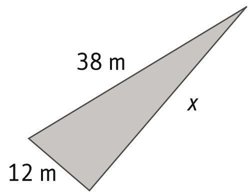
b) Sí, $12^2 + 35^2 = 37^2 \Rightarrow 144 + 1225 = 1369$

c) No, $25^2 + 28^2 \neq 32^2 \Rightarrow 625 + 784 \neq 1024$

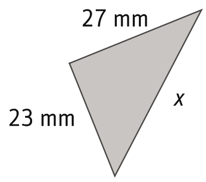
d) Sí, $40^2 + 9^2 = 41^2 \Rightarrow 1600 + 81 = 1681$

61. Averigua el lado desconocido de los siguientes triángulos rectángulos.

a)



b)

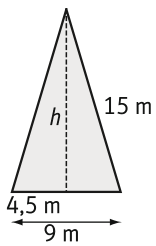


a) $38^2 = 12^2 + x^2 \Rightarrow x^2 = 1444 - 144 = 1300 \Rightarrow x = \sqrt{1300} = 36{,}06$ m

b) $x^2 = 23^2 + 27^2 = 529 + 729 = 1258 \Rightarrow x = \sqrt{1258} = 35{,}47$ mm

62. Actividad resuelta

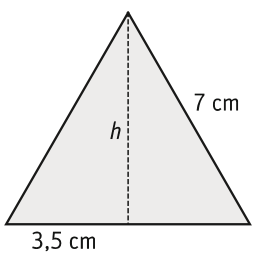
63. Calcula la altura de un triángulo isósceles cuyos lados iguales miden 15 m, y el lado desigual, 9 m.



Aplicamos el teorema de Pitágoras para calcular la altura:

$$15^2 = 4{,}5^2 + h^2 \Rightarrow h^2 = 225 - 20{,}25 = 204{,}75 \Rightarrow h = \sqrt{204{,}75} = 14{,}31 \text{ m}$$

64. Calcula la altura de un triángulo equilátero de lado *l* = 7 cm.



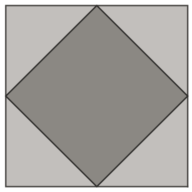
Aplicamos el teorema de Pitágoras para calcular la altura:

$$7^2 = 3{,}5^2 + h^2 \Rightarrow h^2 = 49 - 12{,}25 = 36{,}75 \Rightarrow h = \sqrt{36{,}75} = 6{,}06 \text{ cm}$$

65. Calcula la longitud de la hipotenusa de un triángulo rectángulo si los cuadrados que se construyen sobre los catetos tienen áreas de 9 cm^2 y 16 cm^2.

$$h^2 = 9 + 16 = 25 \Rightarrow h = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

66. Calcula el perímetro del cuadrado rojo sabiendo que el lado del cuadrado mayor mide 4 cm.

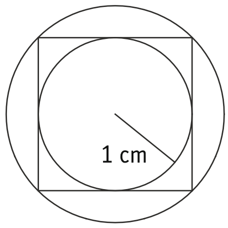


Aplicamos el teorema de Pitágoras para calcular el lado del cuadrado interior:

$l^2 = 2^2 + 2^2 = 8 \Rightarrow l = \sqrt{8} = 2{,}83$ cm

El perímetro mide: $P = 2{,}83 \cdot 4 = 11{,}32$ cm

67. Un círculo cuyo radio mide 1 cm, está inscrito en un cuadrado, y este, a su vez, está inscrito en otro círculo, como se muestra en la figura. ¿Cuántos centímetros mide el radio de éste último círculo?



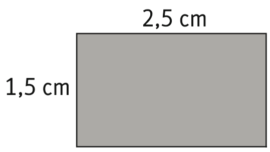
El lado del cuadrado mide lo mismo que el diámetro del círculo que tiene inscrito: $l = 2$ cm

El diámetro del círculo circunscrito al cuadrado es igual que la diagonal del cuadrado, que se calcula aplicando el teorema de Pitágoras: $d^2 = 2^2 + 2^2 = 8 \Rightarrow d = \sqrt{8} = 2{,}83$ cm

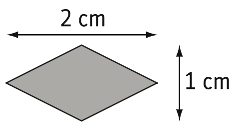
Por tanto, el radio mide: $r = 1{,}42$ cm.

68. Calcula el área de los siguientes polígonos.

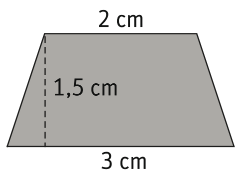
a)



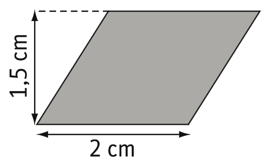
b)



c)



d)



a) $A = 2{,}5 \cdot 1{,}5 = 3{,}75 \text{ cm}^2$

b) $A = \dfrac{2 \cdot 1}{2} = 1 \text{ cm}^2$

c) $A = \dfrac{(3+2) \cdot 1{,}5}{2} = 3{,}75 \text{ cm}^2$

d) $A = 2 \cdot 1{,}5 = 3 \text{ cm}^2$

69. Calcula la altura de un rectángulo cuya base mide 10 cm y su área es 60 cm².

$60 = 10 \cdot h \Rightarrow h = \dfrac{60}{10} = 6 \text{ cm}$

70. Calcula el área de un romboide de base *b* = 6 mm y altura *h* = 3,2 mm.

$A = 6 \cdot 3{,}2 = 19{,}2 \text{ mm}^2$

71. Calcula el área de un rombo cuya diagonal mayor mide 6,18 cm, y su diagonal menor, 4,5 cm.

$A = \dfrac{6{,}18 \cdot 4{,}5}{2} = 13{,}91 \text{ cm}^2$

72. Calcula el área de un cuadrado cuyo perímetro es 2,8 m.

$2{,}8 = 4 \cdot l \Rightarrow l = \dfrac{2{,}8}{4} = 0{,}7 \text{ m}$

$A = 0{,}7^2 = 0{,}49 \text{ m}^2$

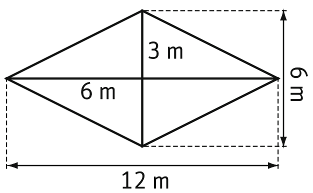
73. El perímetro de un rectángulo mide 72,5 mm. Sabiendo que la base mide 18,25 mm, calcula el área.

