

5 Ecuaciones y sistemas

REFLEXIONA Y RESPONDE

Mira el título del libro al que pertenece este texto: *Cinco ecuaciones que cambiaron el mundo*. El autor afirma que esas ecuaciones cambiaron el mundo. ¿Qué quiere decir con esa frase? ¿Piensas que una ecuación puede cambiar el mundo?

Respuesta libre

La última de las cinco ecuaciones del libro es quizás la más famosa de la historia de la ciencia: $E = m \cdot c^2$. ¿Sabes quién fue su autor?, ¿y qué significa? ¿Crees que esa ecuación cambió el mundo en el siglo XX?

El autor de la ecuación $E = m \cdot c^2$ fue Albert Einstein.

La ecuación significa que la energía de un cuerpo en reposo (E) es igual a su masa (m) multiplicada por la velocidad de la luz al cuadrado (c^2).

BUSCA INFORMACIÓN Y ANALIZA

Busca información sobre las fechas y los autores del descubrimiento de Urano y Neptuno. ¿Es cierto que Neptuno fue descubierto gracias a una ecuación?

Neptuno fue descubierto por Galle en 1846, y Urano fue descubierto por Herschel en 1781.

La aplicación de la ecuación gravitatoria de Newton permitió descubrir Neptuno.

¿A qué fórmula se refiere el autor cuando habla de la “ecuación gravitatoria de Newton”? ¿Por qué otro nombre se le conoce? ¿Por qué la ecuación de Newton ha sido tan importante en la historia de la humanidad?

La fórmula a la que se refiere el autor cuando habla de la ecuación gravitatoria de Newton es a $F = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$. Significa que la fuerza ejercida entre dos cuerpos de masas m_1 y m_2 , separados una distancia r , es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que les separa. La constante G es conocida como la constante de gravitación universal.

La ecuación gravitatoria de Newton es conocida como ley de la gravitación universal.

Actividades propuestas

1. Actividad resuelta

2. Expresa mediante ecuaciones las informaciones siguientes.

- La suma de dos números pares consecutivos es 234.
- El área de un triángulo cuya altura es la mitad de la base es 40 cm^2 .
- La diagonal de un cuadrado vale 15 cm.
 - Siendo x un número cualquiera, $2x + (2x + 2) = 234$.
 - Llamando x a la altura del triángulo, $A(x) = \frac{x \cdot 2x}{2} = x^2 = 40$.
 - Llamando x al lado del cuadrado, $15 = \sqrt{x^2 + x^2} = \sqrt{2x^2} = x\sqrt{2}$.

3. Inventa un enunciado para que la ecuación que indique las posibles soluciones sea $x \cdot x \cdot x = 64$.

Si se multiplica un número por si mismo tres veces, se obtiene 64. ¿De qué número se trata?

4. Comprueba si los valores de x propuestos son solución de la ecuación en cada caso.

a) $3x - 5(2x - 1) = -2x + 10 \quad x = -1$ d) $6x^2 = x + 1 \quad x = \frac{1}{2}$

b) $2(3x - 1) - \frac{x-1}{3} = 3x - 7 \quad x = -2$ e) $6x^2 = x + 1 \quad x = -\frac{1}{2}$

c) $x - \frac{2(x-2)}{3} = 5(-x+1) \quad x = -\frac{1}{3}$

a) $x = -1$ es solución de la ecuación $3x - 5(2x - 1) = -2x + 10$ porque:

$$\left. \begin{aligned} 3 \cdot (-1) - 5 \cdot [2 \cdot (-1) - 1] &= -3 - 5 \cdot (-3) = 12 \\ -2 \cdot (-1) + 10 &= 2 + 10 = 12 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 3 \cdot (-1) - 5 \cdot [2 \cdot (-1) - 1] = -2 \cdot (-1) + 10$$

b) $x = -2$ es solución de la ecuación $x - \frac{2(x-2)}{3} = 5(-x+1)$ porque:

$$\left. \begin{aligned} 2 \cdot [3 \cdot (-2) - 1] - \frac{-2-1}{3} &= -14 + 1 = -13 \\ 3 \cdot (-2) - 7 &= -6 - 7 = -13 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2 \cdot [3 \cdot (-2) - 1] - \frac{-2-1}{3} = 3 \cdot (-2) - 7$$

c) $x = -\frac{1}{3}$ no es solución de la ecuación $x - \frac{2(x-2)}{3} = 5(-x+1)$ porque:

$$\left. \begin{aligned} -\frac{1}{3} - \frac{2\left(-\frac{1}{3}-2\right)}{3} &= -\frac{1}{3} + \frac{14}{9} = \frac{11}{9} \\ 5 \cdot \left(\frac{1}{3} + 1\right) &= 5 \cdot \frac{4}{3} = \frac{20}{3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow -\frac{1}{3} - \frac{2\left(-\frac{1}{3}-2\right)}{3} \neq 5 \cdot \left(\frac{1}{3} + 1\right)$$

d) $x = \frac{1}{2}$ es solución de la ecuación $6x^2 = x + 1$ porque:

$$\left. \begin{aligned} 6\left(\frac{1}{2}\right)^2 &= 6 \cdot \frac{1}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \\ \frac{1}{2} + 1 &= \frac{3}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 6\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} + 1$$

e) $x = -\frac{1}{2}$ es solución de la ecuación $6x^2 = x + 1$ porque:

$$\left. \begin{aligned} 6\left(-\frac{1}{2}\right)^2 &= 6 \cdot \frac{1}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} + 1 &= \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 6\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = -\frac{1}{2} + 1$$

5. Escribe ecuaciones equivalentes a $2(3x - 3) + 2x - 5 = 2x + 4$.

a) Sumando en los dos miembros el número 5. c) Multiplicando cada miembro por el número -1 .

b) Restando en los dos miembros el número 4. d) Dividiendo cada miembro por el número 2.

a) $2(3x - 3) + 2x = 2x + 9$

c) $-2(3x - 3) - 2x + 5 = -2x - 4$

b) $2(3x - 3) + 2x - 9 = 2x$

d) $3x - 3 + x - \frac{5}{2} = x + 2$

6. Indica qué ecuaciones son de primer grado.

a) $\frac{2x-3}{4} = 2x(x-4)$ b) $\frac{x^3}{3} = x^3 + 1$ c) $3x^2 - x = x(3x - 2)$ d) $\frac{x-1}{2} - \frac{x}{3} = 2x - 4$

a) Segundo grado

b) Tercer grado

c) Primer grado

d) Primer grado

7. Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado.

a) $2x - 3 = 5 - 3x$

c) $10 - 3x = x + 5$

e) $6 - x = 9 - 2x$

b) $3x - 2 = x + 5$

d) $4 - 6x = 3x - 5$

f) $7x - 5 = x + 4 + 6x$

a) $2x - 3 = 5 - 3x \Rightarrow 2x + 3x = 5 + 3 \Rightarrow 5x = 8 \Rightarrow x = \frac{8}{5}$

b) $3x - 2 = x + 5 \Rightarrow 3x - x = 5 + 2 \Rightarrow 2x = 7 \Rightarrow x = \frac{7}{2}$

c) $10 - 3x = x + 5 \Rightarrow 10 - 5 = 3x + x \Rightarrow 5 = 4x \Rightarrow \frac{5}{4} = x$

d) $4 - 6x = 3x - 5 \Rightarrow 4 + 5 = 3x + 6x \Rightarrow 9 = 9x \Rightarrow x = 1$

e) $6 - x = 9 - 2x \Rightarrow -x + 2x = 9 - 6 \Rightarrow x = 3$

f) $7x - 5 = x + 4 + 6x \Rightarrow 7x - 6x - x = 5 + 4 \Rightarrow 0x = 9 \Rightarrow \text{Sin solución.}$

8. Resuelve estas ecuaciones con paréntesis.

a) $3(3x - 5) + 3(2x - 6) = 42$

c) $-(-2x - 1) - (x + 3) = x + 16$

b) $2(-3x + 3) - 3(x + 5) = x + 11$

d) $(5 - 2x)(x + 4) = 6x - 2x^2$

a) $3(3x - 5) + 3(2x - 6) = 42 \Rightarrow 9x - 15 + 6x - 18 = 42 \Rightarrow 9x + 6x = 42 + 15 + 18 \Rightarrow 15x = 75 \Rightarrow x = 5$

b) $2(-3x + 3) - 3(x + 5) = x + 11 \Rightarrow -6x + 6 - 3x - 15 = x + 11 \Rightarrow 6 - 15 - 11 = x + 6x + 3x \Rightarrow -20 = 10x \Rightarrow -2 = x$

c) $-(-2x - 1) - (x + 3) = x + 16 \Rightarrow 2x + 1 - x - 3 = x + 16 \Rightarrow 2x - x - x = 16 - 1 + 3 \Rightarrow 0x = 18 \Rightarrow \text{Sin solución}$

d) $(5 - 2x)(x + 4) = 6x - 2x^2 \Rightarrow -3x - 2x^2 + 20 = 6x - 2x^2 \Rightarrow 20 = 6x - 2x^2 + 3x + 2x^2 \Rightarrow 20 = 9x \Rightarrow x = \frac{20}{9}$

9. Halla la solución de las siguientes ecuaciones de primer grado con denominadores.

a) $3x - 2 = \frac{3}{2}x$

b) $\frac{1}{2}x + \frac{3}{4} = 5 - \frac{3}{4}x$

a) $3x - 2 = \frac{3}{2}x \Rightarrow 6x - 4 = 3x \Rightarrow 6x - 3x = 4 \Rightarrow 3x = 4 \Rightarrow x = \frac{4}{3}$

b) $\frac{1}{2}x + \frac{3}{4} = 5 - \frac{3}{4}x \Rightarrow 2x + 3 = 20 - 3x \Rightarrow 2x + 3x = 20 - 3 \Rightarrow 5x = 17 \Rightarrow x = \frac{17}{5}$

10. Determina la solución de las siguientes ecuaciones.

a) $\frac{x}{2} + \frac{x}{16} = \frac{x}{8} + \frac{x}{4} + 6$

c) $\frac{x}{3} + \frac{2x}{5} + \frac{7x}{15} = \frac{3}{5}$

e) $38x - 49 + 2(3x - 1) = 7x - 8$

b) $5(x + 2) = 13 - 4(3x - 1)$

d) $\frac{x}{5} - \frac{x}{9} = \frac{x}{3} - 11$

a) $\frac{x}{2} + \frac{x}{16} = \frac{x}{8} + \frac{x}{4} + 6 \Rightarrow 8x + x = 2x + 4x + 96 \Rightarrow 8x + x - 2x - 4x = 96 \Rightarrow 3x = 96 \Rightarrow x = 32$

b) $5(x + 2) = 13 - 4(3x - 1) \Rightarrow 5x + 10 = 13 - 12x + 4 \Rightarrow 5x + 12x = 13 + 4 - 10 \Rightarrow 17x = 7 \Rightarrow x = \frac{7}{17}$

c) $\frac{x}{3} + \frac{2x}{5} + \frac{7x}{15} = \frac{3}{5} \Rightarrow 5x + 6x + 7x = 9 \Rightarrow 18x = 9 \Rightarrow x = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}$

d) $\frac{x}{5} - \frac{x}{9} = \frac{x}{3} - 11 \Rightarrow 9x - 5x = 15x - 495 \Rightarrow 495 = 15x - 9x + 5x \Rightarrow 495 = 11x \Rightarrow x = \frac{495}{11} = 45$

e) $38x - 49 + 2(3x - 1) = 7x - 8 \Rightarrow 38x - 49 + 6x - 2 = 7x - 8 \Rightarrow 38x + 6x - 7x = -8 + 49 + 2 \Rightarrow 37x = 43 \Rightarrow \frac{43}{37}$

11. Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $\frac{x-3}{2} - \frac{x-1}{8} = \frac{1}{8}$

d) $\frac{x}{3} - \frac{2x-1}{6} = 2\left(-x + \frac{53}{12}\right)$

g) $\left(x - \frac{1}{2}\right) - 3(x+1) = 2\left(x + \frac{1}{4}\right)$

b) $3 \cdot \left(\frac{x+3}{5}\right) - \frac{x}{15} = -\frac{69}{15}$

e) $4(x-3) + \frac{x}{2} = -(x-4) + 1$

c) $-4(2x-1) + \frac{3x+1}{2} = -5x-3$

f) $3(2x-5) + 8x-6 = \frac{x}{2} - (5x+3)$

a) $\frac{x-3}{2} - \frac{x-1}{8} = \frac{1}{8} \Rightarrow 4x-12-x+1=1 \Rightarrow 4x-x=1-1+12 \Rightarrow 3x=12 \Rightarrow x=4$

b) $3 \cdot \left(\frac{x+3}{5}\right) - \frac{x}{15} = -\frac{69}{15} \Rightarrow \frac{3x+9}{5} - \frac{x}{15} = -\frac{69}{15} \Rightarrow 9x+27-x=-69 \Rightarrow 9x-x=-27-69 \Rightarrow 8x=-96 \Rightarrow x=-12$

c) $-4(2x-1) + \frac{3x+1}{2} = -5x-3 \Rightarrow -8x+4 + \frac{3x+1}{2} = -10x-3 \Rightarrow -16x+8+3x+1 = -10x-6 \Rightarrow 15=3x \Rightarrow x=5$

d) $\frac{x}{3} - \frac{2x-1}{6} = 2\left(-x + \frac{53}{12}\right) \Rightarrow \frac{x}{3} - \frac{2x-1}{6} = -2x + \frac{53}{6} \Rightarrow 2x-2x+1 = -12x+53 \Rightarrow 2x-2x+12x = 53-1 \Rightarrow 12x=52 \Rightarrow x = \frac{52}{12} = \frac{13}{3}$

e) $4(x-3) + \frac{x}{2} = -(x-4) + 1 \Rightarrow 4x-12 + \frac{x}{2} = -x+4+1 \Rightarrow 8x-24+x = -2x+8+2 \Rightarrow 8x+x+2x = 24+8+2 \Rightarrow 11x=34 \Rightarrow x = \frac{34}{11}$

f) $3(2x-5) + 8x-6 = \frac{x}{2} - (5x+3) \Rightarrow 6x-15+8x-6 = \frac{x}{2} - 5x-3 \Rightarrow 12x-30+16x-12 = x-10x-6 \Rightarrow 12x+16x-x+10x = 30+12-6 \Rightarrow 37x=36 \Rightarrow x = \frac{36}{37}$

g) $\left(x - \frac{1}{2}\right) - 3(x+1) = 2\left(x + \frac{1}{4}\right) \Rightarrow x - \frac{1}{2} - 3x - 3 = 2x + \frac{1}{2} \Rightarrow 2x-1-6x-6 = 4x+1 \Rightarrow -8=8x \Rightarrow x=-1$

12. Halla las soluciones de las siguientes ecuaciones.

a) $\frac{2x-3}{4x-6} = \frac{1}{2}$

c) $x - \frac{6(1-x)+3(4-2x)}{5} = 3\left(x + \frac{1}{6}\right) - 2$

b) $\frac{x-4}{5} - 4(2x+1) - \frac{(-4x+2)}{10} = 2(x-3) + \frac{5x-6}{2}$

d) $\left(\frac{5x-1}{2}\right)\left(\frac{x+1}{3}\right) - \frac{1-2x}{2} = \frac{x}{3} - \frac{1-5x^2}{6}$

a) $\frac{2x-3}{4x-6} = \frac{1}{2} \Rightarrow 4x-6=4x-6 \Rightarrow 4x-4x=6-6 \Rightarrow 0=0 \Rightarrow$ Infinitas soluciones.

b) $\frac{x-4}{5} - 4(2x+1) - \frac{(-4x+2)}{10} = 2(x-3) + \frac{5x-6}{2} \Rightarrow 2x-8-80x-40+4x-2 = 20x-60+25x-30 \Rightarrow -8-40-2+60+30 = 20x+25x-2x+80x-4x \Rightarrow 40 = 119x \Rightarrow x = \frac{40}{119}$

c) $x - \frac{6(1-x)+3(4-2x)}{5} = 3\left(x + \frac{1}{6}\right) - 2 \Rightarrow x - \frac{6-6x+12-6x}{5} = 3x + \frac{1}{2} - 2 \Rightarrow 10x-12+12x-24+12x = 30x+5-20 \Rightarrow 10x+12x+12x-30x = 5-20+12+24 \Rightarrow 4x=21 \Rightarrow x = \frac{21}{4}$

d) $\left(\frac{5x-1}{2}\right)\left(\frac{x+1}{3}\right) - \frac{1-2x}{2} = \frac{x}{3} - \frac{1-5x^2}{6} \Rightarrow \frac{5x^2+4x-1}{6} - \frac{1-2x}{2} = \frac{x}{3} - \frac{1-5x^2}{6} \Rightarrow 5x^2+4x-1-3+6x = 2x-1+5x^2 \Rightarrow 5x^2+4x+6x-2x-5x^2 = -1+1+3 \Rightarrow 8x=3 \Rightarrow x = \frac{3}{8}$

13. Actividad resuelta

14. Halla dos números consecutivos tales el triple del primero menos el doble del segundo sea 119.

Los números son x y $x + 1$.

$$3x - 2 \cdot (x + 1) = 119 \Rightarrow 3x - 2x + 2 = 119 \Rightarrow x = 119 - 2 \Rightarrow x = 117$$

Los números son 117 y 118.

15. Calcula tres números consecutivos tales que la suma del primero menos el triple del segundo más la mitad del tercero dé como resultado -26.

Los números son x , $x + 1$ y $x + 2$.

$$x - 3 \cdot (x + 1) + \frac{x + 2}{2} = -26 \Rightarrow x - 3x - 3 + \frac{x + 2}{2} = -26 \Rightarrow 2x - 6x - 6 + x + 2 = -52 \Rightarrow -6 + 2 + 52 = -2x + 6x - x \Rightarrow \\ \Rightarrow 48 = 3x \Rightarrow 16 = x$$

Los números son 16, 17 y 18.

16. En una clase de 28 alumnos de 3.º ESO hay doble de alumnos americanos que africanos y el doble de europeos que de americanos.

a) Elige una incógnita y plantea una ecuación que refleje el enunciado.

b) ¿Cuántos alumnos hay de cada continente?

a) Hay x alumnos africanos, $2x$ americanos y $4x$ europeos.

$$x + 2x + 4x = 28$$

b) $x + 2x + 4x = 28 \Rightarrow 7x = 28 \Rightarrow x = 4$

Hay 4 alumnos africanos, 8 americanos y 16 europeos.

17. Observa la balanza.



Encuentra un valor de la incógnita tal que la balanza:

a) Se incline a la derecha.

c) Consiga el equilibrio.

b) Se incline a la izquierda.

d) Que el peso en el lado derecho sea el doble que en el izquierdo.

a) Si $x = 1$, el platillo de la izquierda pesa -3 y el de la derecha -2 .

b) Si $x = 7$, el platillo de la izquierda pesa 21 y el de la derecha 16.

c) Si $x = 2$, ambos platillos pesan 1.

d) Si $x = \frac{9}{5}$, el platillo de la derecha pesa $\frac{2}{5}$ y el de la izquierda $\frac{1}{5}$.

