7 Sistemas de ecuaciones

1. Indica la ecuación lineal con dos incógnitas que representa cada caso.

a) La resta de dos números es igual a –5.

b) Tengo 11 € en monedas de 1 € y 2 €.

c) Hay 60 alumnos de excursión entre alumnos de 2.º y 3.º de ESO.

a) $x - y = -5$ **b)** $x + 2y = 11$ **c)** $x + y = 60$

2. Completa en tu cuaderno la tabla de soluciones correspondiente a cada una de las siguientes ecuaciones.

a) $3x + y = 7$

x	**0**	**1**	**2**	**–5**	●	●
y	●	●	●	●	**10**	**–2**

b) $x - 4y = 1$

x	**5**	**9**	**2**	●	**0**	●
y	●	●	●	**0**	●	**3**

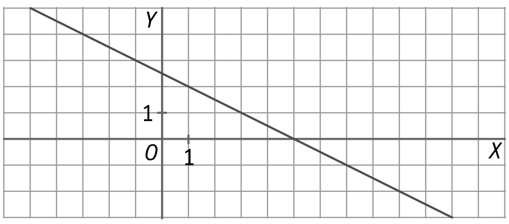
a) $3x + y = 7$

x	**0**	**1**	**2**	**–5**	–1	3
y	7	4	1	22	**10**	**–2**

b) $x - 4y = 1$

x	**5**	**9**	**2**	1	**0**	13
y	1	2	$\frac{1}{4}$	**0**	$-\frac{1}{4}$	**3**

3. Encuentra en la gráfica de $2x + 4y = 10$ tres soluciones con valores de x e y enteros. Comprueba que cumplen la ecuación.

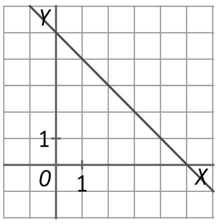


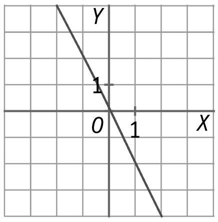
Respuesta modelo:

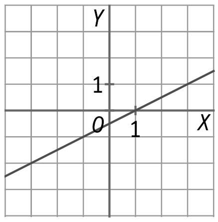
$(x = 1,\ y = 2) \Rightarrow 2 \cdot 1 + 4 \cdot 2 = 10$ $(x = 3,\ y = 1) \Rightarrow 2 \cdot 3 + 4 \cdot 1 = 10$ $(x = 5,\ y = 0) \Rightarrow 2 \cdot 5 + 4 \cdot 0 = 10$

4. Representa en una gráfica las soluciones de estas ecuaciones.

a) $x + y = 5$ **b)** $2x + y = 0$ **c)** $x - 2y = 1$

a)


b)


c)


5. Para una fiesta de carnaval se han comprado botellas de refrescos de 2 L y de 1,5 L. En total hay 29 L. ¿Cuántas botellas de cada tipo hay?

Si x son las botellas de 2 L e y las de 1,5 L, la ecuación es $2x + 1{,}5y = 29$.

Como x e y deben ser números naturales, las posibles soluciones son:

x	1	4	7	10	13
y	18	14	10	6	2

6. Actividad resuelta.

7. Indica cuáles de los siguientes sistemas son de ecuaciones lineales.

a) $\begin{cases} 3x + 11y = 67 \\ 5x - 3y = 5 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} x + 3\sqrt{y} = 14 \\ 2x - 3y = 4 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} -2x + y = \sqrt{9} \\ x - \sqrt{16}y = 8 \end{cases}$

a) Sí, es un sistema de ecuaciones lineales, ya que sus dos ecuaciones son de primer grado.

b) No es un sistema de ecuaciones lineales, ya que aparece $\sqrt{y}$ y, por tanto, no es de primer grado.

c) Sí, es un sistema de ecuaciones lineales, ya que sus dos ecuaciones son de primer grado: $\begin{cases} -2x + y = 3 \\ x - 4y = 8 \end{cases}$.