$72{,}5 = 2 \cdot 18{,}25 + 2 \cdot a \Rightarrow a = \dfrac{72{,}5 - 36{,}5}{2} = 18 \text{ m}$

$A = 18{,}25 \cdot 18 = 328{,}5 \text{ mm}^2$

74. Actividad resuelta

75. ¿Cuál es el área de un rombo cuyas diagonales miden 12 m y 6 m? ¿Cuánto mide su perímetro?

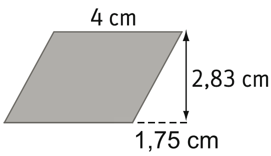


$A = \dfrac{12 \cdot 6}{2} = 36 \text{ cm}^2$

Para hallar la medida de un lado, aplicamos el teorema de Pitágoras: $l^2 = 3^2 + 6^2 = 9 + 36 = 45 \Rightarrow l = \sqrt{45} = 6{,}71 \text{ cm}$

P = 4 · 6,71 = 26,84 m

76. Calcula el área y el perímetro del romboide.

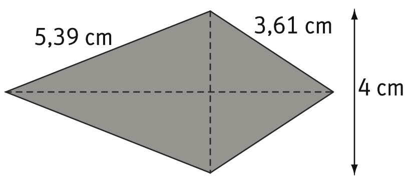


$A = 4 \cdot 2{,}83 = 11{,}32$ **.** El área mide 11,32 cm^2.

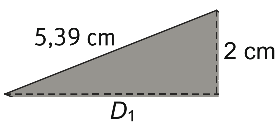
Para calcular el perímetro, calculamos el lado del romboide aplicando el teorema de Pitágoras:

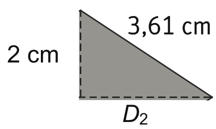
$l^2 = 1{,}75^2 + 2{,}83^2 = 3{,}06 + 8{,}01 = 11{,}07 \Rightarrow l = \sqrt{11{,}07} = 3{,}33$. El perímetro es P = 2 · 4 + 2 · 3,33 = 14,66 cm

77. Calcula el área y el perímetro de la figura.



Para calcular el área, calculamos la diagonal mayor aplicando el teorema de Pitágoras:



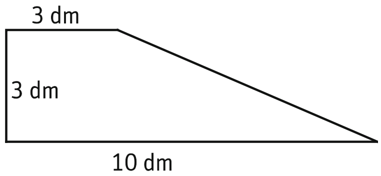


$D_1^2 = 5{,}39^2 - 2^2 = 29{,}05 - 4 = 25{,}05 \Rightarrow D_1 = \sqrt{25{,}05} \simeq 5$

$D_2^2 = 3{,}61^2 - 2^2 = 13{,}03 + 4 = 9{,}03 \Rightarrow D_2 = \sqrt{9{,}03} \simeq 3$. La diagonal mayor mide 8 cm.

Por lo que el área es $A = \dfrac{8 \cdot 4}{2} = 16 \text{ cm}^2$ y el perímetro 18 cm.

78. Calcula el área de un trapecio rectángulo de altura 3 dm, una de sus bases mide 10 dm y la otra base es $\frac{3}{10}$ de la anterior.

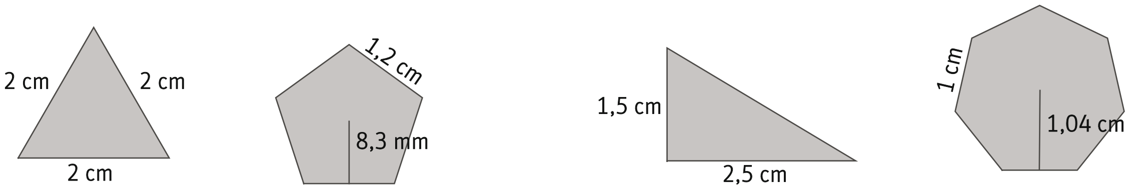


$$A = \frac{(3+10)\cdot 3}{2} = 19,5$$

El área es 19,5 cm^2.

79. Calcula el perímetro y el área de estas figuras.

a) **b)** **c)** **d)**



a) Calculamos la altura del triángulo aplicando Pitágoras: $l^2 = 2^2 - 1^2 = 4 - 1 = 3 \Rightarrow l = \sqrt{3} = 1,73$.

El área es $A = \frac{2\cdot 1,73}{2} = 1,73 \text{ cm}^2$ y el perímetro mide 6 cm.

b) El área es $A = \frac{6\cdot 0,83}{2} = 2,49 \text{ cm}^2$ y el perímetro mide 6 cm.

c) El área es $A = \frac{2,5\cdot 1,5}{2} = 1,875 \text{ cm}^2$ y para calcular el perímetro aplicamos Pitágoras:

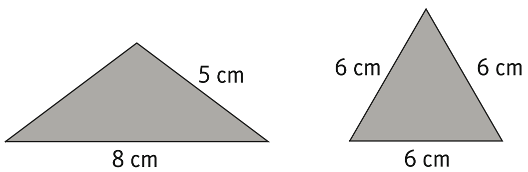
$l^2 = 2,5^2 + 1,5^2 = 6,25 + 2,25 = 8,5 \Rightarrow l = \sqrt{8,5} \simeq 2,92$. El perímetro es 6,92 cm.

d) El área es $A = \frac{7\cdot 1,04}{2} = 3,64 \text{ cm}^2$ y el perímetro mide 7 cm.

80. Calcula el área de un decágono regular de apotema 9,23 cm y perímetro 60 cm.

El área es $A = \frac{60\cdot 9,23}{2} = 276,9 \text{ cm}^2$.

81. Calcula el área de los siguientes triángulos.



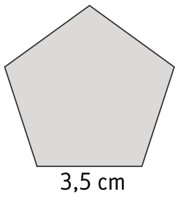
a) Calculamos la altura del triángulo aplicando Pitágoras: $l^2 = 5^2 - 4^2 = 25 - 16 = 9 \Rightarrow l = \sqrt{9} = 3$.

El área es $A = \frac{8\cdot 3}{2} = 12 \text{ cm}^2$.

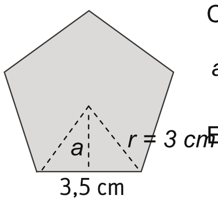
b) Calculamos la altura del triángulo aplicando Pitágoras: $l^2 = 6^2 - 3^2 = 36 - 9 = 27 \Rightarrow l = \sqrt{27} \simeq 5,2$.