18. Indica cuáles de las siguientes ecuaciones son ecuaciones de segundo grado y, en su caso, exprésalas en forma canónica.

a) $2x^2 - 3x + 5 = -x^2 + x - 3$

b) $2x(x - 3) - 2x^2 = x^2 - x(1 + x)$

c) $x(x^2 - 3x + 5) = x^2(x + 3) - 2x + 3$

a) $2x^2 - 3x + 5 = -x^2 + x - 3 \Rightarrow 2x^2 - 3x + x^2 - x + 5 + 3 = 0 \Rightarrow 3x^2 - 4x + 8 = 0 \Rightarrow$ Segundo grado

b) $2x(x - 3) - 2x^2 = x^2 - x(1 + x) \Rightarrow 2x^2 - 6x - 2x^2 = x^2 - x - x^2 \Rightarrow -6x = -x \Rightarrow -5x = 0 \Rightarrow$ Primer grado

c) $x(x^2 - 3x + 5) = x^2(x + 3) - 2x + 3 \Rightarrow x^3 - 3x^2 + 5x = x^3 + 3x^2 - 2x + 3 \Rightarrow -6x^2 + 7x - 3 = 0 \Rightarrow$ Segundo grado

19. Halla la forma canónica y clasifica las ecuaciones de segundo grado en completas e incompletas.

a) $3x(x-3) - 4x = -13x$

c) $5x(x-3) - (x-1)^2 = 2x$

b) $4x(x+5) - (x-3) = 3$

d) $(x+8)(x-8) = 12$

a) $3x(x-3) - 4x = -13x \Rightarrow 3x^2 - 9x - 4x = -13x \Rightarrow 3x^2 - 9x - 4x + 13x = 0 \Rightarrow 3x^2 = 0$

Ecuación incompleta

b) $4x(x+5) - (x-3) = 3 \Rightarrow 4x^2 + 20x - x + 3 = 3 \Rightarrow 4x^2 + 20x - x + 3 - 3 = 0 \Rightarrow 4x^2 + 19x = 0$

Ecuación incompleta

c) $5x(x-3) - (x-1)^2 = 2x \Rightarrow 5x^2 - 15x - x^2 + 2x - 1 = 2x \Rightarrow 5x^2 - 15x - x^2 + 2x - 1 - 2x = 0 \Rightarrow 4x^2 - 15x - 1 = 0$

Ecuación completa

d) $(x+8)(x-8) = 12 \Rightarrow x^2 - 64 = 12 \Rightarrow x^2 - 64 - 12 = 0 \Rightarrow x^2 - 76 = 0$

Ecuación incompleta

20. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado.

a) $x^2 - 10x + 21 = 0$

c) $-x^2 + 2x + 3 = 0$

b) $2x^2 - 7x + 6 = 0$

d) $-3x^2 - x + 10 = 0$

a) $x^2 - 10x + 21 = 0$

c) $-x^2 + 2x + 3 = 0$

$$x = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 84}}{2} = \frac{10 \pm 4}{2} = \begin{cases} 7 \\ 3 \end{cases}$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 12}}{-2} = \frac{-2 \pm 4}{-2} = \begin{cases} -1 \\ 3 \end{cases}$$

b) $2x^2 - 7x + 6 = 0$

d) $-3x^2 - x + 10 = 0$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 48}}{4} = \frac{7 \pm 1}{4} = \begin{cases} 2 \\ \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 120}}{-6} = \frac{1 \pm 11}{-6} = \begin{cases} -2 \\ \frac{10}{-6} = -\frac{5}{3} \end{cases}$$

21. Indica el número de soluciones de las siguientes ecuaciones sin resolverlas.

a) $x^2 + 5 = 0$

b) $-2x^2 - 3x + 5 = 0$

c) $4x^2 - 20x + 25 = 0$

a) $x^2 + 5 = 0 \Rightarrow D = 0 - 4 \cdot 1 \cdot 5 = 0 - 20 = -20 < 0 \Rightarrow$ No tiene solución.

b) $-2x^2 - 3x + 5 = 0 \Rightarrow D = (-3)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 5 = 9 + 40 = 49 > 0 \Rightarrow$ Tiene dos soluciones reales.

c) $4x^2 - 20x + 25 = 0 \Rightarrow D = (-20)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 25 = 400 - 400 = 0 \Rightarrow$ Tiene una solución real.

22. Halla las soluciones de las siguientes ecuaciones de segundo grado incompletas.

a) $4x^2 = 0$

c) $10x^2 - 90 = 0$

b) $2x^2 - 12x = 0$

d) $-12x^2 + 8x = 0$

a) $4x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$ (Doble)

b) $2x^2 - 12x = 0 \Rightarrow 2x(x-6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 6 = 0 \Rightarrow x = 6 \end{cases}$

c) $10x^2 - 90 = 0 \Rightarrow 10x^2 = 90 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$

d) $-12x^2 + 8x = 0 \Rightarrow 4x(-3x + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 4x = 0 \Rightarrow x = 0 \\ -3x + 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{3} \end{cases}$

23. Actividad resuelta

24. Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $3x(x-5) + (2x-3)(x-3) = 77$

c) $2(x-2)^2 - (2x-5)(2x+5) = 4x+1$

b) $(2x-3)(3x-1) - (x+3)(x-2) = 6x$

d) $2x(-x+5) - x(3x-2) = 3x^2-8$

a) $3x(x-5) + (2x-3)(x-3) = 77 \Rightarrow 3x^2 - 15x + 2x^2 - 6x - 3x + 9 = 77 \Rightarrow 5x^2 - 24x - 68 = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow x = \frac{24 \pm \sqrt{576 + 1360}}{10} = \frac{24 \pm 44}{10} = \begin{cases} -2 \\ \frac{68}{10} = \frac{34}{5} \end{cases}$$

b) $(2x-3)(3x-1) - (x+3)(x-2) = 6x \Rightarrow 6x^2 - 2x - 9x + 3 - x^2 + 2x - 3x + 6 = 6x \Rightarrow 5x^2 - 18x + 9 = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow x = \frac{18 \pm \sqrt{324 - 180}}{10} = \frac{18 \pm 12}{10} = \begin{cases} 3 \\ \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \end{cases}$$

c) $2(x-2)^2 - (2x-5)(2x+5) = 4x+1 \Rightarrow 2(x^2 - 4x + 4) - 4x^2 + 25 = 4x+1 \Rightarrow 2x^2 - 8x + 8 - 4x^2 + 25 = 4x+1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 2x^2 - 8x + 8 - 4x^2 + 25 - 4x - 1 = 0 \Rightarrow -2x^2 - 12x + 32 = 0 \Rightarrow x^2 + 6x - 16 = 0 \Rightarrow$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 64}}{2} = \frac{-6 \pm 10}{2} = \begin{cases} -8 \\ 2 \end{cases}$$

d) $2x(-x+5) - x(3x-2) = 3x^2-8 \Rightarrow -2x^2 + 10x - 3x^2 + 2x = 3x^2-8 \Rightarrow -2x^2 + 10x - 3x^2 + 2x - 3x^2 + 8 = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow -8x^2 + 12x + 8 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 3x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 16}}{4} = \frac{3 \pm 5}{4} = \begin{cases} 2 \\ -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

25. Actividad interactiva

26. Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0$

b) $x^4 + 7x^3 - x^2 - 7x = 0$

c) $2x^4 + 3x^3 - 11x^2 - 6x = 0$

a) $x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0$

	1	-2	-1	2
1		1	-1	-2
	1	-1	-2	0
2		2	2	
	1	1	0	

$$x^3 - 2x^2 - x + 2 = (x-1) \cdot (x-2) \cdot (x+1) = 0 \Rightarrow \text{Las soluciones son } x = 1, x = 2 \text{ y } x = -1.$$

b) $x^4 + 7x^3 - x^2 - 7x = 0$

$$x^4 + 7x^3 - x^2 - 7x = x \cdot (x^3 + 7x^2 - x - 7) = 0$$

	1	7	-1	-7
1		1	8	7
	1	8	7	0
-1		-1	-7	
	1	7	0	

$$x^4 + 7x^3 - x^2 - 7x = x \cdot (x-1) \cdot (x+1) \cdot (x-7) = 0 \Rightarrow \text{Las soluciones son } x = 0, x = 1, x = -1 \text{ y } x = -7.$$

c) $2x^4 + 3x^3 - 11x^2 - 6x = 0$

$$2x^4 + 3x^3 - 11x^2 - 6x = x \cdot (2x^3 + 3x^2 - 11x - 6) = 0$$

	2	3	-11	-6
2		4	14	6
	2	7	3	0
-3		-6	-3	
	2	1	0	

$$2x^4 + 3x^3 - 11x^2 - 6x = x \cdot (x-2) \cdot (x+3) \cdot (2x+1) = 0 \Rightarrow \text{Las soluciones son } x = 0, x = 2, x = -3 \text{ y } x = -\frac{1}{2}.$$

27. Resuelve las siguientes ecuaciones bicuadradas.

a) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

b) $x^4 - 5x^2 + 6 = 0$

c) $4x^4 - 37x^2 + 9 = 0$

a) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

$$x^2 = t \Rightarrow t^2 - 5t + 4 = 0 \Rightarrow t = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2} = \begin{cases} 4 \\ 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2 \\ x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1 \end{cases}$$

b) $x^4 - 5x^2 + 6 = 0$

$$x^2 = t \Rightarrow t^2 - 5t + 6 = 0 \Rightarrow t = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} = \begin{cases} 3 \\ 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3} \\ x^2 = 2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2} \end{cases}$$

c) $4x^4 - 37x^2 + 9 = 0$

$$x^2 = t \Rightarrow 4t^2 - 37t + 9 = 0 \Rightarrow t = \frac{37 \pm \sqrt{1369 - 144}}{8} = \frac{37 \pm 35}{8} = \begin{cases} 9 \\ \frac{2}{8} = \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3 \\ x^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow x = \pm \frac{1}{2} \end{cases}$$

28. Por la compra de 10 balones de fútbol y 4 de baloncesto se han pagado 310 €. Calcula el precio de cada uno sabiendo que uno de baloncesto cuesta 10 € menos que uno de fútbol.

Si un balón de fútbol cuesta x euros, uno de baloncesto costará $x - 10$ €.

$$10x + 4 \cdot (x - 10) = 310 \Rightarrow 10x + 4x - 40 = 310 \Rightarrow 10x + 4x = 310 + 40 \Rightarrow 14x = 350 \Rightarrow x = 25$$

Un balón de fútbol costará 25 euros y uno de baloncesto 15.

29. En un triángulo, el ángulo menor mide la mitad que el ángulo mediano, y el ángulo mediano, la tercera parte que el ángulo mayor. Halla la medida de los tres ángulos.

Si el ángulo menor mide x grados, el mediano medirá $2x$ y, el mayor, $6x$.

$$x + 2x + 6x = 180 \Rightarrow 9x = 180 \Rightarrow x = 20$$

El ángulo menor medirá 20 grados, el mediano medirá 40 y, el mayor, 120.

30. Calcula las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo si son tres números naturales consecutivos.

Si el cateto menor mide x , el cateto mediano medirá $x + 1$ y, la hipotenusa, $x + 2$.

$$x^2 + (x + 1)^2 = (x + 2)^2 \Rightarrow x^2 + x^2 + 2x + 1 = x^2 + 4x + 4 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2} = \frac{2 \pm 4}{2} = \begin{cases} 3 \\ -1 \end{cases}$$

El cateto menor medirá 3, el cateto mediano 4 y, la hipotenusa, 5.

31. Actividad resuelta

32. Indica cuáles de los siguientes sistemas son sistemas de ecuaciones lineales.

a) $\begin{cases} -3x + y = 2 \\ 2x - y^2 = 4 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + \frac{1}{y} = 2 \\ 2x - 3y = 4 \end{cases}$

c) $\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = \frac{1}{2} \\ 2x + 5y = -1 \end{cases}$

a) No es un sistema de ecuaciones. La segunda ecuación no es lineal en la incógnita y .

b) No es un sistema de ecuaciones. La primera ecuación no es lineal en la incógnita y .

c) Sí es un sistema de ecuaciones lineales, ya que sus dos ecuaciones son de primer grado.

33. Indica cuáles son las incógnitas, los coeficientes de las incógnitas y los términos independientes de los siguientes sistemas de ecuaciones.

a) $\begin{cases} -3x + y = 2 \\ x - 5y = 14 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y}{2} = -\frac{3}{4} \\ 21x - 23y = 0 \end{cases}$

Sistema	Incógnitas	Coeficientes de las incógnitas		Términos independientes	
		1ª ecuación	2ª ecuación	1ª ecuación	2ª ecuación
a)	x	-3	1	2	14
	y	1	-5		
b)	x	$\frac{1}{3}$	21	$-\frac{3}{4}$	0
	y	$-\frac{1}{2}$	-23		

34. Indica, en cada caso, si la pareja de valores que se indica es solución o no del sistema de ecuaciones.

a) $\begin{cases} -3x + 2y = 8 \\ 4x + 2y = 10 \end{cases} \quad (x = -2, y = 1)$

c) $\begin{cases} \frac{3}{2}x - 3y = -9 \\ 2x - y = -3 \end{cases} \quad \left(x = -\frac{2}{3}, y = \frac{1}{4}\right)$

b) $\begin{cases} 3x - \frac{1}{2}y = -\frac{1}{2} \\ 4x + 3y = 3 \end{cases} \quad (x = 0, y = 1)$

d) $\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{2y}{3} = -\frac{1}{2} \\ -x - 3y = -\frac{1}{12} \end{cases} \quad \left(x = -\frac{2}{3}, y = \frac{1}{4}\right)$

a) $4 \cdot (-2) + 2 \cdot 1 = -8 + 2 = -6 \neq 10 \quad (x = -2, y = 1)$

No es solución porque, al sustituir estos valores en las incógnitas, no verifica la segunda ecuación.

b) $\begin{cases} 3 \cdot 0 - \frac{1}{2} \cdot 1 = 0 - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2} \\ 4 \cdot 0 + 3 \cdot 1 = 0 + 3 = 3 \end{cases} \Rightarrow (x = -2, y = 1)$

Es solución porque, al sustituir estos valores en las incógnitas, verifica las dos ecuaciones.

c) $\frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) - 3 \cdot \frac{1}{4} = -1 - \frac{3}{4} = -\frac{7}{4} \neq -9 \Rightarrow \left(x = -\frac{2}{3}, y = \frac{1}{4}\right)$

Es solución porque, al sustituir estos valores en las incógnitas, no verifica la primera ecuación.

d) $\begin{cases} \frac{-2}{6} - \frac{2}{12} = \frac{-1}{3} - \frac{1}{6} = -\frac{1}{2} \\ \frac{2}{3} - \frac{3}{4} = -\frac{1}{12} \end{cases} \Rightarrow \left(x = -\frac{2}{3}, y = \frac{1}{4}\right)$

Es solución porque, al sustituir estos valores en las incógnitas, verifica las dos ecuaciones.

35. ¿Son compatibles los siguientes sistemas?

a) $\begin{cases} x + y = 4 \\ x = -5 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x - y = 0 \\ x - y = 1 \end{cases}$

a) El sistema es compatible determinado porque la única solución es $x = 5$ e $y = -1$.

b) El sistema es incompatible porque no existe un par de números que verifiquen las dos ecuaciones a la vez.

36. Resuelve estos sistemas por el método de sustitución.

a) $\begin{cases} 4x + 2y = 16 \\ -4x + y = -22 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 4x - 2y = 18 \\ 3x + y = 26 \end{cases}$

e) $\begin{cases} x - 3y = 5 \\ 2x + 4y = -2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x - 2y = 37 \\ -4x + 5y = -19 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2x - 6y = 0 \\ 3x - 4y = 5 \end{cases}$

f) $\begin{cases} 2x - 7y = -5 \\ -2x + 3y = 1 \end{cases}$

a) La solución del sistema es $(x = 5, y = -2)$.

$$\begin{cases} 4x + 2y = 16 \\ -4x + y = -22 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{16-2y}{4} \\ -4x + y = -22 \end{cases} \Rightarrow -4 \cdot \left(\frac{16-2y}{4} \right) + y = -22 \Rightarrow -16 + 2y + y = -22 \Rightarrow y = -2 \Rightarrow x = 5$$

b) La solución del sistema es $(x = 21, y = 13)$.

$$\begin{cases} 3x - 2y = 37 \\ -4x + 5y = -19 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{37+2y}{3} \\ -4x + 5y = -19 \end{cases} \Rightarrow -4 \cdot \left(\frac{37+2y}{3} \right) + 5y = -19 \Rightarrow 15y - 8y = 148 - 57 \Rightarrow y = 13 \Rightarrow x = 21$$

c) La solución del sistema es $(x = 7, y = 5)$.

$$\begin{cases} 4x - 2y = 18 \\ 3x + y = 26 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x - 2y = 18 \\ y = 26 - 3x \end{cases} \Rightarrow 4x - 2(26 - 3x) = 18 \Rightarrow 4x - 52 + 6x = 18 \Rightarrow 10x = 70 \Rightarrow x = 7 \Rightarrow y = 5$$

d) La solución del sistema es $(x = 3, y = 1)$.

$$\begin{cases} 2x - 6y = 0 \\ 3x - 4y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3y \\ 3x - 4y = 5 \end{cases} \Rightarrow 3 \cdot 3y - 4y = 5 \Rightarrow 9y - 4y = 5 \Rightarrow 5y = 5 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow x = 3 \cdot 1 = 3$$

e) La solución del sistema es $(x = \frac{7}{5}, y = -\frac{6}{5})$.

$$\begin{cases} x - 3y = 5 \\ 2x + 4y = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 5 + 3y \\ 2x + 4y = -2 \end{cases} \Rightarrow 2 \cdot (5 + 3y) + 4y = -2 \Rightarrow 10 + 6y + 4y = -2 \Rightarrow 6y + 4y = -2 - 10 \Rightarrow 10y = -12 \Rightarrow y = -\frac{12}{10} = -\frac{6}{5} \Rightarrow x = 5 + 3 \cdot \left(-\frac{6}{5} \right) = 5 - \frac{18}{5} = \frac{7}{5}$$

f) La solución del sistema es $(x = 1, y = 1)$.

$$\begin{cases} 2x - 7y = -5 \\ -2x + 3y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{7y-5}{2} \\ -2x + 3y = 1 \end{cases} \Rightarrow -2 \cdot \left(\frac{7y-5}{2} \right) + 3y = 1 \Rightarrow \frac{-14y+10}{2} + 3y = 1 \Rightarrow -14y + 10 + 6y = 2 \Rightarrow -8y = -8 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow x = 1$$

37. La suma del doble de un número más el cuádruplo de otro es 114. Si al primer número se le suman tres unidades y al segundo se le restan 3 unidades, los números resultantes son iguales. Calcula los dos números.