8. Indica las incógnitas, los coeficientes y los términos independientes de cada sistema.

a) $\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ 4x + 9y = 10 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} \dfrac{x}{2} = y \\ x - \dfrac{y}{3} = 5 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} \dfrac{3x}{4} + \dfrac{4y}{3} = 5 \\ x - 7y = -10 \end{cases}$

	Incógnitas	Coeficientes	Términos independientes
a)	x, y	2, 3, 4, 9	8, 10
b)	x, y	$\frac{1}{2}, -1, 1, \frac{-1}{3}$	0, 5
c)	x, y	$\frac{3}{4}, \frac{4}{3}, 1, -7$	5, –10

9. Indica si la pareja de valores es solución o no de cada sistema de ecuaciones.

a) $\begin{cases} 3x - y = 7 \\ 2x + 5y = 16 \end{cases}$ $\quad (x = 3,\ y = 2)$

b) $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x - \dfrac{2}{3}y = \dfrac{1}{2} \end{cases}$ $\quad (x = 3,\ y = -2)$

c) $\begin{cases} \dfrac{1}{2}x - 2y = -4 \\ 2x - \dfrac{y}{3} = 1 \end{cases}$ $\quad (x = -4,\ y = -27)$

a) $\begin{cases} 3 \cdot 3 - 2 = 9 - 2 = 7 \\ 2 \cdot 3 + 5 \cdot 2 = 6 + 10 = 16 \end{cases} \Rightarrow (x = 3,\ y = 2)$. Sí es solución.

b) $\begin{cases} 2 \cdot 3 - 2 = 6 - 2 = 4 \\ 3 - \dfrac{2}{3} \cdot (-2) = 3 + \dfrac{4}{3} = \dfrac{13}{3} \neq \dfrac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow (x = 3,\ y = -2)$. No es solución.

c) $\begin{cases} \dfrac{1}{2}(-4) - 2(-27) = -2 + 54 = 52 \neq -4 \\ 2(-4) - \dfrac{-27}{3} = -8 + 9 = 1 \end{cases} \Rightarrow (x = -4,\ y = -27)$. No es solución.

10. Indica qué sistemas son equivalentes a $\begin{cases} 3x + y = 10 \\ x + 3y = 6 \end{cases}$ con solución $(x = 3,\ y = 1)$.

A. $\begin{cases} 3x + y = 10 \\ 3x + 9y = 18 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} 3x + y = 10 \\ 2x + 4y = 16 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} \dfrac{3x}{2} + \dfrac{y}{2} = 5 \\ \dfrac{x}{2} - \dfrac{3y}{2} = 3 \end{cases}$

Es equivalente la opción A, ya que la segunda ecuación se obtiene al multiplicar por 3 la segunda ecuación original.

La opción B no es equivalente, ya que no se cumple la solución: $(2 \cdot 3 + 4 \cdot 1 = 10 \neq 16)$.

La opción C no es equivalente, porque no se cumple la solución: $\left(\dfrac{3}{2} - \dfrac{3 \cdot 1}{2} = 0 \neq 3\right)$.

11. Escribe dos sistemas equivalentes a $\begin{cases} 6x - 10y = 2 \\ 6x + 3y = 15 \end{cases}$, realizando las operaciones indicadas en cada caso.

a) Cambiando la segunda ecuación por la suma de ambas.

b) Cambiando la primera ecuación por el resultado de multiplicar la primera por 3 y sumarle el doble de la segunda.

a) $\begin{cases} 6x - 10y = 2 \\ (6x - 10y) + (6x + 3y) = 2 + 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x - 10y = 2 \\ 12x - 7y = 17 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3 \cdot (6x - 10y) + 2 \cdot (6x + 3y) = 3 \cdot 2 + 2 \cdot 15 \\ 6x + 3y = 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 30x - 24y = 36 \\ 6x + 3y = 15 \end{cases}$