El área es $A = \frac{6\cdot 5,2}{2} = 15,6 \text{ cm}^2$.

82. El radio de la circunferencia circunscrita del siguiente pentágono regular mide 3 cm.
Calcula el área del pentágono.



Como el radio de la circunferencia circunscrita mide 3 cm, podemos formar un triángulo isósceles. Su altura coincide con la apotema del pentágono.



Calculamos la apotema aplicando el teorema de Pitágoras:

$a^2 = 3^2 - 1{,}75^2 = 9 - 3{,}06 = 5{,}94 \Rightarrow a = \sqrt{5{,}94} = 2{,}44$

El área es $A = \dfrac{17{,}5 \cdot 2{,}44}{2} = 21{,}35\ \text{cm}^2$

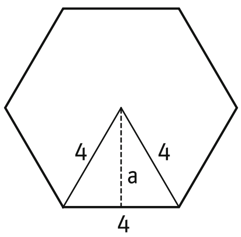
83. Dos triángulos tienen la misma base, pero el área de uno es el doble que el área del otro. ¿Qué relación hay entre sus alturas?

El área del primer triángulo es $A_1 = \dfrac{b_1 \cdot h_1}{2}$. El área del segundo es el doble de la del primero $A_2 = \dfrac{b_2 \cdot h_2}{2}$ = 2 A_1.
Como las bases son iguales $b_1 = b_2$:

$$\frac{\cancel{b_2} \cdot h_2}{2} = \cancel{2} \cdot \frac{\cancel{b_1} \cdot h_1}{\cancel{2}} \Rightarrow h_2 = 2h_1.$$

La altura del segundo triángulo es el doble que la del primer triángulo.

84. El lado de un hexágono regular mide 4. Calcula su apotema y su área.



Un hexágono regular se puede dividir en 6 triángulos equiláteros. La altura de cualquiera de estos triángulos es la apotema del hexágono.

Calculamos la apotema aplicando el teorema de Pitágoras:

$a^2 = 4^2 - 2^2 = 16 - 4 = 12 \Rightarrow a = \sqrt{12} = 3{,}46$

El área es $A = \dfrac{24 \cdot 3{,}46}{2} = 41{,}52\ \text{cm}^2$.

85. Calcula el área de un círculo de radio *r* = 3,75 cm.

El área del círculo viene dada por $A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 3{,}75^2 = 44{,}18\ \text{cm}^2$.

86. Calcula el área encerrada entre dos circunferencias concéntricas de radios 4 cm y 7 cm.

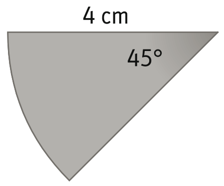
El área encerrada se puede calcular como el área de una corona circular:

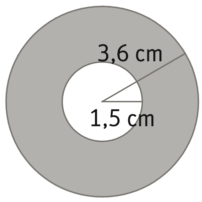
$A = \pi \cdot (R^2 - r^2) = \pi \cdot (7^2 - 4^2) = \pi \cdot (49 - 16) = 103{,}67\ \text{cm}^2$.

O bien, como la diferencia de las superficies de los círculos de radios 4 cm y 7 cm:

$C_R - C_r = \pi \cdot R^2 - \pi \cdot r^2 = 153{,}94 - 50{,}27 = 103{,}67$

87. Calcula el perímetro y el área de las siguientes figuras.





a) El área del sector circular viene dada por $A = \dfrac{\pi \cdot r^2 \cdot n^\circ}{360^\circ} = \dfrac{\pi \cdot 4^2 \cdot 45^\circ}{360^\circ} = 6{,}28 \text{ cm}^2$.

El perímetro es la suma de los dos radios y el arco de circunferencia correspondiente a 45º, $P = 4 + 4 + 2\pi \cdot 4 \cdot \dfrac{45^\circ}{360^\circ} = 11{,}14 \text{ cm}$.

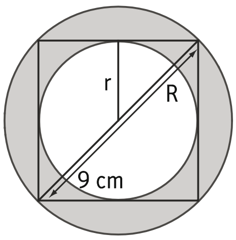
b) El área de la corona circular viene dada por $A = \pi \cdot (R^2 - r^2) = \pi \cdot (3{,}6^2 - 1{,}5^2) = \pi \cdot (12{,}96 - 2{,}25) = 33{,}65 \text{ cm}^2$.

El perímetro es la suma de las longitudes de las dos circunferencias, $P = 2\pi \cdot 3{,}6 + 2\pi \cdot 1{,}5 = 10{,}2\pi = 32{,}04 \text{ cm}$.

88. El área de un sector circular de radio *r* = 13 cm es 48,57 cm². ¿Qué amplitud tiene el sector?

$$A = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot n^\circ}{360^\circ} \Rightarrow n^\circ = \frac{A \cdot 360^\circ}{\pi \cdot r^2} = \frac{48{,}57 \cdot 360^\circ}{\pi \cdot 13^2} = 32{,}93$$

89. Calcular el área de la corona circular determinada por las circunferencias inscrita y circunscrita a un cuadrado de 9 m de diagonal.

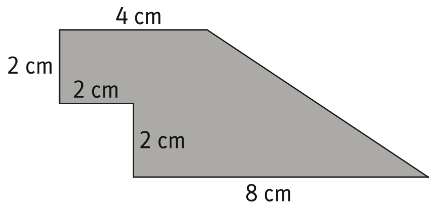


El radio de la circunferencia circunscrita coincide con la mitad de la diagonal por lo tanto será R = 4,5 cm. El radio de la circunferencia inscrita r es la mitad del lado del cuadrado. Para calcularlo aplicamos el teorema de Pitágoras:

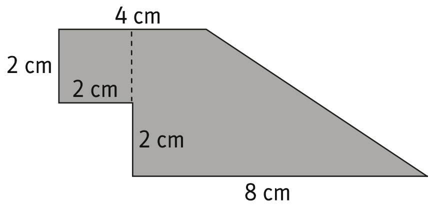
$$4{,}5^2 = r^2 + r^2 = 2r^2 \Rightarrow r^2 = \frac{20{,}25}{2} \Rightarrow r = \sqrt{10{,}125} = 3{,}18$$

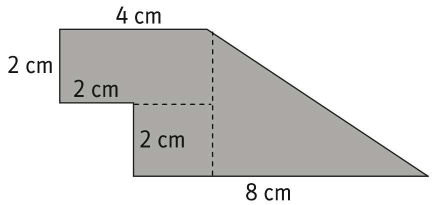
El área de la corona es: $A = \pi \cdot (4{,}5^2 - 3{,}18^2) = \pi \cdot (20{,}25 - 10{,}11) \simeq 31{,}85 \text{ cm}^2$.