Sea x el primer número e y el segundo.

$$\begin{cases} 2x + 4y = 114 \\ x + 3 = y - 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + 4y = 114 \\ x = y - 6 \end{cases} \Rightarrow 2 \cdot (y - 6) + 4y = 114 \Rightarrow 2y - 12 + 4y = 114 \Rightarrow 2y + 4y = 114 + 12 \Rightarrow 6y = 126 \Rightarrow y = 21 \Rightarrow x = 21 - 6 = 15 \Rightarrow \text{Los números son 15 y 21.}$$

38. Calcula por sustitución:

a) Dos números que sumen 78 y cuya diferencia sea 8.

b) Dos números tales que sumen 130 y que el doble del primero más el triple del segundo sea 340.

a) Sean x e y los dos números.

$$\begin{cases} x + y = 78 \\ x - y = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 78 \\ x = y + 8 \end{cases} \Rightarrow y + 8 + y = 78 \Rightarrow y + y = 78 - 8 \Rightarrow 2y = 70 \Rightarrow y = 35 \Rightarrow x = 35 + 8 = 43$$

b) Sean x e y los dos números.

$$\begin{cases} x + y = 130 \\ 2x + 3y = 340 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 130 - y \\ 2x + 3y = 340 \end{cases} \Rightarrow 2(130 - y) + 3y = 340 \Rightarrow 3y - 2y = 340 - 260 \Rightarrow y = 80 \Rightarrow x = 50$$

39. Resuelve los siguientes sistemas por el método de igualación.

a) $\begin{cases} x + 2y = -4 \\ x - 3y = 16 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x + y = -4 \\ -4x + y = 3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x - 7y = 114 \\ 4x - 3y = 76 \end{cases}$

d) $\begin{cases} -x - y = 1 \\ -4x - 7y = -8 \end{cases}$

a) La solución del sistema es $(x = 4, y = -4)$.

$$\begin{cases} x + 2y = -4 \\ x - 3y = 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -4 - 2y \\ x = 16 + 3y \end{cases} \Rightarrow -4 - 2y = 16 + 3y \Rightarrow -4 - 16 = 2y + 3y \Rightarrow -20 = 5y \Rightarrow -4 = y \Rightarrow x = 16 - 12 = 4$$

b) La solución del sistema es $(x = 10, y = -12)$.

$$\begin{cases} 3x - 7y = 114 \\ 4x - 3y = 76 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{114 + 7y}{3} \\ x = \frac{76 + 3y}{4} \end{cases} \Rightarrow \frac{114 + 7y}{3} = \frac{76 + 3y}{4} \Rightarrow 456 + 28y = 228 + 9y \Rightarrow 28y - 9y = 228 - 456 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 19y = -228 \Rightarrow y = -12 \Rightarrow x = \frac{114 + 7 \cdot (-12)}{3} = \frac{114 - 84}{3} = \frac{30}{3} = 10$$

c) La solución del sistema es $(x = -1, y = -1)$.

$$\begin{cases} 3x + y = -4 \\ -4x + y = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -4 - 3x \\ y = 3 + 4x \end{cases} \Rightarrow -4 - 3x = 3 + 4x \Rightarrow -4 - 3 = 4x + 3x \Rightarrow -7 = 7x \Rightarrow -1 = x \Rightarrow y = -4 - 3 \cdot (-1) = -1$$

d) La solución del sistema es $(x = -5, y = 4)$.

$$\begin{cases} -x - y = 1 \\ -4x - 7y = -8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x - 1 = y \\ -4x + 8 = -7y \end{cases} \Rightarrow -x - 1 = \frac{-4x + 8}{7} \Rightarrow -7x - 7 = -4x + 8 \Rightarrow -15 = 3x \Rightarrow -5 = x \Rightarrow y = 5 - 1 = 4$$

40. Resuelve, si es posible, e indica si son sistemas compatibles o incompatibles.

a) $\begin{cases} 4x + 6y = 25 \\ -2x - 3y = 31 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 5x + 3y = -13 \\ -3x + 5y = 1 \end{cases}$

a) El sistema no tiene solución. Sistema incompatible.

$$\begin{cases} 4x + 6y = 25 \\ -2x - 3y = 31 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{25 - 6y}{4} \\ x = \frac{-3y - 31}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{25 - 6y}{4} = \frac{-3y - 31}{2} \Rightarrow 50 - 12y = -12y - 124 \Rightarrow 0y = -174 \Rightarrow \text{Sin solución.}$$

b) La solución del sistema es $(x = -1, y = -2)$. Sistema compatible.

$$\begin{cases} 5x + 3y = -13 \\ -3x + 5y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{-13 - 5x}{3} \\ y = \frac{1 + 3x}{5} \end{cases} \Rightarrow \frac{-13 - 5x}{3} = \frac{1 + 3x}{5} \Rightarrow -65 - 25x = 3 + 9x \Rightarrow -68 = 34x \Rightarrow -2 = x \Rightarrow y = -1$$

41. Calcula dos números que cumplan que su diferencia vale 10 y que el doble del primero más el doble del segundo es 160.

Sea x el primer número e y el segundo.

$$\begin{cases} x - y = 40 \\ 2x + 2y = 160 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - y = 10 \\ x + y = 80 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 10 + y \\ x = 80 - y \end{cases} \Rightarrow 10 + y = 80 - y \Rightarrow y + y = 80 - 10 \Rightarrow 2y = 70 \Rightarrow y = 35 \Rightarrow x = 45$$

Los números son 45 y 35.

42. Calcula dos números tales que el doble del primero más el triple del segundo valga 78 y que si al primero se le suman 6 unidades queda igualado al segundo.

Sea x el primer número e y el segundo.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 78 \\ x + 6 = y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{78 - 2x}{3} \\ x + 6 = y \end{cases} \Rightarrow \frac{78 - 2x}{3} = x + 6 \Rightarrow 78 - 2x = 3x + 18 \Rightarrow 60 = 5x \Rightarrow 12 = x \Rightarrow y = 12 + 6 = 18$$

Los números son 12 y 18.

43. La diferencia entre la altura de Claudia y su hermano Javier son 0,25 m. y la suma del doble de la altura de Claudia más la altura de Javier es 4,70 m. ¿Cuánto miden Claudia y Javier?

Sea x la altura de Claudia e y la altura de Javier.

$$\begin{cases} x - y = 0,25 \\ 2x + y = 4,70 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - 0,25 = y \\ y = 4,70 - 2x \end{cases} \Rightarrow x - 0,25 = 4,70 - 2x \Rightarrow 3x = 4,95 \Rightarrow x = 1,65 \Rightarrow y = 1,65 - 0,25 = 1,40$$

Claudia mide 1,65 m y Javier 1,40 m.

44. Mediante el método de reducción resuelve los sistemas:

a) $\begin{cases} 2x - 3y = -1 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x + y = 10 \\ -3x - 2y = -16 \end{cases}$

e) $\begin{cases} -3x - 4y = 5 \\ -2x + 3y = 9 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 5x + 4y = 5 \\ 2x + 3y = 2 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 4x + 5y = 28 \\ -3x + 2y = 2 \end{cases}$

f) $\begin{cases} -3x + 4y = -19 \\ 5x + 6y = 19 \end{cases}$

- a) La solución del sistema es $(x = 1, y = 1)$.

$$\begin{cases} 2x - 3y = -1 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -15x + 20y = 95 \\ 15x + 18y = 57 \end{cases} \Rightarrow y = 1 \Rightarrow 2x - 3 \cdot 1 = -1 \Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow x = 1$$

$$\begin{array}{r} 38y = 38 \end{array}$$

- b) La solución del sistema es $(x = 1, y = 0)$.

$$\begin{cases} 5x + 4y = 5 \\ 2x + 3y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -10x - 8y = -10 \\ 10x + 15y = 10 \end{cases} \Rightarrow y = 0 \Rightarrow 5x + 4 \cdot 0 = 5 \Rightarrow 5x = 5 \Rightarrow x = 1$$

$$\begin{array}{r} 7y = 0 \end{array}$$

- c) La solución del sistema es $(x = 4, y = 2)$.

$$\begin{cases} 2x + y = 10 \\ -3x - 2y = -16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x + 2y = 20 \\ -3x - 2y = -16 \end{cases} \Rightarrow x = 4 \Rightarrow 2 \cdot 4 + y = 10 \Rightarrow 8 + y = 10 \Rightarrow y = 2$$

$$\begin{array}{r} x = 4 \end{array}$$

- d) La solución del sistema es $(x = 2, y = 4)$.

$$\begin{cases} 4x + 5y = 28 \\ -3x + 2y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 12x + 15y = 84 \\ -12x + 8y = 8 \end{cases} \Rightarrow y = 4 \Rightarrow 4x + 5 \cdot 4 = 28 \Rightarrow 4x = 8 \Rightarrow x = 2$$

$$\begin{array}{r} 23y = 92 \end{array}$$

- e) La solución del sistema es $(x = -3, y = 1)$.

$$\begin{cases} -3x - 4y = 5 \\ -2x + 3y = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -9x - 12y = 15 \\ -8x + 12y = 36 \end{cases} \Rightarrow x = -3 \Rightarrow -3 \cdot (-3) - 4y = 5 \Rightarrow 4 = 4y \Rightarrow y = 1$$

$$\begin{array}{r} -17x = 51 \end{array}$$

- f) La solución del sistema es $(x = 5, y = -1)$.

$$\begin{cases} -3x + 4y = -19 \\ 5x + 6y = 19 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -15x + 20y = -95 \\ 15x + 18y = 57 \end{cases} \Rightarrow y = -1 \Rightarrow -3x + 4 \cdot (-1) = -19 \Rightarrow -4 + 19 = 3x \Rightarrow x = 5$$

$$\begin{array}{r} 38y = -38 \end{array}$$

45. Resuelve, si es posible, los siguientes sistemas de ecuaciones.

$$\begin{array}{llll} \text{a)} \begin{cases} x - 7y = 12 \\ 3x + 4y = 11 \end{cases} & \text{c)} \begin{cases} 16x - 3y = 21 \\ -2x + 7y = -12 \end{cases} & \text{e)} \begin{cases} -2x + y = -2 \\ -4x - 2y = -12 \end{cases} & \text{g)} \begin{cases} -5x + 43y = -8 \\ 6x + 12y = 9 \end{cases} \\ \text{b)} \begin{cases} 3x - 2y = 8 \\ 15x - 10y = 29 \end{cases} & \text{d)} \begin{cases} x - 8y = -3 \\ 3x + 12y = 0 \end{cases} & \text{f)} \begin{cases} 4x + 2y = -6 \\ -6x - 3y = 9 \end{cases} & \text{h)} \begin{cases} 5x - 4y = -80 \\ 3x + 5y = 26 \end{cases} \end{array}$$

a) La solución del sistema es $(x = 5, y = -1)$.

$$\begin{cases} x - 7y = 12 \\ 3x + 4y = 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3x + 21y = -36 \\ 3x + 4y = 11 \end{cases} \Rightarrow y = -1 \Rightarrow x - 7 \cdot (-1) = 12 \Rightarrow x + 7 = 12 \Rightarrow x = 12 - 7 \Rightarrow x = 5$$

$$25y = -25$$

b) El sistema no tiene solución. Es un sistema incompatible.

$$\begin{cases} 3x - 2y = 8 \\ 15x - 10y = 29 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -15x + 10y = -40 \\ 15x - 10y = 29 \end{cases} \Rightarrow 0y = -11 \Rightarrow \text{No existe solución.}$$

$$0y = -11$$

c) La solución del sistema es $\left(x = \frac{111}{106}, y = \frac{-75}{53}\right)$.

$$\begin{cases} 16x - 3y = 21 \\ -2x + 7y = -12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 16x - 3y = 21 \\ -16x + 56y = -96 \end{cases} \Rightarrow y = \frac{-75}{53} \Rightarrow 16x - 3 \cdot \left(\frac{-75}{53}\right) = 21 \Rightarrow 16x + \frac{225}{53} = 21 \Rightarrow$$

$$53y = -75$$

$$\Rightarrow 848x + 225 = 1113 \Rightarrow 848x = 1113 - 225 \Rightarrow 848x = 888 \Rightarrow x = \frac{888}{848} = \frac{111}{106}$$

d) La solución del sistema es $\left(x = -1, y = \frac{1}{4}\right)$.

$$\begin{cases} x - 8y = -3 \\ 3x + 12y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3x + 24y = 9 \\ 3x + 12y = 0 \end{cases} \Rightarrow y = \frac{9}{36} = \frac{1}{4} \Rightarrow x - 8 \cdot \frac{1}{4} = -3 \Rightarrow x - 2 = -3 \Rightarrow x = -1$$

$$36y = 9$$

e) La solución del sistema es $(x = 2, y = 2)$.

$$\begin{cases} -2x + y = -2 \\ -4x - 2y = -12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x - 2y = 4 \\ -4x - 2y = -12 \end{cases} \Rightarrow y = 2 \Rightarrow -2x + 2 = -2 \Rightarrow 4 = 2x \Rightarrow 2 = x$$

$$-4y = -8$$

f) El sistema tiene infinitas soluciones.

$$\begin{cases} 4x + 2y = -6 \\ -6x - 3y = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 12x + 6y = -18 \\ -12x - 6y = 18 \end{cases} \Rightarrow \text{Infinitas soluciones.}$$

$$0 = 0$$

g) La solución del sistema es $\left(x = \frac{161}{106}, y = -\frac{1}{106}\right)$.

$$\begin{cases} -5x + 43y = -8 \\ 6x + 12y = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -30x + 258y = -48 \\ -30x + 60y = 45 \end{cases} \Rightarrow y = \frac{-3}{318} = \frac{-1}{106} \Rightarrow 6x + 12 \cdot \left(\frac{-1}{106}\right) = 9 \Rightarrow 6x - \frac{12}{106} = 9 \Rightarrow$$

$$318y = -3$$

$$\Rightarrow 636x - 12 = 954 \Rightarrow 636x = 954 + 12 \Rightarrow 636x = 966 \Rightarrow x = \frac{966}{636} = \frac{161}{106}$$

h) La solución del sistema es $(x = -8, y = 10)$.

$$\begin{cases} 5x - 4y = -80 \\ 3x + 5y = 26 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -15x + 12y = 240 \\ 15x + 25y = 130 \end{cases} \Rightarrow y = 10 \Rightarrow 5x - 4 \cdot 10 = -80 \Rightarrow 5x = -40 \Rightarrow x = -8$$

$$37y = 370$$

46. Resuelve, si es posible, los siguientes sistemas de ecuaciones.

a) $\begin{cases} x - 2y = -1 \\ 2x - 4y = 2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x + y = 10 \\ -4x - 2y = 6 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x - 3y = -1 \\ 2x - 3y = 1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2x - 4y = 6 \\ -5x + 10y = 9 \end{cases}$

Ningún sistema tiene solución porque en todos se obtiene la ecuación $0 = a$, siendo a un número cualquiera.

a) Sistema incompatible

$$\begin{cases} x - 2y = -1 \\ 2x - 4y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x + 4y = 2 \\ 2x - 4y = 4 \end{cases} \Rightarrow \text{Sin solución} \\ \hline 0 = 6$$

c) Sistema incompatible

$$\begin{cases} 2x + y = 10 \\ -4x - 2y = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x + 2y = 20 \\ -4x - 2y = 6 \end{cases} \Rightarrow \text{Sin solución} \\ \hline 0 = 26$$

b) Sistema incompatible

$$\begin{cases} 2x - 3y = -1 \\ 2x - 3y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - 3y = -1 \\ -2x + 3y = -1 \end{cases} \Rightarrow \text{Sin solución} \\ \hline 0 = -2$$

d) Sistema incompatible

$$\begin{cases} 2x - 4y = -1 \\ -5x + 10y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 10x - 20y = -5 \\ -10x + 20y = -2 \end{cases} \Rightarrow \text{Sin solución} \\ \hline 0 = 15$$

47. Actividad resuelta

48. Busca dos números tales que su suma sea 55 y su diferencia 35.

Sean x e y los dos números.

$$\begin{cases} x + y = 55 \\ x - y = 35 \end{cases} \Rightarrow x = 45 \Rightarrow 45 + y = 55 \Rightarrow y = 10 \\ \hline 2x = 90$$

Los números son 45 y 10.

49. En una papelería se han vendido en una tarde 50 lápices y cuadernos. Si cada cuaderno cuesta 4 € y cada lápiz medio euro y se han recaudado 95 € en total, ¿cuántas unidades se han vendido de cada objeto?

Sea x el número de cuadernos que se han vendido e y el número de lápices.

$$\begin{cases} x + y = 50 \\ 4x + 0,5y = 95 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4x - 4y = -200 \\ 4x + 0,5y = 95 \end{cases} \Rightarrow y = 30 \Rightarrow x + 30 = 50 \Rightarrow x = 20 \\ \hline -3,5y = -105$$

Se han vendido 20 cuadernos y 30 lápices.

50. Con las siguientes ecuaciones plantea un sistema que tenga por solución $(x = -2, y = 1)$.

a) $4x - y = -9$

c) $5x - y = 7$

b) $3x - 5y = 2$

d) $x + 6y = 4$

a) $\begin{cases} 4x - y = -9 \\ x + y = -1 \end{cases}$

b) No existe ningún sistema porque $(x = -2, y = 1)$ no verifica la ecuación $3x - 5y = 2$.

c) No existe ningún sistema porque $(x = -2, y = 1)$ no verifica la ecuación $5x - y = 7$.

d) $\begin{cases} x + 6y = 4 \\ x + y = -1 \end{cases}$

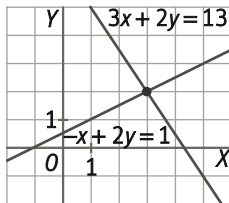
51. Actividad interactiva

52. Resuelve por el método gráfico los siguientes sistemas de ecuaciones.

a) $\begin{cases} 3x + 2y = 13 \\ -x + 2y = 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 5x + 3y = -13 \\ -3x + 5y = 1 \end{cases}$

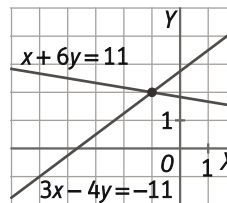
a) La solución del sistema es $(x = 3, y = 2)$.



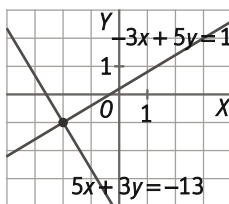
c) $\begin{cases} 3x - 4y = -11 \\ x + 6y = 11 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 3x + 4y = 5 \\ -x + \frac{2}{3}y = -\frac{11}{3} \end{cases}$

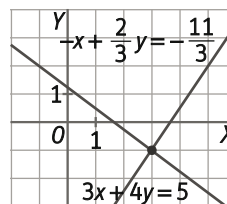
c) La solución del sistema es $(x = -1, y = 2)$.



b) La solución del sistema es $(x = -2, y = -1)$.



d) La solución del sistema es $(x = 3, y = -1)$.



53. Actividad resuelta

54. Resuelve por el método gráfico los siguientes sistemas de ecuaciones.

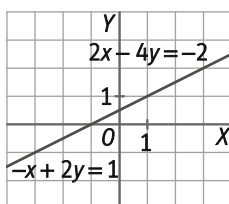
a) $\begin{cases} 2x - 4y = -2 \\ -x + 2y = 1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x - 4y = -11 \\ x - \frac{4}{3}y = -\frac{11}{3} \end{cases}$

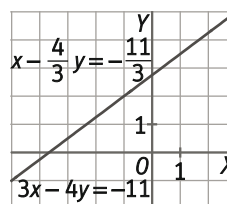
b) $\begin{cases} x + 3y = -1 \\ -3x - 9y = 3 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 3x + 4y = -6 \\ -\frac{3}{2}x - 2y = 3 \end{cases}$

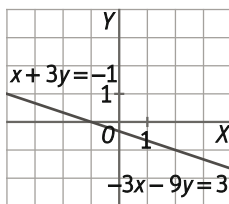
a) El sistema tiene infinitas soluciones.



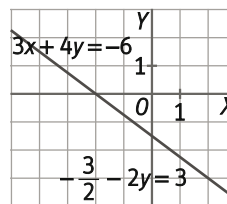
c) El sistema tiene infinitas soluciones.



b) El sistema tiene infinitas soluciones.



d) El sistema tiene infinitas soluciones.