12. Encuentra dos sistemas equivalentes a cada uno de los siguientes.

a) $\begin{cases} 3x - y = 7 \\ 2x + 5y = 16 \end{cases}$

b) $\begin{cases} -x + 9y = 5 \\ x + 5y = 9 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x - 3y = 3 \\ 12x + 24y = 72 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 30x - 10y = 70 \\ 2x + 5y = 16 \end{cases}$

Respuesta modelo:

a) $\begin{cases} 3x - y = 7 \\ 2x + 5y = 16 \end{cases} \xrightarrow{\cdot 5} \begin{cases} 15x - 5y = 35 \\ 2x + 5y = 16 \end{cases} \xrightarrow{\text{suma de ecuaciones}} \begin{cases} 17x = 51 \\ 2x + 5y = 16 \end{cases}$

b) $\begin{cases} -x + 9y = 5 \\ x + 5y = 9 \end{cases} \xrightarrow{\text{suma de ecuaciones}} \begin{cases} 14y = 14 \\ x + 5y = 9 \end{cases} \xrightarrow{\text{resta de ecuaciones}} \begin{cases} x - 9y = -5 \\ x + 5y = 9 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x - 3y = 3 \xrightarrow{:3} \\ 12x + 24y = 72 \end{cases} \begin{cases} x - y = 1 \\ 12x + 24y = 72 \xrightarrow{:12} \end{cases} \begin{cases} x - y = 1 \\ x + 2y = 6 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 30x - 10y = 70 \xrightarrow{:10} \\ 2x + 5y = 16 \end{cases} \begin{cases} 3x - y = 7 \\ 2x + 5y = 16 \xrightarrow{\text{suma de ecuaciones}} \end{cases} \begin{cases} 3x - y = 7 \\ 5x + 4y = 23 \end{cases}$

13. Relaciona cada sistema de la primera columna con su equivalente de la segunda e indica las operaciones realizadas.

A. $\begin{cases} x + y = 12 \\ x - y = 2 \end{cases}$

B. $\begin{cases} \dfrac{2x}{3} + 2y = 16 \\ x + y = 10 \end{cases}$

I. $\begin{cases} 2x + 6y = 48 \\ 3x + 7y = 58 \end{cases}$

II. $\begin{cases} \dfrac{x}{6} + \dfrac{y}{6} = 2 \\ 2x - 2y = 4 \end{cases}$

$\text{A.} - \text{II.} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 12 \xrightarrow{:6} \\ x - y = 2 \xrightarrow{\cdot 2} \end{cases} \begin{cases} \dfrac{x}{6} + \dfrac{y}{6} = 2 \\ 2x - 2y = 4 \end{cases}$

$\text{B.} - \text{I.} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{2x}{3} + 2y = 16 \xrightarrow{\cdot 3} \\ x + y = 10 \end{cases} \begin{cases} 2x + 6y = 48 \\ x + y = 10 \xrightarrow{\text{suma de ecuaciones}} \end{cases} \begin{cases} 2x + 6y = 48 \\ 3x + 7y = 58 \end{cases}$

14. Resuelve gráficamente los siguientes sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas e indica el número de soluciones que tiene cada uno.

a) $\begin{cases} 3x + y = 7 \\ -3x - y = 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + y = 9 \\ 4x + 2y = 18 \end{cases}$

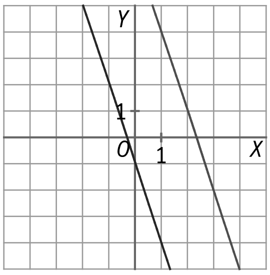
c) $\begin{cases} x + 2y = 2 \\ x + y = 4 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x - y = 1 \\ 3x - 3y = -3 \end{cases}$