90. Descompón la figura y averigua su área.



Hay diversas formas de dividir la figura



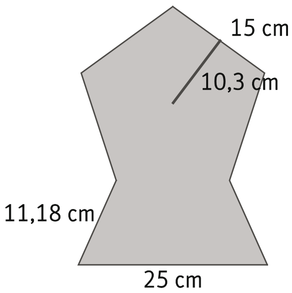


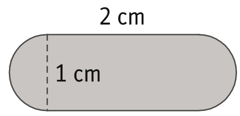
$$A = l^2 + \frac{(b + B) \cdot h}{2} = 2^2 + \frac{(2 + 8) \cdot 4}{2} = 4 + 20 = 24$$

$$A = l^2 + b \cdot h + \frac{b \cdot h}{2} = 2^2 + 4 \cdot 2 + \frac{6 \cdot 4}{2} = 24$$

En cualquier caso, el área mide 24 cm².

91. Calcula el perímetro y el área.

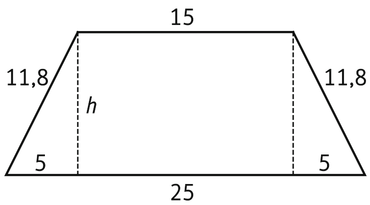




a) La figura está formada por un pentágono regular y un trapecio isósceles.

El perímetro mide $P = 25 + 2 \cdot 11{,}18 + 4 \cdot 15 = 107{,}36$ cm.

Para calcular el área, calculamos la altura del trapecio aplicando el teorema de Pitágoras:



$h^2 = 11{,}18^2 - 5^2 = 124{,}99 - 25 = 99{,}99 \Rightarrow h = \sqrt{99{,}99} \simeq 10$

Por lo que,

$$A = \frac{p \cdot a}{2} + \frac{(b+B) \cdot h}{2} = \frac{75 \cdot 10{,}3}{2} + \frac{(15+25) \cdot 10}{2} = 386{,}25 + 200 = 586{,}25$$

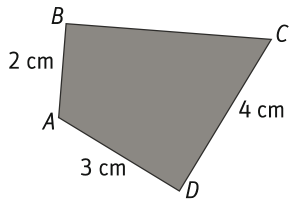
El área mide 586,25 cm^2

b) La figura está formada por dos semicírculos y un rectángulo.

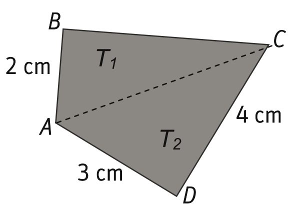
El perímetro mide $P = 2\pi \cdot 0{,}5 + 2 \cdot 2 = 3{,}14 + 4 = 7{,}14$ cm.

El área mide $A = \pi \cdot r^2 + b \cdot h = \pi \cdot 0{,}5^2 + 2 \cdot 1 = 2{,}79$ cm^2

92. ¿Cuál es el área del cuadrilátero si los ángulos *B* y *D* son rectos?



El área de la figura es la suma del área de los dos triángulos rectángulos que la forman.



El área de T_2 es $A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6$

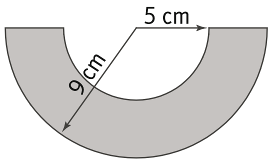
Para calcular el área de T_1 calculamos la hipotenusa AC y el cateto de BC

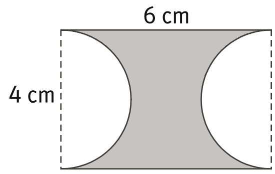
$AC^2 = 3^2 + 4^2 = 25 \Rightarrow AC = \sqrt{25} = 5$

$BC^2 = 5^2 - 2^2 = 21 \Rightarrow BC = \sqrt{21} = 4{,}58$

El área de T_2 es $A = \frac{4{,}58 \cdot 2}{2} = 4{,}58$. El área de la figura es 10,58 cm^2.

93. Calcula el área de las siguientes figuras.





a) El área de la figura se puede calcular como el área de la mitad de una corona circular.

$$A = \frac{\pi \cdot (R^2 - r^2)}{2} = \frac{\pi \cdot (9^2 - 5^2)}{2} = \frac{\pi \cdot (81 - 25)}{2} = 87{,}96 \text{ cm}^2$$

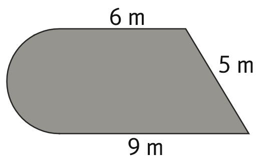
b) El área de la figura se puede calcular como la diferencia entre el área de un rectángulo y de un círculo.

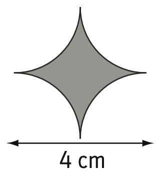
$$A = b \cdot h - \pi \cdot r^2 = 6 \cdot 4 - \pi \cdot 2^2 = 11{,}43 \text{ cm}^2$$

94. Las dimensiones del siguiente campo de fútbol son 90 m × 120 m.

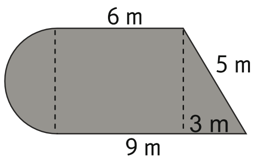
Una hectárea (ha) son 10 000 m^2. La superficie del campo será 90 · 120 = 10 800 m^2, que son de 1,08 ha.

95. Calcula el área y el perímetro de las siguientes figuras.





a) El área de la figura se puede calcular como la suma entre el área de un trapecio y de un semicírculo.



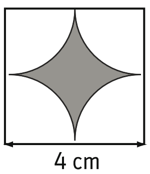
Calculamos la altura del trapecio aplicando el teorema de Pitágoras:

$h^2 = 5^2 - 3^2 = 16 \Rightarrow h = \sqrt{16} = 4$.

El área es: $A = \frac{\pi \cdot r^2}{2} + \frac{(b+B) \cdot h}{2} = \frac{\pi \cdot 2^2}{2} + \frac{(6+9) \cdot 4}{2} = 36{,}28 \text{ m}^2$.

El perímetro es $P = \pi \cdot 2 + 6 + 5 + 9 = 26{,}28$

b) El área de la figura se puede calcular como la diferencia entre el área de un cuadrado y de cuatro sectores circulares de 90º de amplitud que forman un círculo.