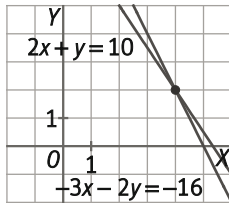
55. Actividad resuelta

56. Resuelve, si es posible, por método gráfico los siguientes sistemas de ecuaciones lineales.

a) $\begin{cases} 2x + y = 10 \\ -3x - 2y = -16 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x - 5y = 34 \\ -4x + 3y = -26 \end{cases}$

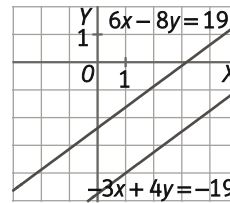
a) La solución del sistema es $(x = 4, y = 2)$.



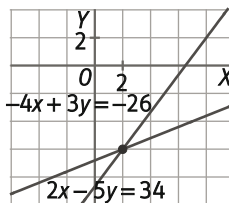
c) $\begin{cases} -3x + 4y = -19 \\ 6x - 8y = 19 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 5x - y = -3 \\ -10x + 2y = 6 \end{cases}$

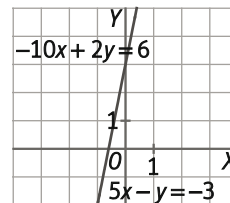
c) El sistema no tiene solución.



b) La solución del sistema es $(x = 2, y = -6)$.

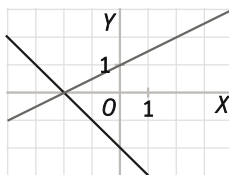


d) El sistema tiene infinitas soluciones.

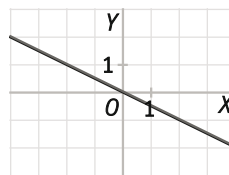


57. Indica si los siguientes sistemas de ecuaciones son incompatibles o compatibles.

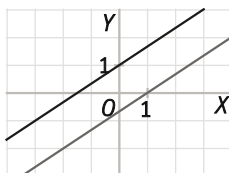
a)



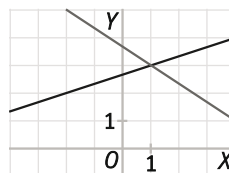
c)



b)



d)



a) Rectas secantes. Sistema compatible. La solución del sistema es $(x = -2, y = 0)$.

b) Rectas paralelas. Sistema incompatible. El sistema no tiene solución.

c) Rectas coincidentes. Sistema compatible. El sistema tiene infinitas soluciones.

d) Rectas secantes. Sistema compatible. La solución del sistema es $(x = 1, y = 3)$.

58. La edad de Jorge es el triple de la de su hijo en este momento. Hace diez años sumaban entre los dos 28 años. ¿Qué edad tienen actualmente cada uno?.

	Edad actual	Edad hace 10 años
Jorge	x	$x - 10$
Hijo	y	$y - 10$

$$\begin{cases} y = 3x \\ y - 10 + x - 10 = 28 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 3x \\ y = 48 - x \end{cases} \Rightarrow 3x = 48 - x \Rightarrow 3x + x = 48 \Rightarrow 4x = 48 \Rightarrow x = 12 \Rightarrow y = 3 \cdot 12 = 36$$

Jorge tiene actualmente 36 años y su hijo tiene 12.

59. En una bodega se quiere realizar una mezcla de 12 L de aceite. Se juntará aceite de alta calidad que se vende a 8€/L y aceite de calidad inferior que se vende a 5 €/L. La mezcla se quiere vender a 6,25 €/L, ¿cuántos litros de cada tipo se deberán mezclar?

Aceite alta calidad	x	8 €/L
Aceite calidad inferior	y	5 €/L
Mezcla	12	6,25 €/L

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ 8x + 5y = 6,25 \cdot 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 12 \\ 8x + 5y = 75 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -8x - 8y = -96 \\ 8x + 5y = 75 \\ \hline -3y = -21 \end{cases} \Rightarrow y = 7 \Rightarrow x = 5$$

Se deberán mezclar 5 litros de aceite de alta calidad con 7 litros de aceite de calidad inferior.

60. Expresa mediante ecuaciones las siguientes informaciones.

- a) El producto de dos números consecutivos es 342.
 b) La suma de un número y su cuarta parte es 180.
 c) El área de un rectángulo cuya altura es un tercio de la base es 48 cm².
 d) El volumen de una pirámide de base cuadrada y de altura el doble del lado de la base es 18 cm³.
 a) Siendo x y x + 1 los números consecutivos, $x + x + 1 = 342$.
 b) Siendo x un número, $x + \frac{x}{4} = 180$.
 c) Siendo x la altura del rectángulo, $x \cdot 3x = 48$.
 d) Siendo x el lado de la base, $\frac{x \cdot 2x}{3} = 18$.

61. Comprueba, en cada caso, si el número que se señala es solución de la ecuación dada.

a) $3x - 2 = x + 5$ $x = \frac{7}{4}$ c) $2x(3x - 4) - 2(x^2 - 5) = 58$ $x = -2$

b) $2(3x - 5) - (x + 3) = -2$ $x = \frac{11}{5}$ d) $\frac{2x - 3}{4} - \frac{x}{5} = -\frac{33}{20}$ $x = -3$

a) $x = \frac{7}{4}$ no es solución de la ecuación $3x - 5(2x - 1) = -2x + 10$

$$\left. \begin{aligned} 3 \cdot \frac{7}{4} - 2 &= \frac{21}{4} - 2 = \frac{13}{4} \\ \frac{7}{4} + 5 &= \frac{7}{4} + \frac{20}{4} = \frac{27}{4} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 3 \cdot \frac{7}{4} - 2 \neq \frac{7}{4} + 5$$

porque:

b) $x = \frac{11}{5}$ es solución de la ecuación $2(3x - 5) - (x + 3) = -2$ porque:

$$2 \cdot \left(3 \cdot \frac{11}{5} - 5 \right) - \left(\frac{11}{5} + 3 \right) = 2 \cdot \left(\frac{33}{5} - \frac{25}{5} \right) - \left(\frac{11}{5} + \frac{15}{5} \right) = 2 \cdot \frac{8}{5} - \frac{26}{5} = \frac{16}{5} - \frac{26}{5} = -\frac{10}{5} = -2$$

c) $x = -2$ no es solución de la ecuación $2x(3x - 4) - 2(x^2 - 5) = 58$ porque:

$$2 \cdot (-2) \cdot [3 \cdot (-2) - 4] - 2 \cdot [(-2)^2 - 5] = -4 \cdot (-10) - 2 \cdot (-1) = 40 + 2 = 42$$

d) $x = -3$ es solución de la ecuación $\frac{2x - 3}{4} - \frac{x}{5} = -\frac{33}{20}$ porque:

$$\frac{2 \cdot (-3) - 3}{4} - \frac{(-3)}{5} = \frac{-6 - 3}{4} + \frac{3}{5} = -\frac{9}{4} + \frac{3}{5} = -\frac{45}{20} + \frac{12}{20} = -\frac{33}{20}$$

62. Obtén dos ecuaciones equivalentes a las siguientes utilizando las reglas de la suma del producto.

a) $2x^2 - 3x + 5 = x + 11$

b) $\frac{2x-3}{3} - \frac{x-5}{6} = x - \frac{5}{12}$

a) $2x^2 - 3x + 5 = x + 11 \Rightarrow 2x^2 - 3x + 5 - x - 11 = x + 11 - x - 11 \Rightarrow 2x^2 - 4x - 6 = 0$

b) $\frac{2x-3}{3} - \frac{x-5}{6} = x - \frac{5}{12} \Rightarrow 12 \cdot \left(\frac{2x-3}{3} - \frac{x-5}{6} \right) = 12 \cdot \left(x - \frac{5}{12} \right) \Rightarrow 8x - 12 - 2x + 10 = 12x - 5 \Rightarrow$
 $\Rightarrow 8x - 12 - 2x + 10 - 12x + 5 = 12x - 5 - 12x + 5 \Rightarrow -6x + 3 = 0$

63. En la siguiente tabla indica qué números son solución y qué números no son solución de las ecuaciones que se indican.

	$x = -2$	$x = 0$	$x = 3$
$3(x-1) + 5x = -2x + 27$	...	...	...
$\frac{x-1}{3} - \frac{x+4}{6} = x + \frac{2}{3}$	...	...	...
$2x(x-1) - 4(x-3) = x + 12$	...	...	...
$\frac{1}{2}x^2 = \frac{1}{2}x + 3$	...	...	...

	$x = -2$	$x = 0$	$x = 3$
$3(x-1) + 5x = -2x + 27$	No	No	Sí
$\frac{x-1}{3} - \frac{x+4}{6} = x + \frac{2}{3}$	Sí	No	No
$2x(x-1) - 4(x-3) = x + 12$	No	Sí	No
$\frac{1}{2}x^2 = \frac{1}{2}x + 3$	Sí	No	Sí

64. Actividad resuelta

65. Escribe una ecuación de segundo grado en la forma canónica que tenga por soluciones:

a) $x = -3$ y $x = 4$

c) $x = -6$ y $x = -5$

b) $x = \frac{1}{2}$ y $x = -5$

d) $x = -\frac{2}{3}$ y $x = \frac{1}{6}$

a) $(x+3) \cdot (x-4) = 0 \Rightarrow x^2 - x - 12 = 0$

b) $\left(x - \frac{1}{2}\right)(x+5) = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{9}{2}x - \frac{5}{2} = 0 \Rightarrow 2x^2 + 9x - 5 = 0$

c) $(x+6) \cdot (x+5) = 0 \Rightarrow x^2 + 11x + 30 = 0$

d) $\left(x + \frac{2}{3}\right)\left(x - \frac{1}{6}\right) = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{9} = 0 \Rightarrow 2x^2 + x - 1 = 0$

66. Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado.

a) $2x - 3 - 3(5x - 6) - x = 60$

c) $\frac{3x-1}{4} - 2x = -\frac{11}{4}$

b) $4(3x - 5) - 4(5x - 2) + 3 = x + 36$

d) $\frac{4x-2}{3} - x = \frac{x-5}{6} + \frac{2}{3}$

a) $2x - 3 - 3(5x - 6) - x = 60 \Rightarrow 2x - 3 - 15x + 18 - x = 60 \Rightarrow -3 + 18 - 60 = -2x + 15x + x \Rightarrow -45 = 1x \Rightarrow$
 $\Rightarrow x = -\frac{45}{14}$

b) $4(3x - 5) - 4(5x - 2) + 3 = x + 36 \Rightarrow 12x - 20 - 20x + 8 + 3 = x + 36 \Rightarrow -20 + 8 + 3 - 36 = x - 12x + 20x \Rightarrow$
 $\Rightarrow -45 = 9x \Rightarrow x = -5$

c) $\frac{3x-1}{4} - 2x = -\frac{11}{4} \Rightarrow 3x - 1 - 8x = -11 \Rightarrow -1 + 11 = 8x - 3x \Rightarrow 10 = 5x \Rightarrow 2 = x$

d) $\frac{4x-2}{3} - x = \frac{x-5}{6} + \frac{2}{3} \Rightarrow 8x - 4 - 6x = x - 5 + 4 \Rightarrow 8x - 6x - x = -5 + 4 + 4 \Rightarrow x = 3$

67. Comprueba que las siguientes ecuaciones se convierten en ecuaciones de primer grado y resuélvelas.

a) $(2x - 3)(x + 5) - 2x(x - 3) = 5$

c) $\frac{x^2 - 1}{3} - \frac{2x(x - 1)}{6} = -x + 5$

b) $(2x + 1)^2 - (2x - 1)^2 = 16$

d) $(2x - 4)^2 - \frac{8x(x + 3)}{3} = \frac{4x(x - 2)}{3}$

a) $(2x - 3)(x + 5) - 2x(x - 3) = 5 \Rightarrow 2x^2 + 7x - 15 - 2x^2 + 6x = 5 \Rightarrow 7x + 6x = 5 + 15 \Rightarrow 13x = 20 \Rightarrow x = \frac{20}{13}$

b) $(2x + 1)^2 - (2x - 1)^2 = 16 \Rightarrow 4x^2 + 4x + 1 - 4x^2 + 4x - 1 = 16 \Rightarrow 8x = 16 \Rightarrow x = 2$

c) $\frac{x^2 - 1}{3} - \frac{2x(x - 1)}{6} = -x + 5 \Rightarrow \frac{x^2 - 1}{3} - \frac{2x^2 - 2x}{6} = -x + 5 \Rightarrow 2x^2 - 2 - 2x^2 + 2x = -x + 5 \Rightarrow 2x^2 - 2x^2 + 2x + x = 2 + 5$
 $\Rightarrow 3x = 7 \Rightarrow x = \frac{7}{3}$

d) $(2x - 4)^2 - \frac{8x(x + 3)}{3} = \frac{4x(x - 2)}{3} \Rightarrow 4x^2 - 8x + 16 - \frac{8x^2 + 24x}{3} = \frac{4x^2 - 8x}{3} \Rightarrow$
 $\Rightarrow 12x^2 - 24x + 48 - 8x^2 - 24x = 4x^2 - 8x \Rightarrow 12x^2 - 24x + 48 - 8x^2 - 24x - 4x^2 + 8x = 0 \Rightarrow$
 $\Rightarrow -40x + 48 = 0 \Rightarrow 48 = 40x \Rightarrow x = \frac{48}{40} = \frac{3}{5}$

68. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado completas.

a) $2x^2 - 3x - 2 = 0$

c) $-x^2 + 2x + 3 = 0$

b) $-10x^2 - 7x + 132 = 0$

d) $3x^2 - \frac{1}{2}x - 188 = 0$

a) $2x^2 - 3x - 2 = 0$

c) $-x^2 + 2x + 3 = 0$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 16}}{4} = \frac{3 \pm 5}{4} = \begin{cases} 1 \\ -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 12}}{-2} = \frac{-2 \pm 4}{-2} = \begin{cases} -1 \\ 3 \end{cases}$$

b) $-10x^2 - 7x + 132 = 0$

d) $-3x^2 - \frac{1}{2}x + 188 = 0$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 + 5280}}{-20} = \frac{7 \pm 73}{-20} = \begin{cases} -4 \\ \frac{33}{10} \end{cases}$$

$$x = \frac{\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + 2256}}{6} = \frac{\frac{1}{2} \pm \frac{95}{2}}{6} = \begin{cases} \frac{48}{6} = 8 \\ -\frac{47}{6} \end{cases}$$

69. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado incompletas.

a) $2x^2 - 8x = 0$

c) $3x^2 - 48 = 0$

b) $-x^2 + 15x = 0$

d) $-5x^2 + 20 = 0$

a) $2x^2 - 8x = 0 \Rightarrow 2x(x - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2x = 0 \Rightarrow x = 0 \\ x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4 \end{cases}$

b) $-x^2 + 15x = 0 \Rightarrow x(-x + 15) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ -x + 15 = 0 \Rightarrow x = 15 \end{cases}$

c) $3x^2 - 48 = 0 \Rightarrow 3x^2 = 48 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = \pm 4$

d) $-5x^2 + 20 = 0 \Rightarrow 5x^2 = 20 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$

70. Actividad resuelta

71. Resuelve las ecuaciones de segundo grado:

a) $(3 - 6x) \cdot (4x + 3) = 0$

c) $(2x - 2) \cdot (3x + 1) = 0$

b) $\left(\frac{3}{2}x - 3\right)(4x + 5) = 0$

d) $\left(3 - \frac{3}{5}x\right)\left(-\frac{2}{3}x - \frac{1}{9}\right) = 0$

a) $(3 - 6x) \cdot (4x + 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 3 - 6x = 0 \Rightarrow 3 = 6x \Rightarrow x = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \\ 4x + 3 = 0 \Rightarrow 4x = -3 \Rightarrow x = -\frac{3}{4} \end{cases}$

b) $\left(\frac{3}{2}x - 3\right)(4x + 5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \frac{3}{2}x - 3 = 0 \Rightarrow 3x - 6 = 0 \Rightarrow x = \frac{6}{3} = 2 \\ 4x + 5 = 0 \Rightarrow 4x = -5 \Rightarrow x = -\frac{5}{4} \end{cases}$

c) $(2x - 2) \cdot (3x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2x - 2 = 0 \Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow x = 1 \\ 3x + 1 = 0 \Rightarrow 3x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{3} \end{cases}$

d) $\left(3 - \frac{3}{5}x\right)\left(-\frac{2}{3}x - \frac{1}{9}\right) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 3 - \frac{3}{5}x = 0 \Rightarrow 15 - 3x = 0 \Rightarrow 15 = 3x \Rightarrow x = \frac{15}{3} = 5 \\ -\frac{2}{3}x - \frac{1}{9} = 0 \Rightarrow -6x - 1 = 0 \Rightarrow -1 = 6x \Rightarrow x = -\frac{1}{6} \end{cases}$

72. Para cada una de las siguientes ecuaciones de segundo grado, halla su expresión canónica y resuélvelas.

a) $2x(3x - 5) + 7x = -63$

c) $\frac{2x(x-1)}{3} - \frac{x-1}{6} = \frac{-1}{12}$

b) $\frac{x}{2} + 3x(x - 1) = 38$

d) $\frac{x^2 + x}{2} - \frac{2x^2 - 3x}{4} + x = 0$

a) $2x(3x - 5) + 7x = -63 \Rightarrow 6x^2 - 10x + 7x = -63 \Rightarrow 6x^2 - 10x + 7x = -63 \Rightarrow 6x^2 - 3x + 63 = 0 \Rightarrow 2x^2 - x + 21 = 0 \Rightarrow$
 $\Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 168}}{4} = \frac{1 \pm 13}{4} = \begin{cases} \frac{14}{4} = \frac{7}{2} \\ -3 \end{cases}$

b) $\frac{x}{2} + 3x(x - 1) = 38 \Rightarrow \frac{x}{2} + 3x^2 - 3x = 38 \Rightarrow x + 6x^2 - 6x = 76 \Rightarrow x + 6x^2 - 6x - 76 = 0 \Rightarrow 6x^2 - 5x - 76 = 0 \Rightarrow$
 $\Rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 1824}}{12} = \frac{5 \pm 43}{12} = \begin{cases} 4 \\ -\frac{38}{12} = -\frac{19}{6} \end{cases}$

c) $\frac{2x(x-1)}{3} - \frac{x-1}{6} = \frac{-1}{12} \Rightarrow \frac{2x^2 - 2x}{3} - \frac{x-1}{6} = \frac{-1}{12} \Rightarrow 8x^2 - 8x - 2x + 2 = -1 \Rightarrow 8x^2 - 8x - 2x + 2 + 1 = 0 \Rightarrow$
 $\Rightarrow 8x^2 - 10x + 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 96}}{16} = \frac{10 \pm 2}{16} = \begin{cases} \frac{12}{16} = \frac{3}{4} \\ \frac{8}{16} = \frac{1}{2} \end{cases}$

d) $\frac{x^2 + x}{2} - \frac{2x^2 - 3x}{4} + x = 0 \Rightarrow 2x^2 + 2x - 2x^2 + 3x + 4x = 0 \Rightarrow 9x = 0 \Rightarrow x = 0$

73. Estudia el signo del discriminante y decide el número de soluciones reales que tienen las siguientes expresiones.

a) $2x^2 + 5x - 3 = 0$

e) $-3x^2 - 6x + 4 = 0$

b) $3x^2 + 6x + 17 = 0$

f) $-\frac{1}{2}x^2 = \frac{15}{4}$

c) $9x^2 + 30x + 25 = 0$

g) $-3x^2 = 0$

d) $4x^2 - 2x + \frac{1}{4} = 0$

h) $-\frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{5}x - \frac{9}{25} = 0$

a) $2x^2 + 5x - 3 = 0 \Rightarrow D = 25 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 25 + 24 = 49 > 0 \Rightarrow$ Tiene dos soluciones reales.

b) $3x^2 + 6x + 17 = 0 \Rightarrow D = 6^2 - 4 \cdot 3 \cdot 17 = 36 - 204 = -168 < 0 \Rightarrow$ No tiene solución.

c) $9x^2 + 30x + 25 = 0 \Rightarrow D = 30^2 - 4 \cdot 9 \cdot 25 = 900 - 900 = 0 \Rightarrow$ Tiene una solución real.

d) $4x^2 - 2x + \frac{1}{4} = 0 \Rightarrow D = (-2)^2 - 4 \cdot 4 \cdot \frac{1}{4} = 4 - 4 = 0 \Rightarrow$ Tiene una solución real.

e) $-3x^2 - 6x + 4 = 0 \Rightarrow D = (-6)^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-3) = 36 + 48 = 84 > 0 \Rightarrow$ Tiene dos soluciones reales.

f) $-\frac{1}{2}x^2 = \frac{15}{4} \Rightarrow -\frac{1}{2}x^2 - \frac{15}{4} = 0 \Rightarrow D = 0 - 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{15}{4}\right) = 0 - \frac{15}{2} = -\frac{15}{2} < 0 \Rightarrow$ No tiene solución.

g) $-3x^2 = 0 \Rightarrow D = 0^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 0 = 0 \Rightarrow$ Tiene una solución real.

h) $-\frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{5}x - \frac{9}{25} = 0 \Rightarrow D = \left(-\frac{3}{5}\right)^2 - 4 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) \cdot \left(-\frac{9}{25}\right) = \frac{9}{25} - \frac{9}{25} = 0 \Rightarrow$ Tiene una solución real.