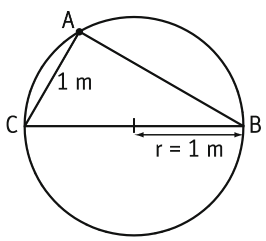


$A = l^2 - \pi \cdot r^2 = 4^2 - \pi \cdot 2^2 = 3{,}44$

El perímetro es la suma de los cuatro arcos de circunferencia de amplitud 90º, es decir, la longitud de una circunferencia de radio 2 cm:

$P = 2\pi \cdot r = 4\pi = 12{,}57$

96. Halla el área del triángulo de base, el diámetro de una circunferencia de radio 1 m y el vértice opuesto a la base está sobre la circunferencia a 1 m de otro vértice.



El triángulo es rectángulo porque el ángulo correspondiente al vértice que está sobre la circunferencia mide 90º al ser la mitad del central correspondiente que es el formado por un diámetro por lo que su amplitud es 180º. Calculamos el cateto desconocido del triángulo aplicando el teorema de Pitágoras:

$c^2 = 2^2 - 1^2 = 3 \Rightarrow c = \sqrt{3} = 1{,}73$.

Por lo que el área es: $A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{1 \cdot 1{,}73}{2} = 0{,}87 \text{ m}^2$.

97. Las dimensiones de un patio rectangular de 10 m × 14 m, se reducen a la mitad. ¿Cuánto ha disminuido su área?

El área es $A = 10 \cdot 14 = 140$. Al reducir las dimensiones a la mitad el área será $A = 5 \cdot 7 = 35$. Por lo que el área se ha reducido 4 veces.

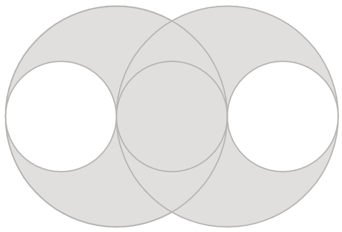
98. Calcula el área de un hexágono regular que tiene el mismo perímetro que un cuadrado de área 3969 m^2.

El lado del cuadrado es $\sqrt{3969} = 63$, por lo que el perímetro del cuadrado es 252 m. Si tiene el mismo perímetro, el lado del hexágono medirá $\frac{252}{6} = 42$ m. Como un hexágono está formado por seis triángulos equiláteros, la altura del triángulo coincide con la apotema del perímetro. Aplicando el teorema de Pitágoras:

$$a^2 = 42^2 - 21^2 = 1764 - 441 = 1323 \Rightarrow a = \sqrt{1323} = 36,37$$

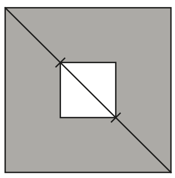
Así el área del hexágono es $A = \frac{p \cdot a}{2} = \frac{252 \cdot 36,37}{2} = 4582,62\ \text{m}^2$.

99. En el dibujo siguiente, el radio de los círculos grandes es 2 cm. ¿Cuánto mide el área blanca?



El diámetro del círculo pequeño coincide con el radio del círculo grande. El área blanca es: $A = 2 \cdot \pi \cdot r^2 = 2 \cdot \pi \cdot 1^2 = 6,28\ \text{cm}^2$.

100. En esta figura, el área del cuadrado mayor es 1 m^2. La diagonal está dividida en tres segmentos de la misma longitud. ¿Cuál es el área del cuadrado pequeño?



Como conocemos el área del cuadrado mayor, deducimos que su lado mide 1 m. Calculamos la diagonal mediante el teorema de Pitágoras: $h^2 = 1^2 + 1^2 = 2 \Rightarrow h = \sqrt{2} = 1,41$ m.

La diagonal del cuadrado pequeño es $\frac{1,41}{3} = 0,47$ m. Aplicamos el teorema de Pitágoras para calcular el lado del cuadrado pequeño:

$$0,47^2 = l^2 + l^2 = 2l^2 \Rightarrow l^2 = \frac{0,22}{2} = 0,11 \Rightarrow l = 0,33$$

El área del cuadrado pequeño es $A = l^2 = 0,33^2 = 0,11\ \text{m}^2$.

101. En la noche del 16 de agosto de 1790 se produjo el tercer gran incendio de la Plaza Mayor de Madrid, quedando completamente destruido un tercio de su perímetro. Las dimensiones de la plaza entonces eran 120 m × 94 m. ¿Cuántos metros se destruyeron?

El perímetro es $P = 120 \cdot 2 + 94 \cdot 2 = 428$m. La tercera parte son 142,67 m.

102. Quiero hacer un tapete para una mesa cuadrada de 85 cm de lado. ¿Qué cantidad de tela necesito? Si le pongo una cinta alrededor, ¿cuánta necesito?

La tela que necesito es la superficie de un cuadrado de 85 cm de lado, es decir, $A = 85^2 = 7225$ cm^2 de tela y la cantidad de cinta es el perímetro del mismo cuadrado, es decir, 340 cm de cinta.

103. Un aspersor que da una vuelta completa, tiene un alcance de 5 m. ¿Qué superficie de césped se riega?

La superficie es un círculo de radio 5 m, por tanto $A = \pi \cdot r^2 = 78{,}54$ m^2.

104. Una ruleta tiene seis sectores iguales, 3 rojos y tres negros. Si el radio de la ruleta es 3 cm, calcula el área de cada sector.

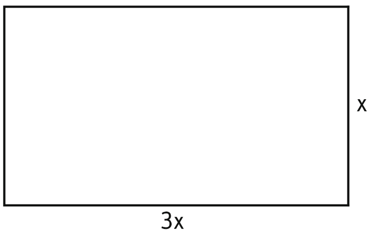
Cada sector tiene una amplitud de $\frac{360°}{6} = 60°$, por lo que la superficie que ocupa es:

$$A = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot n°}{360°} = \frac{\pi \cdot 3^2 \cdot 60°}{360°} = 4{,}71 \text{cm}^2.$$

105. El abuelo quiere enmarcar una lámina de 50 m × 70 m. El cristal cuesta 10 €/m^2 y el marco 15 €/m. ¿Cuánto costará enmarcar la lámina?

La superficie de cristal es el área de la lámina, $A = 0{,}5 \cdot 0{,}7 = 0{,}35$ m^2. El coste del cristal es $0{,}35 \cdot 10 = 3{,}5$ €. El marco tendrá la longitud del perímetro, $P = 0{,}5 \cdot 2 + 0{,}7 \cdot 2 = 2{,}4$ m. El coste del marco $2{,}4 \cdot 15 = 36$ €. Enmarcar la lámina costará 39,5 €.

106. El ancho de una parcela rectangular es tres veces mayor que el largo. Si el perímetro es 720 m, ¿cuál es el área?



$P = 3x \cdot 2 + x \cdot 2 \Rightarrow 720 = 8x \Rightarrow x = \frac{720}{8} = 90$. El área será

$A = x \cdot 3x = 3 \cdot 90^2 = 24300$ = 24 300 m^2.

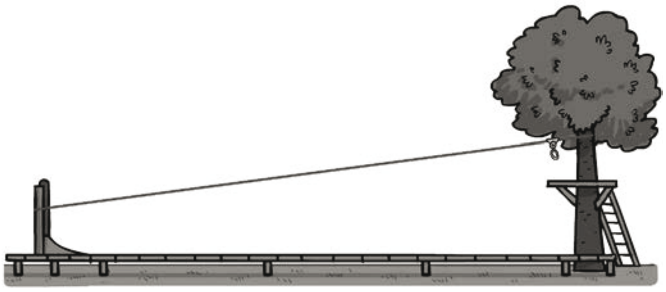
107. Problema resuelto

108. Queremos sujetar un mástil de 1,5 m de altura de una tienda de campaña con cuatro vientos. La separación entre la parte inferior del viento y la base del poste es de 5 m. ¿Cuánta cuerda necesitaremos comprar?

Para calcular la longitud de cada viento, aplicamos Pitágoras: $l^2 = 1{,}5^2 + 5^2 = 27{,}25 \Rightarrow l = \sqrt{27{,}25} = 5{,}22$.

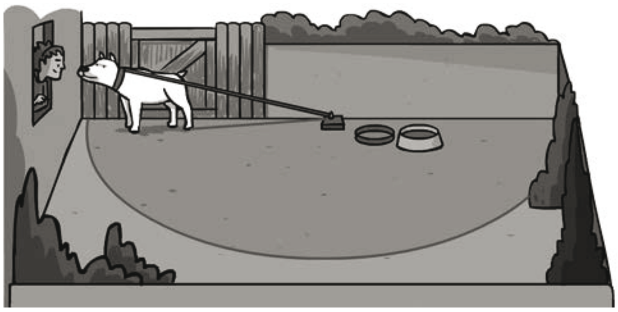
La longitud total de cuerda será 4 · 5,22 = 20,88 m.

109. Vamos a construir una tirolina entre un árbol y un poste que está a 35 m. Si la diferencia de altura entre los dos puntos de anclaje de la cuerda es de 4,5 m, ¿cuánto mide la cuerda?



Aplicando el teorema de Pitágoras: $l^2 = 35^2 + 4{,}5^2 = 1245{,}25 \Rightarrow l = \sqrt{1245{,}25} = 35{,}29$. La cuerda mide 35,29 m.

110. Un perro está atado con una cuerda de 3 m en una finca como muestra el dibujo.



a) ¿Qué superficie tiene el perro para correr?

b) Manteniendo la cuerda estirada, ¿qué distancia máxima puede recorrer en cada semi vuelta?

a) La superficie que tiene el perro para correr es un semicírculo de radio 3 m. $A = \frac{\pi \cdot r^2}{2} = \frac{\pi \cdot 3^2}{2} = 14{,}14\ \text{m}^2$

b) La longitud que puede recorrer es la mitad de la longitud de la circunferencia $L = \frac{\cancel{2}\pi \cdot r}{\cancel{2}} = 9{,}42$ 9,42 m

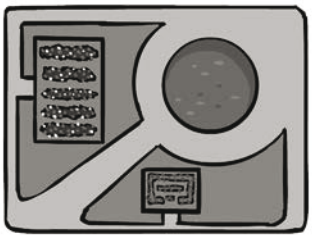
111. ¿Cuántas vueltas da la rueda de una bicicleta de 56 cm de radio al recorrer un kilómetro?

La longitud que recorre una rueda de 56 cm de radio en una vuelta es $L = 2\pi \cdot r = 351{,}86$ cm. Por lo que en un kilómetro $\frac{100000}{351{,}86} = 284{,}2$ vueltas.

112. El torno de un pozo tiene 20 cm de diámetro. Para recoger la cuerda hemos dado 43 vueltas. Calcula la longitud de la cuerda.

Cada vuelta necesita $L = 2\pi \cdot r = 62{,}83$ cm. Por lo que la cuerda medirá 43 · 62,83 = 2701,7cm = 27,01 m.

113. En un parque de forma rectangular, el estanque tiene forma de círculo de radio 80 dm. La rosaleda ocupa una zona cuadrada de lado *l* = 19 m, y la dalieda, una zona rectangular de 2350 dm^2. El resto son jardines que ocupan 562 m^2. ¿Cuánto mide la superficie del parque?



La superficie del parque es la suma de la superficie que ocupa la fuente, la rosaleda, la dalieda y los jardines, es decir, $A = \pi \cdot 80^2 + 190^2 + 2350 + 56200 = 20106{,}19 + 36100 + 2350 + 56200 = 114756{,}19$ dm^2 = 1147,56 m^2.

114. La Luna está llena de cráteres como consecuencia del impacto de numerosos meteoritos. En la fotografía se ve el cráter Euler, en honor al famoso matemático. Su diámetro mide 28 km.

a) ¿Qué superficie ocupa?

b) ¿Cuántos campos de fútbol se pueden construir dentro, si un campo de fútbol mide 90 × 120 m?

a) La superficie del cráter es aproximadamente el área de un círculo $A = \pi \cdot 14^2 = 615{,}75$ km^2.

b) La superficie de un campo de fútbol es $A = 90 \cdot 120 = 10800$ m^2 =0,0108 km^2.

El número de campos de fútbol es $\frac{615{,}75}{0{,}0108} \simeq 57013$.

115. Un faro barre con su luz un ángulo de 120°. El alcance máximo del faro es de 10 millas náuticas, ¿cuál es la longitud máxima en metros del arco correspondiente? (1 milla náutica = 1852 m)

Calculamos el arco correspondiente a una amplitud de 120º. $L = \frac{2\pi \cdot 10 \cdot 120°}{360°} = 20{,}94$ millas.