74. Resuelve las siguientes ecuaciones de grado mayor que 2.

a) $x^3 - 2x^2 - 7x + 4 = 0$

c) $3x^3 + 12x^2 + 12x = 0$

b) $3x^4 - x^3 - 12x^2 + 4x = 0$

d) $-x^4 - x^3 + 5x^2 - 3x = 0$

a) $x^3 - 2x^2 - 7x + 4 = 0$

	1	-2	-7	-4
-1		-1	3	4
	1	-3	-4	0
4		4	4	
	1	1	0	

$x^3 - 2x^2 - 7x + 4 = (x + 1)^2 \cdot (x - 4) \Rightarrow$ Las soluciones son $x = -1$ (doble) y $x = 4$.

b) $3x^4 - x^3 - 12x^2 + 4x = 0 \Rightarrow 3x^4 - x^3 - 12x^2 + 4x = x \cdot (3x^3 - x^2 - 12x + 4) = 0$

	3	-1	-12	4
2		6	10	0
	3	5	-2	0
-2		-6	2	
	3	-1	0	

$3x^4 - x^3 - 12x^2 + 4x = x \cdot (x - 2) \cdot (x + 2) \cdot (3x - 1) \Rightarrow$ Las soluciones son $x = 0$, $x = 2$, $x = -2$ y $x = \frac{1}{3}$.

c) $3x^3 + 12x^2 + 12x = 0 \Rightarrow 3x^3 + 12x^2 + 12x = 3x \cdot (x^2 + 4x + 1) = 3x \cdot (x + 2)^2 = 0$

Las soluciones son $x = -2$ (doble) y $x = 0$.

d) $-x^4 - x^3 + 5x^2 - 3x = 0$

$x \cdot (-x^3 - x^2 + 5x - 3) = 0$

	-1	-1	5	-3
-3		3	-6	3
	-1	2	-1	0
1		-1	1	4
	-1	1	0	0

$-x^4 - x^3 + 5x^2 - 3x = x \cdot (-x^3 - x^2 + 5x - 3) = -x \cdot (x - 1)^2 \cdot (x - 3) = 0 \Rightarrow$ Las soluciones son $x = 0$, $x = 1$ (doble) y $x = 3$.

75. Resuelve las siguientes ecuaciones bicuadradas.

a) $2x^4 + 5x^2 + 4 = 0$

c) $-3x^4 + x^2 - 2 = 0$

b) $x^4 - 5x^2 - 36 = 0$

d) $x^4 + 2x^2 + 1 = 0$

a) $2x^4 + 5x^2 + 4 = 0$

$$x^2 = t \Rightarrow 2t^2 + 5t + 4 = 0 \Rightarrow t = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 32}}{2} \Rightarrow \text{No tiene solución real.}$$

b) $x^4 - 5x^2 - 36 = 0$

$$x^2 = t \Rightarrow t^2 - 5t - 36 = 0 \Rightarrow t = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 144}}{2} = \frac{5 \pm 13}{2} = \begin{cases} 9 \\ -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3 \\ x^2 = -4 \Rightarrow \text{No tiene solución real} \end{cases}$$

c) $-3x^4 + x^2 - 2 = 0$

$$x^2 = t \Rightarrow -3t^2 + t - 2 = 0 \Rightarrow t = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 24}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{-23}}{2} \Rightarrow \text{No tiene solución real}$$

d) $x^4 + 2x^2 + 1 = 0$

$$x^2 = t \Rightarrow t^2 + 2t + 1 = 0 \Rightarrow t = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4}}{2} = \frac{-2 \pm 0}{2} = -1 \Rightarrow x^2 = -1 \Rightarrow \text{No tiene solución real}$$

76. Actividad resuelta

77. En cada caso, calcula el valor o valores de k para que cada una de las siguientes ecuaciones de segundo grado tenga una única solución real.

a) $x^2 + 10x + k = 0$

d) $9x^2 + kx + 16 = 0$

b) $kx^2 + 24x + 16 = 0$

e) $kx^2 + 12x + 11 = 0$

c) $\frac{1}{4}x^2 - kx + 9 = 0$

f) $\frac{x^2}{3} - kx + 3 = 0$

a) $x^2 + 10x + k = 0 \Rightarrow D = 100 - 4k = 0 \Rightarrow k = 25$

b) $kx^2 + 24x + 16 = 0 \Rightarrow D = 576 - 64k = 0 \Rightarrow k = 9$

c) $\frac{1}{4}x^2 - kx + 9 = 0 \Rightarrow D = k^2 - 9 = 0 \Rightarrow k = \pm 3$

d) $9x^2 + kx + 16 = 0 \Rightarrow D = k^2 - 576 = 0 \Rightarrow k = \pm 24$

e) $kx^2 + 12x + 11 = 0 \Rightarrow D = 144 - 44k = 0 \Rightarrow k = \frac{36}{11}$

f) $\frac{x^2}{3} - kx + 3 = 0 \Rightarrow D = k^2 - 4 = 0 \Rightarrow k = \pm 2$

78. Resuelve por el método de sustitución los siguientes sistemas de ecuaciones.

a) $\begin{cases} -x + 2y = -7 \\ 4x - 3y = 18 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 4x - y = 4 \\ -12x + 2y = -3 \end{cases}$

e) $\begin{cases} -2x + 9y = 8 \\ 4x - y = -16 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 5x - 4y = 45 \\ -4x + 5y = -45 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 3x + 5y = 7 \\ -2x + y = -9 \end{cases}$

f) $\begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ -6x + 6y = -11 \end{cases}$

a) La solución del sistema es $(x = 3, y = -2)$.

$$\begin{cases} -x + 2y = -7 \\ 4x - 3y = 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2y + 7 \\ 4x - 3y = 18 \end{cases} \Rightarrow 4 \cdot (2y + 7) - 3y = 18 \Rightarrow 8y + 28 - 3y = 18 \Rightarrow 5y = -10 \Rightarrow y = -2 \Rightarrow x = 3$$

b) La solución del sistema es $(x = 5, y = -5)$.

$$\begin{cases} 5x - 4y = 45 \\ -4x + 5y = -45 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{45 + 4y}{5} \\ -4x + 5y = -45 \end{cases} \Rightarrow -4 \cdot \left(\frac{45 + 4y}{5} \right) + 5y = -45 \Rightarrow \frac{-180 - 16y}{5} + 5y = -45 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -180 - 16y + 25y = -225 \Rightarrow 25y - 16y = -225 + 180 \Rightarrow y = -5 \Rightarrow x = 5$$

c) La solución del sistema es $\left(x = -\frac{5}{4}, y = -9 \right)$.

$$\begin{cases} 4x - y = 4 \\ -12x + 2y = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 4x - 4 \\ -12x + 2y = -3 \end{cases} \Rightarrow -12x + 2 \cdot (4x - 4) = -3 \Rightarrow -12x + 8x - 8 = -3 \Rightarrow -8 + 3 = 12x - 8x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -5 = 4x \Rightarrow x = -\frac{5}{4} \Rightarrow y = -9$$

d) La solución del sistema es $(x = 4, y = -1)$.

$$\begin{cases} 3x + 5y = 7 \\ -2x + y = -9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x + 5y = 7 \\ y = 2x - 9 \end{cases} \Rightarrow 3x + 5 \cdot (2x - 9) = 7 \Rightarrow 3x + 10x - 45 = 7 \Rightarrow 3x + 10x = 45 + 7 \Rightarrow 13x = 52 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 4 \Rightarrow y = -1$$

e) La solución del sistema es $(x = -4, y = 0)$.

$$\begin{cases} -2x + 9y = 8 \\ 4x - y = -16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x + 9y = 8 \\ y = 4x + 16 \end{cases} \Rightarrow -2x + 9 \cdot (4x + 16) = 8 \Rightarrow -2x + 36x + 144 = 8 \Rightarrow -2x + 36x = -144 + 8 \Rightarrow$$

$$34x = -136 \Rightarrow x = -4 \Rightarrow y = 0$$

f) La solución del sistema es $\left(x = \frac{3}{2}, y = -\frac{1}{3} \right)$.

$$\begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ -6x + 6y = -11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{4 + 3y}{2} \\ -6x + 6y = -11 \end{cases} \Rightarrow -6 \cdot \left(\frac{4 + 3y}{2} \right) + 6y = -11 \Rightarrow -12 - 9y + 6y = -11 \Rightarrow -12 + 11 = 9y - 6y \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -1 = 3y \Rightarrow y = -\frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

79. Utiliza el método de igualación para hallar la solución de los siguientes sistemas de ecuaciones lineales.

a) $\begin{cases} x+3y=-1 \\ -x-2y=-1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x-y=-7 \\ -5x+4y=22 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x+7y=32 \\ 3x+2y=20 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 3x+8y=11 \\ -4x-3y=-7 \end{cases}$

a) La solución del sistema es $(x=5, y=-2)$.

$$\begin{cases} x+3y=-1 \\ -x-2y=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-1-3y \\ x=1-2y \end{cases} \Rightarrow -1-3y=1-2y \Rightarrow -1-1=-2y+3y \Rightarrow -2=y \Rightarrow x=5$$

b) La solución del sistema es $(x=-2, y=3)$.

$$\begin{cases} 2x-y=-7 \\ -5x+4y=22 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=2x+7 \\ y=\frac{22+5x}{4} \end{cases} \Rightarrow 2x+7=\frac{22+5x}{4} \Rightarrow 8x+28=22+5x \Rightarrow 8x-5x=-28+22 \Rightarrow 3x=-6 \Rightarrow x=-2 \Rightarrow y=3$$

c) La solución del sistema es $(x=4, y=4)$.

$$\begin{cases} x+7y=32 \\ 3x+2y=20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=32-7y \\ x=\frac{20-2y}{3} \end{cases} \Rightarrow 32-7y=\frac{20-2y}{3} \Rightarrow 96-21y=20-2y \Rightarrow 96-20=21y-2y \Rightarrow 76=19y \Rightarrow y=4 \Rightarrow x=4$$

d) La solución del sistema es $(x=1, y=1)$

$$\begin{cases} 3x+8y=11 \\ -4x-3y=-7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\frac{11-8y}{3} \\ x=\frac{7-3y}{4} \end{cases} \Rightarrow \frac{11-8y}{3}=\frac{7-3y}{4} \Rightarrow 44-32y=21-9y \Rightarrow 44-21=32y-9y \Rightarrow 23=23y \Rightarrow y=1 \Rightarrow x=1$$

80. Resuelve por el método de reducción los siguientes sistemas de ecuaciones lineales.

a) $\begin{cases} 3x+2y=10 \\ -2x-3y=-5 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 4x+5y=-14 \\ -3x+7y=-11 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 3x-7y=-29 \\ 4x+y=13 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 4x+y=-12 \\ x-5y=-3 \end{cases}$

a) La solución del sistema es $(x=4, y=-1)$.

$$\begin{cases} 3x+2y=10 \\ -2x-3y=-5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x+4y=20 \\ -6x-9y=-15 \end{cases} \Rightarrow y=-1 \Rightarrow -2x-3(-1)=-5 \Rightarrow -2x=-8 \Rightarrow x=4 \Rightarrow y=-1$$

b) La solución del sistema es $(x=-1, y=-2)$.

$$\begin{cases} 4x+5y=-14 \\ -3x+7y=-11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 12x+15y=-42 \\ -12x+28y=-44 \end{cases} \Rightarrow y=-2 \Rightarrow 4x+5(-2)=-14 \Rightarrow 4x=-4 \Rightarrow x=-1$$

c) La solución del sistema es $(x=2, y=5)$.

$$\begin{cases} 3x-7y=-29 \\ 4x+y=13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x-7y=-29 \\ 28x+7y=91 \end{cases} \Rightarrow x=2 \Rightarrow 4 \cdot 2+y=13 \Rightarrow y=5$$

d) La solución del sistema es $(x=-3, y=0)$.

$$\begin{cases} 4x+y=-12 \\ x-5y=-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x+y=-12 \\ -4x+20y=12 \end{cases} \Rightarrow y=0 \Rightarrow x-0=-3 \Rightarrow x=-3$$

81. Aplica el método gráfico para resolver los siguientes sistemas de ecuaciones lineales.

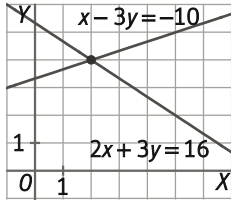
a) $\begin{cases} 2x + 3y = 16 \\ x - 3y = -10 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + 5y = -3 \\ -2x + 3y = -5 \end{cases}$

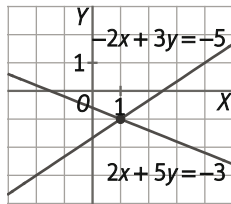
c) $\begin{cases} 5x - y = -3 \\ 3x + 4y = -11 \end{cases}$

d) $\begin{cases} -3x + 2y = 17 \\ 4x + 5y = 8 \end{cases}$

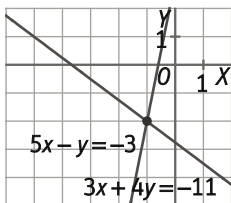
a) La solución del sistema es $(x = 2, y = 4)$.



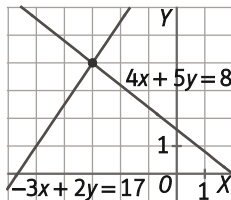
b) La solución del sistema es $(x = 1, y = -1)$.



c) La solución del sistema es $(x = -1, y = -2)$.

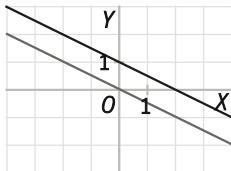


d) La solución del sistema es $(x = -3, y = 4)$.



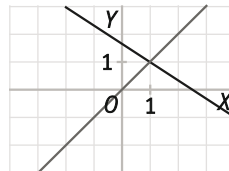
82. Indica si los siguientes sistemas son compatibles determinados, compatibles indeterminados o incompatibles.

a)



a) Rectas paralelas. Sistema incompatible. El sistema no tiene solución.

b)



b) Rectas secantes. Sistema compatible determinado. La solución del sistema es $(x = 1, y = 1)$

83. Utiliza el método que consideres más adecuado para resolver los siguientes sistemas de ecuaciones lineales.

a) $\begin{cases} -7x + 2y = 13 \\ 4x - 2y = -10 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 4x - 2y = 16 \\ -2x + 4y = -14 \end{cases}$

e) $\begin{cases} -4x + 9y = -19 \\ 5x - 9y = 17 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 5x - y = 9 \\ -6x + y = -10 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 7x + y = 9 \\ -12x + 9y = -69 \end{cases}$

f) $\begin{cases} -x - 2y = -5 \\ -5x - 3y = 3 \end{cases}$

a) Se resuelve el sistema por el método de sustitución.

La solución del sistema es $(x = -1 \ y = 3)$.

$$\begin{cases} -7x + 2y = 13 \\ 4x - 2y = -10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -7x + 2y = 13 \\ 2x - y = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -7x + 2y = 13 \\ y = 2x + 5 \end{cases} \Rightarrow -7x + 2 \cdot (2x + 5) = 13 \Rightarrow -7x + 4x + 10 = 13 \Rightarrow -3x = 3 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow y = 3$$

b) Se resuelve el sistema por el método de igualación.

La solución del sistema es $(x = 1 \ y = -4)$.

$$\begin{cases} 5x - y = 9 \\ -6x + y = -10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 5x - 9 \\ y = 6x - 10 \end{cases} \Rightarrow 5x - 9 = 6x - 10 \Rightarrow -9 + 10 = 6x - 5x \Rightarrow 1 = x \Rightarrow y = -4$$

c) Se resuelve el sistema por el método de sustitución.

La solución del sistema es $(x = 3 \ y = -2)$.

$$\begin{cases} 4x - 2y = 16 \\ -2x + 4y = -14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - y = 8 \\ x - 2y = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - y = 8 \\ x = 7 + 2y \end{cases} \Rightarrow 2 \cdot (7 + 2y) - y = 8 \Rightarrow 14 + 4y - y = 8 \Rightarrow 4y - y = 8 - 14 \Rightarrow 3y = -6 \Rightarrow y = -2 \Rightarrow x = 3$$

d) Se resuelve el sistema por el método de sustitución.

La solución del sistema es $(x = 2 \ y = -5)$.

$$\begin{cases} 7x + y = 9 \\ -12x + 9y = -69 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 9 - 7x \\ -12x + 9y = -69 \end{cases} \Rightarrow -12x + 9 \cdot (9 - 7x) = -69 \Rightarrow -12x - 63x = -69 - 81 \Rightarrow -75x = -150 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow y = -5$$

e) Se resuelve el sistema por el método de reducción.

La solución del sistema es $(x = -2 \ y = -3)$.

$$\begin{cases} -4x + 9y = -19 \\ 5x - 9y = 17 \end{cases} \Rightarrow x = -2 \Rightarrow -4 \cdot (-2) + 9y = -19 \Rightarrow 8 + 9y = -19 \Rightarrow 9y = -27 \Rightarrow y = -3$$

f) Se resuelve el sistema por el método de sustitución.