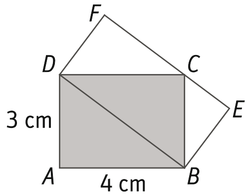
En metros: 20,94 · 1852 = 38 788,18 m.

116. En la plaza del ayuntamiento se ha producido una concentración de ciudadanos. Por los vídeos la densidad era de 1,5 personas por metro cuadrado. Según los organizadores se concentraron 9000 personas. ¿Estás de acuerdo con la organización si la plaza es rectangular con dimensiones *b* = 96 m y *h* = 54 m?

La superficie de la plaza es $A = b \cdot h = 96 \cdot 54 = 5184$ m^2. Si la densidad de personas era de 1,5 personas por metro cuadrado, el número de personas que asistió es $\frac{5184}{1{,}5} = 3456$

No podemos estar de acuerdo, porque se concentraron 3456 personas (5544 personas menos de lo que dicen los organizadores).

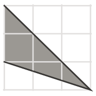
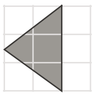
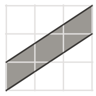
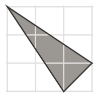
117. En la figura se observan dos rectángulos: *ABCD* y *DBEF*. ¿Cuál es, en cm^2, el área del rectángulo *DBEF*?



A. 10 **B. 16** **C. 14** **D. 12**

La base del rectángulo *DBEF* coincide con la diagonal del rectángulo *ABCD* que se puede obtener aplicando el teorema de Pitágoras y mide 5 cm. La altura del rectángulo *DBEF* coincide con la altura del triángulo *DCB* que aplicando el teorema de Pitágoras, mide 2,4 cm. Por tanto el área es 5 · 2,4 = 12. La correcta es la D.

118. ¿Cuál de las regiones sombreadas tiene área distinta a todas las demás?

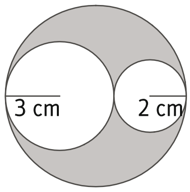
A.  **B.**  **C.**  **D.** 

Si tomamos como unidad el área de un cuadradito obtenemos:

	A.	B.	C.	D.
Área	$9-\frac{3\cdot 3}{2}-\frac{3\cdot 1}{2}=3$	$\frac{3\cdot 2}{2}=3$	$9-\frac{3\cdot 2}{2}=3$	$9-\frac{3\cdot 2}{2}\cdot 2-\frac{1\cdot 1}{2}=2{,}5$

La respuesta es la D.

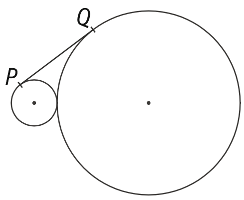
119. Las circunferencias de la figura son tangentes entre sí. ¿Cuánto mide, en cm^2, el área sombreada?



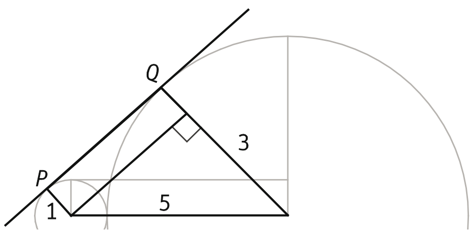
A. 4π **B. 6π** **C. 9π** **D. 12π**

El área sombreada es la diferencia entre el área del círculo de diámetro 10 cm y la suma de las dos circunferencias de radios 3 y 2 cm. Es decir, $\pi \cdot 5^2 - (\pi \cdot 3^2 + \pi \cdot 2^2) = 12 \cdot \pi$. La respuesta es la D.

120. Los radios de las circunferencias de la figura son 1 cm y 4 cm y el segmento *PQ* es tangente a ambas circunferencias. ¿Cuál es su longitud?



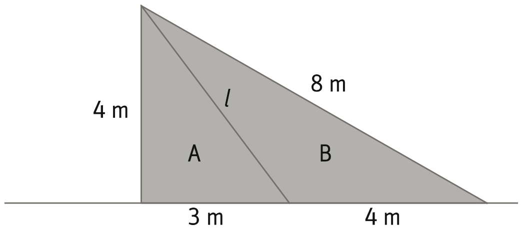
A. $\sqrt{17}$ cm **B. 4 cm** **C. 3 cm** **D. $\sqrt{18}$ cm**



Aplicando el teorema de Pitágoras el segmento *PQ* mide: $\sqrt{5^2-3^2}=4$.

La respuesta correcta es la B.

121. Un triángulo está dividido por la mitad, como muestra el dibujo. Queremos conocer la medida del lado *l*.



-**Juan, utilizando el triángulo A, lo calcula así:**

Por el teorema de Pitágoras:

$l^2 = 4^2 + 3^2 = 25 \Rightarrow l = 5$ **m**

-**Alejandro utiliza el triángulo B para calcularlo:**

Por el teorema de Pitágoras:

$8^2 = l^2 + 4^2 \Rightarrow l^2 = 64 - 16 = 48 \Rightarrow l = 6{,}9$ **m**

¿Por qué no obtienen el mismo resultado? ¿Quién tiene razón?

En el triángulo B no se puede utilizar el Teorema de Pitágoras porque no es un rectángulo. Por lo tanto, tiene razón Juan.

PONTE A PRUEBA

Problema resuelto

La parcela

El concierto

Un grupo de música quiere celebrar un concierto muy especial al aire libre. Se esperan unos 25 000 asistentes y las normas de seguridad establecen que el aforo se calcule considerando 3 personas por metro cuadrado. Se necesita montar un escenario rectangular de dimensiones 20 × 12 m. El perímetro de seguridad es de 25 × 15 m. A continuación, te indicamos las dimensiones de algunos recintos.

Recinto	Dimensiones
Campo de fútbol	**129 m × 94 m**
Patio del castillo	**Aprox. 81 m × 81 m**
Parque	**Aprox. 112 m × 37 m**
Velódromo	**120 m × 80 m**

Selecciona aquellos recintos en los que se pueda celebrar el concierto.

Para cubrir el aforo se necesitan como mínimo $25\,000 : 3 = 8333{,}\overset{\frown}{3}$ m^2. Para el escenario $20 \cdot 12 = 240$ m^2 y para el perímetro de seguridad $25 \cdot 15 = 375$ m^2. En total se necesitan, como mínimo $8948{,}\overset{\frown}{3}$ m^2.

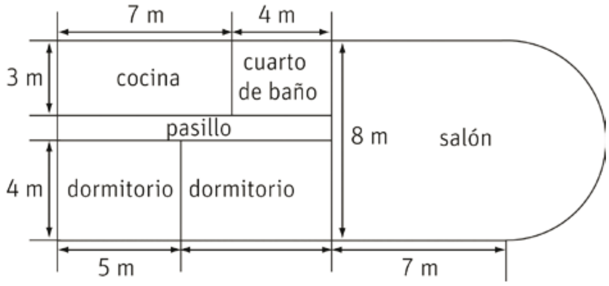
El área de los recintos es:

Recinto	Área
Campo de fútbol	12 126 m^2
Patio del castillo	6561 m^2
Parque	4144 m^2
Velódromo	9600 m^2

Por tanto, los recintos en los que se podría celebrar el concierto son en el campo de fútbol y en el velódromo.

La reforma

Los dueños de la vivienda que se muestra en el plano quieren hacer obra.



En la tabla se presenta el coste de los materiales.

Material	€/m^2
Azulejos	11
Tarima	20
Mármol	20
Solería cocina	25

Haz un presupuesto de materiales para una reforma con las siguientes características:

– Todo el piso tiene tarima menos el cuarto de baño y la cocina.

– En el suelo del cuarto de baño se utilizará mármol.

– En el suelo de la cocina se utilizará solería de barro cocido.

– En las paredes del cuarto de baño y de la cocina se colocará azulejo hasta una altura de 1,5 m.

El área de las diferentes estancias es:

Estancia	Área (m^2)
Dormitorio pequeño	$5 \cdot 4 = 20$
Dormitorio grande	$6 \cdot 4 = 24$
Pasillo	$11 \cdot 1 = 11$
Cocina	$3 \cdot 7 = 21$
Salón	$8 \cdot 7 + \frac{\pi \cdot 4^2}{2} = 81{,}13$
Cuarto de baño	$4 \cdot 3 = 12$

Superficie tarima: 20 m^2 + 24 m^2 + 11 m^2 + 81,13 m^2 = 136,13 m^2 Precio: 20 €/m^2 Total: 136,13 · 20 = 2722,6 €

Suelo cuarto de baño: 12 m^2 Precio: 20 €/m^2 Total: 12 · 20 = 240 €

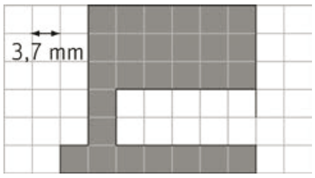
Suelo cocina: 21 m^2 Precio: 25 €/m^2 Total: 21 · 25 € = 525 €

Paredes cuarto de baño y cocina: 14 · 1,5 + 20 · 1,5 = 51 m^2 Precio: 11 €/m^2 Total: 51 · 11 = 561 €

Total: 2722,6 + 240 + 525 + 561 = 4048,6 €.

AUTOEVALUACIÓN

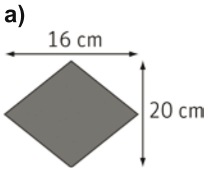
1. ¿Cuánto mide el perímetro de la siguiente figura?



Perímetro: 36 · 3,7 = 133,2 mm

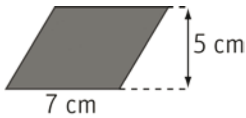
2. Averigua el área de las siguientes figuras.

a)

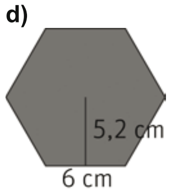


b)

c)



d)



a) $\frac{16 \cdot 20}{2} = 160 \text{ cm}^2$

b) $\frac{2 \cdot \sqrt{15}}{2} = 3{,}87 \text{ cm}^2$

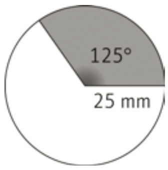
c) $7 \cdot 5 = 35 \text{ cm}^2$

d) $\frac{6 \cdot 6 \cdot 5{,}2}{2} = 93{,}6 \text{ cm}^2$

3. Halla el área de estas figuras circulares.

a)

b)



a) $\pi \cdot \left(\frac{22{,}30}{2}\right)^2 = 390{,}57 \text{ cm}^2$

b) $\frac{\pi \cdot 25^2 \cdot 125°}{360°} = 681{,}77 \text{ mm}^2$

4. ¿Cuál es el área y el perímetro de una corona circular de radios 7 cm y 4 cm?

Área = $\pi \cdot (7^2 - 4^2) = 103{,}67 \text{ cm}^2$

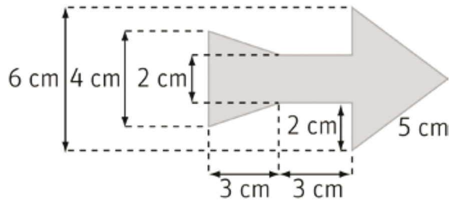
Perímetro = $2 \cdot \pi \cdot 7 + 2 \cdot \pi \cdot 4 = 69{,}16 \text{ cm}$

5. Calcula la longitud de una circunferencia de radio 5,57 mm. Si recorto un arco que mide 5 mm, ¿qué ángulo abarca dicho arco?

Longitud circunferencia = $2 \cdot \pi \cdot 5{,}57 = 35$ mm.

Ángulo que abarca: $5 = \frac{2 \cdot \pi \cdot 5{,}57 \cdot n°}{360°} \Rightarrow n° = \frac{5 \cdot 360°}{2 \cdot \pi \cdot 5{,}57} = 51{,}43°$

6. Calcula el área y el perímetro de la siguiente figura.



La altura del triángulo de la punta de la flecha mide: $\sqrt{5^2-3^2}=4$ cm.

La hipotenusa de los triángulos de la cola de la flecha mide: $\sqrt{1^2+3^2}=3{,}16$ cm.

Área = $\frac{1\cdot 3}{2}\cdot 2+2\cdot 6+\frac{3\cdot 4}{2}=21$ cm^2.

Perímetro = 4 + 3,16 + 2 + 3 + 5 + 5 + 2 + 3 + 3,16 = 32,32 cm

7. Un ratón está en la esquina de una habitación de dimensiones 5 m × 4 m. En la esquina opuesta hay un trozo de queso. ¿Cuál es el camino más corto que recorre el ratón para apoderarse el queso? ¿Qué longitud tiene?

El camino más corto es la diagonal, que mide $\sqrt{5^2+4^2}=6{,}40$ m.