La solución del sistema es $(x = -3 \ y = 4)$.

$$\begin{cases} -x - 2y = -5 \\ -5x - 3y = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 5 - 2y \\ -5x - 3y = 3 \end{cases} \Rightarrow -5 \cdot (5 - 2y) - 3y = 3 \Rightarrow -25 + 10y - 3y = 3 \Rightarrow 10y - 3y = 3 + 25 \Rightarrow 7y = 28 \Rightarrow y = 4 \Rightarrow x = -3$$

84. Simplifica los siguientes sistemas de ecuaciones lineales y elige el método más adecuado para resolverlos.

a)
$$\begin{cases} 2(x+4)+2(y-3)=12 \\ 4(2x-3)-2(y+1)=6 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 4(x-3y)-2(y+4)=82 \\ -3(x+1)-(3x-4y)=-53 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 5(x+3y)-(y-2x)=-49 \\ -2(2x-y)+2y=-20 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} 7-2(1-3x)=4x-(2y-7) \\ (x+2)(2y-3)=-2-(3x-2xy) \end{cases}$$

a) Se resuelve el sistema por el método de sustitución. La solución del sistema es $(x=3, y=2)$.

$$\begin{cases} 2(x+4)+2(y-3)=12 \\ 4(2x-3)-2(y+1)=6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x+2y=10 \\ 8x-2y=20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=5 \\ 4x-y=10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=5-y \\ 4x-y=10 \end{cases} \Rightarrow 4 \cdot (5-y)-y=10 \Rightarrow y=2 \Rightarrow x=3$$

b) Se resuelve el sistema por el método de reducción. La solución del sistema es $(x=1, y=-4)$.

$$\begin{cases} 5(x+3y)-(y-2x)=-49 \\ -2(2x-y)+2y=-20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7x+14y=-49 \\ -4x+4y=-20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-7-2y \\ x=y+5 \end{cases} \Rightarrow -7-2y=y+5 \Rightarrow y=-4 \Rightarrow x=1$$

c) Se resuelve el sistema por el método de reducción. La solución del sistema es $(x=5, y=-5)$.

$$\begin{cases} 4(x-3y)-2(y+4)=82 \\ -3(x+1)-(3x-4y)=-53 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x-14y=90 \\ -6x+4y=-50 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 12x-42y=270 \\ -12x+8y=-100 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=-5 \end{cases}$$

$$-34y=170$$

d) Se resuelve el sistema por el método de sustitución. La solución del sistema es $(x=0, y=1)$.

$$\begin{cases} 7-2(1-3x)=4x-(2y-7) \\ (x+2)(2y-3)=-2-(3x-2xy) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x+2y=2 \\ 4y=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=1 \\ y=1 \end{cases} \Rightarrow x+1=1 \Rightarrow x=0$$

85. Utiliza el método más adecuado para resolver los siguientes sistemas de ecuaciones lineales.

a)
$$\begin{cases} \frac{x}{3}-2y=-10 \\ 3x-\frac{y-4}{2}=17 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} \frac{x}{3}-\frac{y}{4}=3 \\ 3x-2y=25 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} \frac{2x-4}{3}-\frac{y+3}{9}=0 \\ \frac{3x}{8}+\frac{y}{2}=-\frac{3}{2} \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} \frac{x+y}{8}-\frac{y-x}{2}=1 \\ \frac{3x-1}{6}+\frac{y+3}{3}=\frac{25}{6} \end{cases}$$

a) Se resuelve el sistema por el método de sustitución. La solución del sistema es $(x=6, y=6)$.

$$\begin{cases} \frac{x}{3}-2y=-10 \\ 3x-\frac{y-4}{2}=17 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-6y=-30 \\ 6x-y=30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=6y-30 \\ 6x-y=30 \end{cases} \Rightarrow 6 \cdot (6y-30)-y=30 \Rightarrow 36y-180-y=30 \Rightarrow y=6 \Rightarrow x=6$$

b) Se resuelve el sistema por el método de reducción. La solución del sistema es $(x=3, y=-8)$.

$$\begin{cases} \frac{x}{3}-\frac{y}{4}=3 \\ 3x-2y=25 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x-3y=36 \\ 3x-2y=25 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -12x+9y=-108 \\ 12x-8y=100 \end{cases} \Rightarrow y=-8 \Rightarrow x=3$$

$$y=-8$$

c) Se resuelve el sistema por el método de sustitución. La solución del sistema es $\left(x=\frac{16}{9}, y=-\frac{13}{3}\right)$.

$$\begin{cases} \frac{2x-4}{3}-\frac{y+3}{9}=0 \\ \frac{3x}{8}+\frac{y}{2}=-\frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x-y=15 \\ 3x+4y=-12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=6x-15 \\ 3x+4y=-12 \end{cases} \Rightarrow 3x+4 \cdot (6x-15)=-12 \Rightarrow x=\frac{48}{27}=\frac{16}{9} \Rightarrow y=-\frac{13}{3}$$

d) Se resuelve el sistema por el método de reducción. La solución del sistema es $(x=4, y=4)$.

$$\begin{cases} \frac{x+y}{8}-\frac{y-x}{2}=1 \\ \frac{3x-1}{6}+\frac{y+3}{3}=\frac{25}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x-3y=8 \\ 3x+2y=20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\frac{8+3y}{5} \\ x=\frac{20-2y}{3} \end{cases} \Rightarrow \frac{8+3y}{5}=\frac{20-2y}{3} \Rightarrow y=4 \Rightarrow x=4$$

86. Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $x^3 - x(x^2 + 2x - 1) - 2(3 - x^2) = -4$

c) $\frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{9}x + \frac{1}{9} = 0$

b) $\frac{5(x-3)}{2} - \frac{x-1}{8} = -\frac{15}{2} - \frac{3(x+4)}{4}$

d) $-\frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{6} = 0$

a) $x^3 - x(x^2 + 2x - 1) - 2(3 - x^2) = -4 \Rightarrow x^3 - x^3 - 2x^2 + x - 6 + 2x^2 = -4 \Rightarrow x = 6 - 4 \Rightarrow x = 2$

b) $\frac{5(x-3)}{2} - \frac{x-1}{8} = -\frac{15}{2} - \frac{3(x+4)}{4} \Rightarrow \frac{5x-15}{2} - \frac{x-1}{8} = -\frac{15}{2} - \frac{3x+12}{4} \Rightarrow 20x-60-x+1 = -60-6x-24 \Rightarrow 20x-x+6x = -60-24+60-1 \Rightarrow 25x = -25 \Rightarrow x = -1$

c) $\frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{9}x + \frac{1}{9} = 0 \Rightarrow 6x^2 + x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-24}}{12} \Rightarrow$ No tiene solución real.

d) $-\frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{6} = 0 \Rightarrow -4x^2 + 1 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{1}{4}} = \pm \frac{1}{2}$

87. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones lineales.

a) $\begin{cases} -3(3x-y) - 2(y+x) = 0 \\ -3(2x+y) - 2(x-3y) = 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \frac{5x+3y}{4} = -4 \\ x - \frac{2}{7}y = -\frac{41}{7} \end{cases}$

a) Se resuelve el sistema por el método de igualación.

La solución del sistema es $(x = 0, y = 0)$.

$$\begin{cases} -3(3x-y) - 2(y+x) = 0 \\ -3(2x+y) - 2(x-3y) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -11x + y = 0 \\ -8x + 3y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -11x \\ -8x + 3y = 0 \end{cases} \Rightarrow -8x - 33x = 0 \Rightarrow -41x = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow y = 0$$

b) Se resuelve el sistema por el método de reducción.

La solución del sistema es $(x = -5, y = 3)$.

$$\begin{cases} \frac{5x+3y}{4} = -4 \\ x - \frac{2}{7}y = -\frac{41}{7} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x+3y = -16 \\ 7x-2y = -41 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 10x+6y = -32 \\ 21x-6y = -123 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} 31x & = & -155 \end{matrix} \Rightarrow x = -5 \Rightarrow y = 3$$

88. Actividad resuelta

89. En una división la suma del dividendo y del cociente es 153. Calcula el dividendo y el cociente sabiendo que el divisor es 72 y que el resto vale 7.

Sea D el dividendo y c el cociente.

$$\begin{cases} D+c = 153 \\ D = 72c+7 \end{cases} \Rightarrow 72c+7+c = 153 \Rightarrow 72c+c = 153-7 \Rightarrow 73c = 146 \Rightarrow c = 2 \Rightarrow D = 151$$

El dividendo es 151 y el resto 2.

90. Calcula el divisor y el cociente de una división si:

- a) El divisor es una unidad mayor que el cociente. y el dividendo es 1410 y el resto 4.
b) El cociente es una unidad mayor que la mitad del divisor, el dividendo vale 89 y el resto 5.

Sea d el divisor y c el cociente.

- a) El divisor vale 38 y el cociente 37.

$$\begin{cases} d = 1 + c \\ 1410 = d \cdot c + 4 \end{cases} \Rightarrow 1410 = (1 + c) \cdot c + 4 \Rightarrow 0 = c^2 + c - 1406 = 0 \Rightarrow c = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 5624}}{2} = \frac{-1 \pm 75}{2} = \begin{cases} 37 \\ -38 \end{cases} \Rightarrow \\ \Rightarrow d = 38$$

- b) El divisor vale 12 y el cociente 7.

$$\begin{cases} c = 1 + \frac{d}{2} \\ 89 = d \cdot c + 5 \end{cases} \Rightarrow 89 = d \cdot \left(1 + \frac{d}{2}\right) + 5 \Rightarrow 89 = d + \frac{d^2}{2} + 5 \Rightarrow 188 = 2d + d^2 + 20 \Rightarrow d^2 + 2d - 168 = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow d = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 672}}{2} = \frac{-2 \pm 26}{2} = \begin{cases} 12 \\ -14 \end{cases} \Rightarrow c = 7$$

91. Actividad resuelta

92. Se consideran los números $A = -3$ y $B = 4$.

- a) Calcula $S = A + B$
b) Calcula $P = A \cdot B$
c) Resuelve la ecuación $x^2 - S \cdot x + P = 0$.

a) $S = A + B = -3 + 4 = 1$

b) $P = A \cdot B = -3 \cdot 4 = -12$

c) $x^2 - x - 12 = 0 \Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 48}}{2} = \frac{1 \pm 7}{2} = \begin{cases} 4 \\ -3 \end{cases}$

93. Se consideran los números $A = -6$ y $B = -1$.

- a) Calcula $S = A + B$
b) Calcula $P = A \cdot B$
c) Resuelve la ecuación $x^2 - S \cdot x + P = 0$.

d) $S = A + B = -6 - 1 = -7$

e) $P = A \cdot B = -6 \cdot (-1) = 6$

f) $x^2 + 7x + 6 = 0 \Rightarrow x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 24}}{2} = \frac{-7 \pm 5}{2} = \begin{cases} -1 \\ -6 \end{cases}$

94. Escribe una ecuación de segundo grado que cumpla que:

- a) Sus soluciones sean números positivos.
b) Sus soluciones sumen 15.
c) El producto de sus soluciones sea 15.

Si A y B son números reales, entonces la ecuación $x^2 - S \cdot x + P = 0$, con $S = A + B$ y $P = A \cdot B$, tiene por soluciones A y B .

- a) La ecuación $x^2 - 3x + 2 = 0$, tiene por soluciones $A = 1$ y $B = 2$. Las soluciones de la ecuación son positivos.
b) La ecuación $x^2 - 15x + 56 = 0$, tiene por soluciones $A = 7$ y $B = 8$. Las soluciones de la ecuación suman 15.
c) La ecuación $x^2 - 8x + 15 = 0$, tiene por soluciones $A = 3$ y $B = 5$. El producto de las soluciones es 15.

- 95. Calcula dos números tales que la suma del primero más el triple del segundo sea 85 y que la diferencia entre el cuádruple del primero y el doble del segundo sea 102.**

Sean x e y los números buscados.

$$\begin{cases} x + 3y = 85 \\ 4x - 2y = 102 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + 3y = 85 \\ 2x - y = 51 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 85 - 3y \\ 2(85 - 3y) - y = 51 \end{cases} \Rightarrow 170 - 6y - y = 51 \Rightarrow 170 - 51 = 6y + y \Rightarrow 119 = 7y \Rightarrow y = 17 \Rightarrow x = 34$$

Los números son 34 y 17.

- 96. Los lados de un rectángulo se diferencian en 4 cm y su área mide 480 cm². ¿Cuál es el perímetro del rectángulo?**

Si uno de los lados del rectángulo mide x cm, entonces el otro lado medirá $x + 4$ cm.

$$480 = x \cdot (x + 4) \Rightarrow 480 = x^2 + 4x \Rightarrow x^2 + 4x - 480 = 0 \Rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 1920}}{2} = \frac{-4 \pm 44}{2} = \begin{cases} 20 \\ -24 \end{cases}$$

La única solución posible, por ser los lados de un rectángulo, es 20 cm.

Los lados del rectángulo miden 20 y 24 cm.

- 97. Un rectángulo verifica que su dimensión más pequeña es 10 cm menor que su dimensión mayor. Se sabe que el área es de 375 cm². Calcula las dimensiones y el perímetro de este rectángulo.**

Los lados del rectángulo miden x cm y $x - 10$ cm.

$$375 = x \cdot (x - 10) \Rightarrow 375 = x^2 - 10x \Rightarrow x^2 - 10x - 375 = 0 \Rightarrow x = \frac{10 \pm \sqrt{100 + 1500}}{2} = \frac{10 \pm 40}{2} = \begin{cases} 25 \\ -15 \end{cases}$$

La única solución posible es 25. Los lados del rectángulo miden 25 y 15 cm.

- 98. Escribe una ecuación de segundo grado cuya suma de soluciones sea 6 y cuyo producto sea 5.**

Si A y B son números reales, entonces la ecuación $x^2 - S \cdot x + P = 0$, con $S = A + B$ y $P = A \cdot B$, tiene por soluciones A y B .

Entonces, la ecuación $x^2 - 6x + 5 = 0$ verifica que la suma de sus soluciones es 6 y su producto 5.

- 99. Halla tres números consecutivos tales que la suma del doble del primero más el segundo más la quinta parte del tercero dé como resultado 155.**

Tres números consecutivos se pueden escribir como: x , $x + 1$ y $x + 2$.

$$2x + x + 1 + \frac{x + 2}{5} = 155 \Rightarrow 10x + 5x + 5 + x + 2 = 775 \Rightarrow 10x + 5x + x = 775 - 5 - 2 \Rightarrow 16x = 768 \Rightarrow x = 48$$

Los números buscados son 48, 49 y 50.

- 100. Calcula dos números consecutivos tales el primero más el cuadrado del segundo dé como resultado 505**

Dos números consecutivos se pueden escribir como: x y $x + 1$.

$$x + (x + 1)^2 = 505 \Rightarrow x + x^2 + 2x + 1 = 505 \Rightarrow x^2 + 3x - 504 = 0 \Rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 2016}}{2} = \frac{-3 \pm 45}{2} = \begin{cases} -24 \\ 21 \end{cases}$$

Los números buscados son 21 y 22 o -24 y -23.

- 101. Actividad resuelta.**

- 102. Calcula tres números pares consecutivos tales que su suma sea 108.**

Tres números pares consecutivos se pueden escribir como: $2x$, $2x + 2$ y $2x + 4$.

$$2x + 2x + 2 + 2x + 4 = 108 \Rightarrow 2x + 2x + 2x = 108 - 2 - 4 \Rightarrow 6x = 102 \Rightarrow x = 17$$

Los números buscados son 34, 36 y 38.

- 103. Calcula cuatro números pares consecutivos tales que la suma de los dos primeros más el doble del tercero más la mitad del cuarto dé como resultado 85.**

Cuatro números pares consecutivos se pueden escribir como: $2x$, $2x + 2$, $2x + 4$ y $2x + 6$.

$$2x + 2x + 2 + 2 \cdot (2x + 4) + \frac{2x + 6}{2} = 85 \Rightarrow 2x + 2x + 2 + 4x + 8 + x + 3 = 85 \Rightarrow 2x + 2x + 4x + x = 85 - 2 - 8 - 3 \Rightarrow x = 8$$

Los números buscados son 16, 18, 20 y 22.

104. Actividad resuelta

- 105. Calcula tres números impares consecutivos tales que su suma sea 249.**

Tres números impares consecutivos se pueden escribir como: $2x - 1$, $2x + 1$ y $2x + 3$.

$$2x - 1 + 2x + 1 + 2x + 3 = 249 \Rightarrow 2x + 2x + 2x = 249 + 1 - 1 - 3 \Rightarrow 6x = 246 \Rightarrow x = 41$$

Los números buscados son 81, 83 y 85.

- 106. Calcula cuatro números impares consecutivos tales que la suma de los dos primeros más el doble del tercero más el cuarto dé como resultado 71.**

Cuatro números impares consecutivos se pueden escribir como: $2x - 3$, $2x - 1$, $2x + 1$ y $2x + 3$.

$$2x - 3 + 2x - 1 + 2 \cdot (2x + 1) + 2x + 3 = 71 \Rightarrow 2x - 3 + 2x - 1 + 4x + 2 + 2x + 3 = 71 \Rightarrow 10x = 70 \Rightarrow x = 7$$

Los números buscados son 11, 13, 15 y 17.

- 107. Busca dos números tales que la suma del primero más el triple del segundo sea 67 y la diferencia del triple del primero y el doble del segundo sea 113.**

Sea x el primer número e y el segundo.

$$\begin{cases} x + 3y = 67 \\ 3x - 2y = 113 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 67 - 3y \\ 3x - 2y = 113 \end{cases} \Rightarrow 3 \cdot (67 - 3y) - 2y = 113 \Rightarrow 201 - 9y - 2y = 113 \Rightarrow y = 8 \Rightarrow x = 43$$

Los números buscados son 8 y 43.

- 108. El número de individuos que hay en una colmena de abejas es el cuádruple del que hay en otra colmena vecina. Si en total se estima que hay 62500 abejas, ¿cuántas hay en cada colmena?**

Sea x el número de abejas que hay en una colmena, e y el número de abejas en la colmena vecina.

$$\begin{cases} x = 4y \\ x + y = 62\,500 \end{cases} \Rightarrow 4y + y = 62\,500 \Rightarrow 5y = 62\,500 \Rightarrow y = 12\,500 \Rightarrow x = 50\,000$$

En una colmena hay 12 500 abejas y, en la colmena vecina, 50 000.

- 109. Julia tiene el triple de libros digitales que su hermano Fernando y este 10 menos que su otro hermano Pedro. Si entre los tres tienen 85 libros. ¿Cuántos libros tienen cada uno?**

Sea x el número de libros que tiene Fernando. Entonces Julia tendrá $3x$ libros y Pedro $x + 10$.

$$x + 3x + x + 10 = 85 \Rightarrow x + 3x + x = 85 - 10 \Rightarrow 5x = 75 \Rightarrow x = 15$$

Fernando tiene 15 libros, Julia 45 y Pedro 25.

- 110. Si tenemos 470 euros en billetes de 50 y de 20 € y en total hay 16 billetes. ¿Cuántos son de 50 y cuántos de 20?**

Sea x el número de billetes de 50 € e y el número de billetes de 20.

$$\begin{cases} x + y = 16 \\ 50x + 20y = 470 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 16 - y \\ 5x + 2y = 47 \end{cases} \Rightarrow 5 \cdot (16 - y) + 2y = 47 \Rightarrow 80 - 5y + 2y = 47 \Rightarrow 3y = 33 \Rightarrow y = 11 \Rightarrow x = 5$$

Hay 5 billetes de 50 € y 11 billetes de 20 €.

- 111. Teresa rompe la hucha donde guarda sus ahorros y cuenta un total de 34 € en monedas de 1 € y de 0,50 €. En total hay 50 monedas. ¿Cuántas son de 1 € y cuántas de 0,50 €?**

Sea x el número de monedas de 1 € y y el número de monedas de 0,50.

$$\begin{cases} x + y = 50 \\ x + 0,5y = 34 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 50 - y \\ x = 34 - 0,5y \end{cases} \Rightarrow 50 - y = 34 - 0,5y \Rightarrow 50 - 34 = y - 0,5y \Rightarrow 16 = 0,5y \Rightarrow y = 32 \Rightarrow x = 18$$

Hay 18 monedas de 1 € y 32 monedas de 0,50 €.

- 112. Si se compran 4 entradas del cine y 2 bolsas de palomitas se pagan 27 € pero si se compran 6 entradas del cine y 4 bolsas de palomitas se pagan 43 €. ¿Cuánto cuesta cada entrada del cine y cada bolsa de palomitas?**

Sea x el precio de la entrada del cine y y el precio de la bolsa de palomitas.

$$\begin{cases} 4x + 2y = 27 \\ 6x + 4y = 43 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + y = 13,5 \\ 3x + 2y = 21,5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 13,5 - 2x \\ 3x + 2(13,5 - 2x) = 21,5 \end{cases} \Rightarrow 3x + 27 - 4x = 21,5 \Rightarrow -x = -5,5 \Rightarrow x = 5,5 \Rightarrow y = 2,5$$

Una entrada del cine cuesta 5,50 € y una bolsa de palomitas 2,50 €.

- 113. La diagonal de un rectángulo cuyas dimensiones son una el doble de la otra es de 5 cm. Calcula las dimensiones del rectángulo, su perímetro y su área.**

Sean x y $2x$ las medidas del rectángulo.

$$x^2 + (2x)^2 = 5^2 \Rightarrow x^2 + 4x^2 = 25 \Rightarrow 5x^2 = 25 \Rightarrow x^2 = 5 \Rightarrow x = \pm\sqrt{5}$$

Las medidas del rectángulo serán $\sqrt{5}$ cm y $2\sqrt{5}$ cm.

Su perímetro será $P = 2 \cdot \sqrt{5} + 2 \cdot 2\sqrt{5} = 6\sqrt{5}$ cm y, su área, $A = \sqrt{5} \cdot 2\sqrt{5} = 10$ cm².

- 114. Una huerta tiene forma de rectángulo. Su lado mayor mide un metro más que su lado menor y la diagonal mide 29 metros. Calcula el perímetro y el área de la huerta.**

Si el lado mayor de la huerta mide x metros, entonces el lado menor medirá $x - 1$ metros.

$$x^2 + (x-1)^2 = 29^2 \Rightarrow x^2 + x^2 - 2x + 1 = 841 \Rightarrow 2x^2 - 2x - 840 = 0 \Rightarrow x^2 - x - 420 = 0 \Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1+1680}}{2} = \begin{cases} 21 \\ -20 \end{cases}$$

Las medidas la huerta serán 21 m y 20 m. Su perímetro será $P = 2 \cdot 20 + 2 \cdot 21 = 82$ m y, su área, $A = 20 \cdot 21 = 420$ m².

- 115. Observa esta conversación entre Elena y Javier.**



- a) ¿Cuánto dinero tienen Javier y Elena?**

- b) ¿Cuántos euros deberá darle Elena a Javier para que él tenga una vez y media el dinero que ella?**

- a)** Sea x el dinero que tiene Javier e y el dinero que tiene Elena.

$$\begin{cases} x - 5 = y + 5 \\ x + 10 = 2 \cdot (y - 10) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y + 10 \\ x + 10 = 2y - 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y + 10 \\ y + 10 = 2y - 30 \end{cases} \Rightarrow y + 10 = 2y - 30 \Rightarrow y = 40 \Rightarrow x = 50$$

Javier tiene 50 € y Elena 40 €.

- b)** Sea x el dinero que Elena tiene que darle a Javier.

$$50 + x = 1,5 \cdot (40 - x) \Rightarrow 50 + x = 60 - 1,5x \Rightarrow x + 1,5x = 60 - 50 \Rightarrow 2,5x = 10 \Rightarrow x = 4$$

Elena tiene que darle a Javier 4 €.

116. Actividad resuelta

- 117. Los cuatro ángulos de un cuadrilátero verifican que, colocados en orden creciente, cada uno es el doble del anterior. Cálculalos.**

Llamamos x , $2x$, $4x$ y $8x$ a las medidas de los ángulos del cuadrilátero.

$$x + 2x + 4x + 8x = 360 \Rightarrow 15x = 360 \Rightarrow x = 24$$

Los ángulos miden 24° , 48° , 96° y 192° .

- 118. Un hexágono verifica que tiene tres ángulos de la misma amplitud y que los otros tres también son iguales entre ellos pero 30° mayores que los anteriores. Calcula la medida de los seis ángulos.**

Llamamos x , x , x , $x + 30$, $x + 30$ y $x + 30$ a las medidas de los ángulos del cuadrilátero.

$$3x + 3 \cdot (x + 30) = 720 \Rightarrow 6x = 630 \Rightarrow x = 105$$

El hexágono tiene tres ángulos de 105° y otros tres de 135° .

- 119. Un circuito de bicicleta de 110 km se realiza en cuatro etapas. En la segunda etapa se recorre el doble de kilómetros que en la primera y en la tercera etapa la mitad de los que se había recorrido en las dos primeras. Si en la cuarta etapa se recorren 20 km. ¿Cuánto se recorre en cada etapa?**

En la primera etapa recorre x km, en la segunda $2x$ y en la tercera $\frac{3x}{2}$.

$$x + 2x + \frac{3x}{2} + 20 = 110 \Rightarrow 2x + 4x + 3x + 40 = 220 \Rightarrow 9x = 180 \Rightarrow x = 20$$

En la primera etapa recorre 20 km, en la segunda 40 y en la tercera 30.

- 120. Para excavar un túnel de 3,5 km se invierten cuatro meses. El primer se excava la mitad de lo que se excava en el segundo, pero el doble de los que se excava en el tercero. El último mes se excava la cuarta parte de lo que se hizo en los tres anteriores. ¿Cuántos metros se excava cada mes?**

En el primer mes se excavan $2x$ km, en el segundo $4x$, en la tercero x y, en el cuarto, $\frac{7x}{4}$.

$$2x + 4x + x + \frac{7x}{4} = 3,5 \Rightarrow 8x + 16x + 4x + 7x = 14 \Rightarrow 14x = 35 \Rightarrow x = 0,4$$

En el primer mes se excavan 0,8 km, en el segundo 1,6, en la tercero 0,4 y, en el cuarto, 0,7.

- 121. Se quiere construir un hotel con habitaciones simples y habitaciones dobles. Se decide que el número de habitaciones simples debe ser la mitad que el de habitaciones dobles. La superficie de cada habitación simple es de 12 m^2 y la de cada habitación doble de 20 m^2 . La superficie total del hotel es de 1202 m^2 , de los que 630 m^2 corresponden a dependencias comunes diferentes de las habitaciones. ¿Cuántas habitaciones de cada tipo se van a construir?**

Si x es el número de habitaciones simples, entonces $2x$ es el número de habitaciones dobles.

$$12x + 20 \cdot 2x = 1202 - 630 \Rightarrow 12x + 40x = 572 \Rightarrow 52x = 572 \Rightarrow x = 11$$

Se van a construir 11 habitaciones simples y 22 dobles.

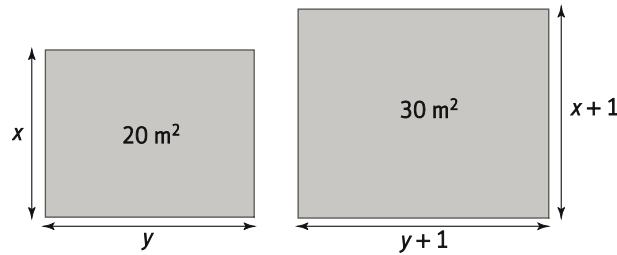
- 122. Javier y Olga tienen grabadas canciones en su dispositivo de memoria. En total, tienen grabadas 400 canciones y si Javier borrara 25 canciones y se las pasara a Olga, Javier tendría la tercera parte de canciones que Olga. ¿Cuántas canciones tienen cada uno en un principio?**

Sea x el número de canciones que tiene Javier e y el número de canciones que tiene Olga.

$$\begin{cases} x + y = 400 \\ 3(x - 25) = y + 25 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 400 - x \\ y = 3x - 100 \end{cases} \Rightarrow 400 - x = 3x - 100 \Rightarrow 500 = 4x \Rightarrow x = 125 \Rightarrow y = 275$$

Javier tiene, en un principio, 125 canciones y Olga 275.

123. Calcula el valor de x .



$$\begin{cases} x \cdot y = 20 \\ (x+1)(y+1) = 30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \cdot y = 20 \\ xy + x + y + 1 = 30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \cdot y = 20 \\ 20 + x + y + 1 = 30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \cdot y = 20 \\ x + y = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \cdot y = 20 \\ x = 9 - y \end{cases} \Rightarrow (9 - y)y = 20 \Rightarrow 9y - y^2 = 20 \Rightarrow y^2 - 9y + 20 = 0 \Rightarrow y = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 80}}{2} = \frac{9 \pm 1}{2} = \begin{cases} 5 \\ 4 \end{cases} \Rightarrow x = \begin{cases} 4 \\ 5 \end{cases}$$

Si $y = 4$, entonces $x = 5$. Si $y = 5$, entonces $x = 4$.

124. Un lado de un rectángulo mide dos cm más que el doble del otro lado. Si al lado mayor se le quitan 3 cm que se añaden al lado mayor, el rectángulo se transforma en un cuadrado. Halla el área de este cuadrado.

Si x es un lado del rectángulo, entonces el otro lado mide $2x + 2$.

$$2x + 2 - 3 = x + 3 \Rightarrow x = 4$$

Los lados del rectángulo miden 4 cm y 10 cm. Por tanto el lado del cuadrado mide 7 cm y su área 49 cm^2 .

125. La edad de Lola es la mitad que la de Andrés y hace 5 años era la tercera parte de la de Andrés en ese momento. ¿Qué edades tienen ahora?

	Edad actual	Edad hace 5 años
Lola	x	$x - 5$
Andrés	y	$y - 5$

$$\begin{cases} y = 2x \\ y - 5 = 3(x - 5) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2x \\ 3x - y = 10 \end{cases} \Rightarrow 3x - 2x = 10 \Rightarrow x = 10 \Rightarrow y = 20$$

Lola tiene actualmente 10 años y su Andrés 20.

126. Santiago y Diego tienen en la actualidad 12 y 32 años respectivamente. ¿Cuántos años han de pasar para que la edad de Santiago sea la mitad de la de Diego?

	Edad actual	Edad dentro de x años
Santiago	12	$12 + x$
Diego	32	$32 + x$

$$32 + x = 2 \cdot (12 + x) \Rightarrow 32 + x = 24 + 2x \Rightarrow 32 - 24 = 2x - x \Rightarrow 8 = x$$

Han de pasar 8 años.

127. Se mezcla detergente a 2,5 €/L con otro cuyo precio es de 2,7 €/L. Halla la cantidad de detergente de cada clase para obtener 100 L de mezcla de 2,55 €/L.

Detergente 1	x	2,5 €/L
Detergente 2	y	2,7 €/L
Mezcla	100	2,55 €/L

$$\begin{cases} x + y = 100 \\ 2,5x + 2,7y = 2,55 \cdot 100 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 100 - y \\ 2,5x + 2,7y = 255 \end{cases} \Rightarrow 2,5(100 - y) + 2,7y = 255 \Rightarrow 0,2y = 5 \Rightarrow y = 25 \Rightarrow x = 75$$

Se deberán mezclar 75 L del detergente de 2,5 €/L con 25 litros de detergente de 2,7 €/L.

128. Se llama distancia de frenado de un coche a la distancia que recorre desde que se pisa el freno hasta que queda totalmente parado. Esta distancia se puede calcular mediante la fórmula $d = \frac{v}{5} + \frac{v^2}{150}$ donde d es la distancia de frenado en metros y v es la velocidad que lleva el coche en kilómetros por hora.

- a) **Calcula la distancia de frenado de un coche que lleva una velocidad de 90 km/h**
 b) **Calcula la velocidad que lleva un coche cuya distancia de frenado es de 52,5 metros**
 a) Para una velocidad de 90 km/h, la distancia de frenado es 72 m.

$$v = 90 \text{ km/h} \Rightarrow d = \frac{90}{5} + \frac{90^2}{150} = 72 \text{ m}$$

- b) Si la distancia de frenado es 52,5, la velocidad del coche es 75 km/h.

$$d = 52,5 \text{ m} \Rightarrow 52,5 = \frac{v}{5} + \frac{v^2}{150} \Rightarrow v^2 + 30v - 7875 = 0 \Rightarrow v = \frac{-30 \pm \sqrt{900 + 31500}}{2} = \frac{-30 \pm 180}{2} = \begin{cases} 75 \\ -105 \end{cases}$$

129. Actividad resuelta

130. Un coche sale de un punto A a una velocidad constante de 80 km/h. Una hora y media después sale otro coche a su encuentro con una velocidad constante de 120 km/h. ¿A qué distancia de A lo alcanzará?, ¿cuánto tiempo tardará en hacerlo?

Si x es la distancia que ha recorrido cada coche, entonces el primer coche ha tardado $\frac{x}{80}$ h y el segundo $\frac{x}{120}$ h.

$$\frac{x}{80} = \frac{x}{120} + 1,5 \Rightarrow 3x = 2x + 360 \Rightarrow 3x - 2x = 360 \Rightarrow x = 360$$

El segundo coche alcanzará al primero a 360 km de A, y tardará 3 horas desde que ha salido.

131. Hace 4 años la edad de Ana era el doble de la de Rocío. Dentro de 6 años, las dos sumarán 56 años. ¿Qué edades tienen en la actualidad Ana y Rocío?

	Edad hace 4 años	Edad actual	Edad dentro de 6 años
Ana	$2x$	$2x + 4$	$2x + 10$
Rocío	x	$x + 4$	$x + 10$

$$2x + 10 + x + 10 = 56 \Rightarrow 2x + x = 56 - 10 - 10 \Rightarrow 3x = 36 \Rightarrow x = 12$$

Actualmente, Ana tiene 28 años y Rocío 16.

132. Hace seis años Rodrigo y Piluca sumaban 25 años y dentro de 4 años la edad de Piluca será justo la mitad que la de Rodrigo. ¿Qué edad tiene cada uno en la actualidad?

	Edad hace 6 años	Edad actual	Edad dentro de 4 años
Rodrigo	x	$x + 6$	$x + 10$
Piluca	$25 - x$	$31 - x$	$35 - x$

$$x + 10 = 2 \cdot (35 - x) \Rightarrow x + 10 = 2 \cdot (35 - x) \Rightarrow x + 10 = 70 - 2x \Rightarrow 2x + x = 70 - 10 \Rightarrow 3x = 60 \Rightarrow x = 20$$

Actualmente, Rodrigo tiene 26 años y Piluca 11.

133. Se funden 1000 gr. de oro con una pureza del 90 % con oro de pureza 75 %. La pureza de la mezcla es del 85 %. ¿Qué cantidad de oro de pureza 75 % se ha añadido a la mezcla?

Oro de pureza 90 %	1000	0,90
Oro de pureza 75 %	x	0,75
Mezcla	$1000 + x$	0,85

$$0,9 \cdot 1000 + 0,75x = 0,85 \cdot (1000 + x) \Rightarrow 900 + 0,75x = 850 + 0,85x \Rightarrow 900 - 850 = 0,85x - 0,75x \Rightarrow 50 = 0,1x \Rightarrow x = 500$$

Se han añadido 500 gr de oro de pureza 75 % a la mezcla.

134. Lorena ha comprado libros, todos del mismo precio, por valor de 120 euros. El librero le regala tres libros por lo que en realidad cada libro le cuesta 2 euros menos. ¿Cuántos libros ha comprado?

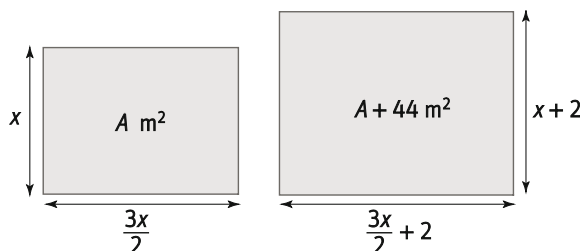
Llamamos x al número de libros que ha comprado Lorena e y al precio de cada libro.

$$\begin{cases} x \cdot y = 120 \\ (x+3) \cdot (y-2) = 120 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \cdot y = 120 \\ xy - 2x + 3y - 6 = 120 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \cdot y = 120 \\ 120 - 2x + 3y - 6 = 120 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{120}{y} \\ 2x - 3y = -6 \end{cases} \Rightarrow 2 \cdot \frac{120}{y} - 3y = -6$$

$$\Rightarrow 240 - 3y^2 = -6y \Rightarrow 3y^2 - 6y - 240 = 0 \Rightarrow y^2 - 2y - 80 = 0 \Rightarrow y = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 320}}{2} = \frac{2 \pm 18}{2} = \begin{cases} 10 \\ -8 \end{cases} \Rightarrow y = 10 \Rightarrow x = 12$$

Lorena ha comprado 12 libros, pero se ha llevado 15.

135. Calcula el valor de x :



$$x \cdot \frac{3x}{2} + 44 = (x+2) \cdot \left(\frac{3x}{2} + 2 \right) \Rightarrow \frac{3x^2}{2} + 44 = \frac{3x^2}{2} + 2x + 3x + 4 \Rightarrow 44 - 4 = \frac{3x^2}{2} + 2x + 3x - \frac{3x^2}{2} \Rightarrow 44 - 4 = 2x + 3x \Rightarrow 40 = 5x \Rightarrow x = 8$$

136. Esteban le dice a Joaquín que reste 3 de un cierto número y que divida el resultado entre 9. Joaquín, que no oye bien, le resta 9 a ese número y divide el resultado entre 3, obteniendo 43. ¿Qué habría respondido Joaquín si oyera bien?

A. 15

B. 34

C. 51

D. 138

Sea x el número que ha pensado Joaquín.

$$\frac{x-9}{3} = 43 \Rightarrow x-9 = 129 \Rightarrow x = 129+9 \Rightarrow x = 138$$

Joaquín ha pensado el número 138.

Por tanto, Joaquín tendría que haber contestado $\frac{138-3}{9} = 15$.

La respuesta correcta es la A.

137. Un avión sale de una base aérea a las 8.00, llega a su destino y retorna inmediatamente, llegando a las 11:30. Si la velocidad en el camino de ida fue de 960 km/h y la velocidad en el camino de vuelta fue de 720 km/h, la diferencia de los tiempos empleados en uno y otro fue de:

A. 30 minutos

B. 10 minutos

C. 15 minutos 51

D. 60 minutos

Llamamos t al tiempo empleado en el viaje de ida.

En total el avión ha estado 3,5 horas en funcionamiento. Por tanto, el espacio recorrido en el viaje de ida ha sido $e = 960t$ y el espacio recorrido en de vuelta $e = 720 \cdot (3,5 - t)$

Como el espacio en el viaje de ida ha sido el mismo que en el viaje de vuelta:

$$960t = 720 \cdot (3,5 - t) \Rightarrow 960t = 2520 - 720t \Rightarrow 960t + 720t = 2520 \Rightarrow 1680t = 2520 \Rightarrow t = 1,5 \text{ horas.}$$

En el viaje de ida ha tardado 1,5 horas y en el de vuelta 2 horas.

La diferencia de los tiempos fue de media hora; es decir, 30 minutos.

La respuesta correcta es la A.

138. Juan tiene 3 hijos, dos niños gemelos y una niña. La suma de sus edades es 43 y la diferencia 5. El producto de las edades de los tres es:

- A. 175 B. 1936 C. 2816 D. 10 944**

Llamamos x a la edad de los gemelos e y a la edad de la niña.

$$\begin{cases} 2x + y = 43 \\ x - y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 43 - 2x \\ y = x - 5 \end{cases} \Rightarrow 43 - 2x = x - 5 \Rightarrow 43 + 5 = x + 2x \Rightarrow 48 = 3x \Rightarrow x = 16 \Rightarrow y = 11$$

Los gemelos tienen 16 años y la niña 11.

El producto de las edades es 2816.

La respuesta correcta es la C.

139. Un número de 3 cifras verifica:

- a) Es múltiplo de 9.**
b) La cifra de las decenas es 5.
c) Si permutamos las cifras de las centenas y las unidades, el número disminuye en 297. ¿Cuál es el producto de sus cifras?

- A. 40 B. No existe C. 200 D. Ninguna de las anteriores**

Un número de tres cifras, cuya cifra de las decenas sea 5, se puede escribir como $100x + 50 + y$.

Para que sea múltiplo de 3 la suma de sus cifras, al ser sus cifras x , 5 e y , tiene que ser 9 ó 18.

$$\begin{cases} 100x + 50 + y = 100y + 50 + x + 297 \\ x + 5 + y = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - y = 3 \\ x + y = 4 \end{cases} \Rightarrow x = 3,5 \text{ No puede ser porque } x \text{ es una cifra de un número.}$$

$$\begin{cases} 100x + 50 + y = 100y + 50 + x + 297 \\ x + 5 + y = 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - y = 3 \\ x + y = 13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = x - 3 \\ y = 13 - x \end{cases} \Rightarrow x - 3 = 13 - x \Rightarrow 2x = 16 \Rightarrow x = 8 \Rightarrow y = 5$$

El número buscado es 855. El producto de sus cifras es 200.

La respuesta correcta es la B.

140. La diagonal de un rectángulo, de área 360 m^2 , mide 41 m. La diferencia entre sus dimensiones es:

- A. 28 m B. 29 m C. 30 m D. 31 m**

Sean x e y las dimensiones del rectángulo.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 41^2 \\ x \cdot y = 360 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 1681 \\ x = \frac{360}{y} \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{360}{y}\right)^2 + y^2 = 1681 \Rightarrow \frac{129\,600}{y^2} + y^2 = 1681 \Rightarrow 129\,600 + y^4 = 1681y^2 \Rightarrow$$

$$y^4 - 1681y^2 + 129\,600 = 0 \Rightarrow \begin{cases} y^4 - 1681y^2 + 129\,600 = 0 \\ y^2 = t \end{cases} \Rightarrow t^2 - 1681t + 129\,600 = 0 \Rightarrow t = \frac{1681 \pm 1519}{2} = \begin{cases} 81 \\ 1600 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} t = 81 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3 \Rightarrow y = \pm 120 & \text{No es solución.} \\ t = 1600 \Rightarrow x^2 = 1600 \Rightarrow x = \pm 40 \Rightarrow y = 9 & \text{La única solución posible es } x = 40 \text{ e } y = 9. \end{cases}$$

Las dimensiones del rectángulo son 40 y 9 m. La diferencia entre sus dimensiones es 31.

La respuesta correcta es la D.

Encuentra el error

141. La solución de la ecuación $\frac{2x-3}{4} - \frac{x-2}{8} = \frac{11}{8}$ es:

- A. $4x - 6 - x - 2 = 11 \Rightarrow 3x = 19 \Rightarrow x = \frac{19}{3}$ B. $4x - 6 - x + 2 = 11 \Rightarrow 3x = 15 \Rightarrow x = \frac{15}{3} = 5$**

Indica el error en la solución incorrecta.

La respuesta *a* es incorrecta porque el signo del 2 debería ser positivo.

$$\frac{2x-3}{4} - \frac{x-2}{8} = \frac{11}{8} \Rightarrow \frac{2 \cdot (2x-3)}{8} - \frac{x-2}{8} = \frac{11}{8} \Rightarrow 2 \cdot (2x-3) - (x-2) = 11 \Rightarrow 4x - 6 - x + 2 = 11$$

La respuesta *b* es correcta.

PONTE A PRUEBA

Consumo de gasoil

Actividad resuelta

Formando cuadrados

Se han colocado 169 bolas negras ordenadas en filas y columnas.

- El número de filas es igual al de columnas.
- Se quieren añadir bolas grises a la estructura pero de forma que el número de filas siga siendo igual al número de columnas.
- Para la expansión de esta estructura se dispone de un máximo de 735 bolas grises.

1. ¿Se pueden utilizar todas las bolas grises o sobrará alguna?

Como hay 169 bolas, y el número de filas tiene que ser igual al número de columnas, se podrán colocar 13 bolas en cada fila y en cada columna.

Llamamos x al número de bolas que se añaden en cada fila y en cada columna.

$$(13 + x)^2 - 169 < 731.$$

Si se añadieran 17 bolas, como $(13 + 17)^2 - 169 = 731$, se utilizarían 731 bolas.

Si se añadieran 18 bolas, como $(13 + 18)^2 - 169 = 792$, se utilizarían más bolas de las disponibles.

Se utilizarían 731 bolas y sobrarían 4 bolas.

2. ¿Cuál será el nuevo número de filas y de columnas del nuevo cuadrado si es el mayor posible?

- A. 28 m B. 29 m C. 30 m D. 31 m

Como se deben añadir 17 bolas, el cuadrado tendrá 30 filas y 30 columnas.

La respuesta correcta es la C.

En el parque de Don Javier.

En el parque Don Javier se han localizado el mismo número de pájaros en el pino que en el chopo y, entre el pino, el chopo y una morera suman 111 pájaros.

Si se cambiaran 8 pájaros del pino y otros 8 pájaros del chopo a anidar en la morera, los tres árboles tendrían el mismo número de pájaros.

1. Si se supone que hay x pájaros en el pino,

- Establece, en función de x , el número de pájaros que hay inicialmente en el chopo y en la morera.
- Utilizando esta incógnita, escribe el número de pájaros que habitarían en cada árbol después de la migración.
- Plantea y resuelve una ecuación para calcular cuántos pájaros vivían inicialmente en cada árbol.
- El número de pájaros que hay en cada árbol después de la migración es:

- A. 40 B. 39 C. 38
D. 37

- En el chopo hay x pájaros y en la morera $111 - 2x$ pájaros.
- Después de la migración, habría $x - 8$ pájaros en el pino, $x - 8$ en el chopo y $127 - 2x$ en la morera.
- Tras la migración, habría el mismo número de pájaros en el pino que en la morera.

$$x - 8 = 127 - 2x \Rightarrow x + 2x = 127 + 8 \Rightarrow 3x = 135 \Rightarrow x = 45$$

Inicialmente, habría 45 pájaros en el pino y en el chopo. En la morera habría 21 pájaros.

Por tanto, después de la migración, habría 37 pájaros en cada árbol.

La respuesta correcta es la D.

2. Si se supone que hay x pájaros en el pino y y en la morera.

- Plantea y resuelve un sistema de ecuaciones para calcular cuántos pájaros vivían inicialmente en cada árbol.
- Comprueba que las soluciones obtenidas coinciden con el apartado 1.
- $$\begin{cases} 2x + y = 111 \\ x - 8 = y + 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 111 - 2x \\ y = x - 24 \end{cases} \Rightarrow 111 - 2x = x - 24 \Rightarrow 111 + 24 = 2x + x \Rightarrow 135 = 3x \Rightarrow 45 = x \Rightarrow y = 21$$

En el pino vivían, inicialmente, 45 pájaros y, en la morera, 21.

- Las respuestas coinciden con las obtenidas en el apartado 1.

AUTOEVALUACIÓN

1. Comprueba si $x = 9$, $x = -9$ y $x = -2$ son o no soluciones de la ecuación.

$$\frac{2x-3}{4} - \frac{x}{3} = \frac{1}{x+3} - \frac{25}{12}$$

$x = 9$ no es solución de la ecuación porque:

$$\left. \begin{aligned} \frac{2 \cdot 9 - 3}{4} - \frac{9}{3} &= \frac{15}{4} - \frac{9}{3} = \frac{45}{12} - \frac{36}{12} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4} \\ \frac{1}{9+3} - \frac{25}{12} &= \frac{1}{12} - \frac{25}{12} = -\frac{24}{12} = -2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{2 \cdot 9 - 3}{4} - \frac{9}{3} \neq \frac{1}{9+3} - \frac{25}{12}$$

$x = -9$ es solución de la ecuación porque:

$$\left. \begin{aligned} \frac{2 \cdot (-9) - 3}{4} - \frac{(-9)}{3} &= -\frac{21}{4} + \frac{9}{3} = -\frac{63}{12} + \frac{36}{12} = -\frac{27}{12} = -\frac{9}{4} \\ \frac{1}{(-9)+3} - \frac{25}{12} &= -\frac{1}{6} - \frac{25}{12} = -\frac{2}{12} - \frac{25}{12} = -\frac{27}{12} = -\frac{9}{4} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{2 \cdot (-9) - 3}{4} - \frac{(-9)}{3} = \frac{1}{(-9)+3} - \frac{25}{12}$$

$x = -2$ es solución de la ecuación porque:

$$\left. \begin{aligned} \frac{2 \cdot (-2) - 3}{4} - \frac{(-2)}{3} &= -\frac{7}{4} + \frac{2}{3} = -\frac{21}{12} + \frac{8}{12} = -\frac{13}{12} \\ \frac{1}{(-2)+3} - \frac{25}{12} &= 1 - \frac{25}{12} = \frac{12}{12} - \frac{25}{12} = -\frac{13}{12} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{2 \cdot (-2) - 3}{4} - \frac{(-2)}{3} = \frac{1}{(-2)+3} - \frac{25}{12}$$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones con una incógnita.

a) $2(x-3) + 5(x+1) = x + 29$

b) $\frac{x-3}{4} - \frac{2x-1}{8} = x + \frac{11}{8}$

c) $\frac{5-x}{2} - \frac{x+3}{6} = \frac{9-x}{4} - \frac{6x+2}{16}$

a) $2(x-3) + 5(x+1) = x + 29 \Rightarrow 2x - 6 + 5x + 5 = x + 29 \Rightarrow 2x + 5x - x = 6 - 5 + 29 \Rightarrow 6x = 30 \Rightarrow x = 5$

b) $\frac{x-3}{4} - \frac{2x-1}{8} = x + \frac{11}{8} \Rightarrow \frac{2(x-3)}{8} - \frac{2x-1}{8} = \frac{8x}{8} + \frac{11}{8} \Rightarrow \frac{2x-6}{8} - \frac{2x-1}{8} = \frac{8x}{8} + \frac{11}{8} \Rightarrow 2x-6-2x+1 = 8x+11 \Rightarrow -6+1-11 = 8x \Rightarrow -16 = 8x \Rightarrow x = -2$

c) $\frac{5-x}{2} - \frac{x+3}{6} = \frac{9-x}{4} - \frac{6x+2}{16} \Rightarrow \frac{24 \cdot (5-x)}{48} - \frac{8 \cdot (x+3)}{48} = \frac{12 \cdot (9-x)}{48} - \frac{3 \cdot (6x+2)}{48} \Rightarrow \frac{120-24x}{48} - \frac{8x+24}{48} = \frac{108-12x}{48} - \frac{18x+6}{48} \Rightarrow 120-24x-8x-24 = 108-12x-18x-6 \Rightarrow 120-24-108+6 = 24x+8x-12x-18x \Rightarrow -6 = 2x \Rightarrow x = -3$

3. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado.

a) $-2x^2 + 4x + 30 = 0$

b) $2x(x - 3) + 5(x + 1) = 7 - x$

c) $4x(2 - x) + x = 0$

a) $-2x^2 + 4x + 30 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 15 = 0 \Rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 60}}{2} = \frac{2 \pm 8}{2} = \begin{cases} 5 \\ -3 \end{cases}$

b) $2x(x - 3) + 5(x + 1) = 7 - x \Rightarrow 2x^2 - 6x + 5x + 5 = 7 - x \Rightarrow 2x^2 - 6x + 5x + 5 - 7 + x = 0 \Rightarrow 2x^2 - 2 = 0 \Rightarrow 2x^2 = 2 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$

c) $4x(2 - x) + x = 0 \Rightarrow 8x - 4x^2 + x = 0 \Rightarrow -4x^2 + 9x = 0 \Rightarrow x \cdot (-4x + 9) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ -4x + 9 = 0 \Rightarrow x = \frac{9}{4} \end{cases}$

4. Sin necesidad de resolverlas, indica el número de soluciones reales que tienen cada una de las siguientes ecuaciones de segundo grado.

a) $3x^2 + 5x - 10 = 0$

c) $3x^2 + 5x + 20 = 0$

b) $-9x^2 - 3x + 10 = 0$

d) $9x^2 - 30x + 25 = 0$

a) $3x^2 + 5x - 10 = 0 \Rightarrow D = 5^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-10) = 25 + 120 = 145 > 0$

Tiene dos soluciones reales.

b) $-9x^2 - 3x + 10 = 0 \Rightarrow D = (-3)^2 - 4 \cdot (-9) \cdot 10 = 9 + 360 = 369 > 0$

Tiene dos soluciones reales.

c) $3x^2 + 5x + 20 = 0 \Rightarrow D = 5^2 - 4 \cdot 3 \cdot 20 = 25 - 240 = -215 < 0$

No tiene solución real.

d) $9x^2 - 30x + 25 = 0 \Rightarrow D = (-30)^2 - 4 \cdot 9 \cdot 25 = 900 - 900 = 0$

Tiene una solución real.

5. Elena tiene 18 años y su madre 38. ¿Cuánto hace que la edad de la madre era exactamente el triple que la de la hija?

	Edad actual	Edad hace x años
Elena	18	$18 - x$
Madre	38	$38 - x$

$38 - x = 3 \cdot (18 - x) \Rightarrow 38 - x = 54 - 3x \Rightarrow -x + 3x = 54 - 38 \Rightarrow 2x = 16 \Rightarrow x = 8$

Hace 8 años la edad de la madre era exactamente el triple que la de su hija.

6. Resuelve cada uno de los siguientes sistemas mediante el método que se indica:

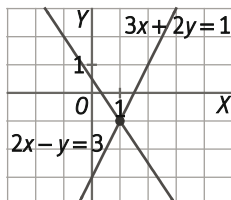
a) $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 3x + 2y = 1 \end{cases}$ (Gráfico)

c) $\begin{cases} -3x - 2y = -8 \\ 2x + 3y = 2 \end{cases}$ (Igualación)

b) $\begin{cases} 3x - 2y = 21 \\ 4x + y = 17 \end{cases}$ (Reducción)

d) $\begin{cases} 2x - 3y = 10 \\ 3x + 2y = 2 \end{cases}$ (Sustitución)

a) La solución del sistema es $(x = 1, y = -1)$.



b) La solución del sistema es $(x = 5, y = -3)$.

$$\begin{cases} 3x - 2y = 21 \\ 4x + y = 17 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 21 \\ 8x + 2y = 34 \end{cases} \Rightarrow x = 5 \Rightarrow 3 \cdot 5 - 2y = 21 \Rightarrow 15 - 21 = 2y \Rightarrow -6 = 2y \Rightarrow y = -3$$

c) La solución del sistema es $(x = 4, y = -2)$.

$$\begin{cases} -3x - 2y = -8 \\ 2x + 3y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{8-2y}{3} \\ x = \frac{2-3y}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{8-2y}{3} = \frac{2-3y}{2} \Rightarrow 16-4y = 6-9y \Rightarrow 5y = -10 \Rightarrow y = -2 \Rightarrow x = \frac{8+4}{3} = 4$$

d) La solución del sistema es $(x = 2, y = -2)$.

$$\begin{cases} 2x - 3y = 10 \\ 3x + 2y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{10+3y}{2} \\ 3x + 2y = 2 \end{cases} \Rightarrow 3 \cdot \left(\frac{10+3y}{2} \right) + 2y = 2 \Rightarrow \frac{30+9y}{2} + 2y = 2 \Rightarrow 30+9y+4y = 4 \Rightarrow 9y+4y = 4-30 \Rightarrow 13y = -26 \Rightarrow y = -2 \Rightarrow x = 2$$

7. Resuelve los sistemas:

a) $\begin{cases} 2(x+y) - 3(2x-y) = 14 \\ 5x - 4y = -13 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \frac{2x-y}{3} = \frac{x}{2} - y \\ x - \frac{y}{3} = \frac{5}{3} \end{cases}$

a) Se resuelve el sistema por el método de reducción.

$$\begin{cases} 2(x+y) - 3(2x-y) = 14 \\ 5x - 4y = -13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + 2y - 6x + 3y = 14 \\ 5x - 4y = -13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4x + 5y = 14 \\ 5x - 4y = -13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -20x + 25y = 70 \\ 20x - 16y = -52 \end{cases} \Rightarrow y = 2 \Rightarrow x = -1$$

La solución del sistema es $(x = -1, y = 2)$.

b) Se resuelve el sistema por el método de sustitución.

$$\begin{cases} \frac{2x-y}{3} = \frac{x}{2} - y \\ x - \frac{y}{3} = \frac{5}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x - 2y = 3x - 6y \\ 3x - y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x - 3x - 2y + 6y = 0 \\ 3x - y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + 4y = 0 \\ 3x - y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -4y \\ 3x - y = 5 \end{cases} \Rightarrow 3 \cdot (-4y) - y = 5 \Rightarrow -12y - y = 5 \Rightarrow -13y = 5 \Rightarrow y = -\frac{5}{13} \Rightarrow x = \frac{20}{13}$$

La solución del sistema es $\left(x = \frac{20}{13}, y = -\frac{5}{13} \right)$.

8. **Calcula dos números tales que la suma de la mitad del primero más la tercera parte del segundo dé como resultado 16 y que el doble del primero menos la mitad del segundo dé como resultado 42.**

Llamamos x al primer número e y al segundo.

$$\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 16 \\ 2x - \frac{y}{2} = 42 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 96 \\ 4x - y = 84 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 96 \\ y = 4x - 84 \end{cases} \Rightarrow 3x + 2(4x - 84) = 96 \Rightarrow 3x + 8x - 168 = 96 \Rightarrow 3x + 8x = 96 + 168 \\ \Rightarrow 11x = 264 \Rightarrow x = 24 \Rightarrow y = 12$$

Los números son 24 y 12.

9. **En un taller que arreglan ruedas hay 10 vehículos entre coches y motos. El total de ruedas que tienen estos vehículos, sin contar las de repuesto, es 32. ¿Cuántos coches y cuántas motos hay?**

Llamamos x al número de coches e y al número de motos.

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ 4x + 2y = 32 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 10 \\ 2x + y = 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 10 - x \\ y = 16 - 2x \end{cases} \Rightarrow 10 - x = 16 - 2x \Rightarrow -x + 2x = 16 - 10 \Rightarrow x = 6 \Rightarrow y = 4$$

En el taller hay 6 coches y 4 motos.