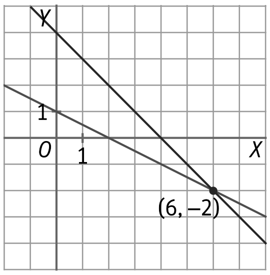
e) $\begin{cases} x - y = 1 \\ 3x - 3y = 3 \end{cases}$

f) $\begin{cases} 4x - 2y = 0 \\ x - y = 0 \end{cases}$

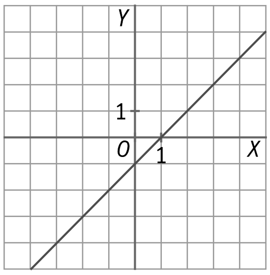
a) Sin solución



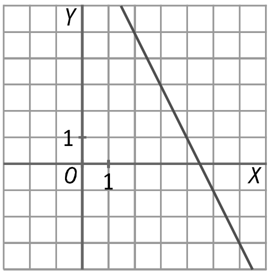
c) Solución única: $(x = 6,\ y = -2)$



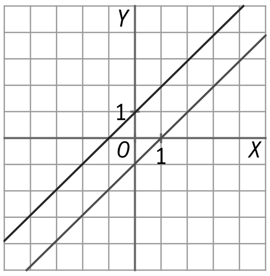
e) Infinitas soluciones



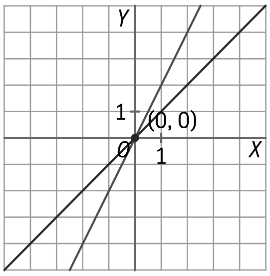
b) Infinitas soluciones



d) Sin solución



f) Solución única: $(x = 0,\ y = 0)$



15. Las soluciones de un sistema pueden no ser números enteros. Resuelve los siguientes sistemas gráficamente.

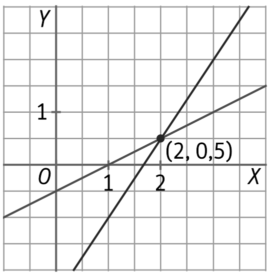
a) Gradúa ambos ejes de 0,5 en 0,5.

$$\begin{cases} x - 2y = 1 \\ -3x + 2y = -5 \end{cases}$$

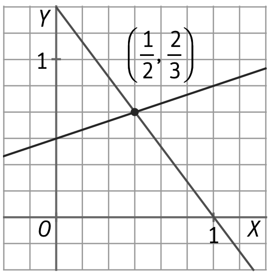
b) Gradúa cada eje de modo que cada unidad esté dividida en sextos.

$$\begin{cases} 4x + 3y = 4 \\ -2x + 6y = 3 \end{cases}$$

a) Solución: $(x = 2,\ y = 0{,}5)$



b) Solución: $\left(x = \frac{1}{2},\ y = \frac{2}{3}\right)$



16. **Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones lineales por el método de sustitución.**

a) $\begin{cases} x-3y=9 \\ 4x-3y=18 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} 4x-5y=-10 \\ 6x+y=2 \end{cases}$ **e)** $\begin{cases} 9x-2y=20 \\ 5x-6y=16 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 5x+y=4 \\ 9x-8y=17 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} 2x-3y=-1 \\ 5x-7y=-1 \end{cases}$ **f)** $\begin{cases} 3x-7y=5 \\ 2x+5y=13 \end{cases}$

a) Solución: $(x=3,\ y=-2)$

$$\begin{cases} x-3y=9 \Rightarrow x=9+3y \Rightarrow x=9+3\cdot(-2)=3 \\ 4x-3y=18 \Rightarrow 4(9+3y)-3y=18 \Rightarrow 36+12y-3y=18 \Rightarrow 9y=-18 \Rightarrow y=-2 \end{cases}$$

b) Solución: $(x=1,\ y=-1)$

$$\begin{cases} 5x+y=4 \Rightarrow y=4-5x \Rightarrow y=4-5=-1 \\ 9x-8y=17 \Rightarrow 9x-8(4-5x)=17 \Rightarrow 9x-32+40x=17 \Rightarrow 49x=49 \Rightarrow x=1 \end{cases}$$

c) Solución: $(x=0,\ y=2)$

$$\begin{cases} 4x-5y=-10 \Rightarrow 4x-5(2-6x)=-10 \Rightarrow 4x-10+30x=-10 \Rightarrow 34x=0 \Rightarrow x=0 \\ 6x+y=2 \Rightarrow y=2-6x \Rightarrow y=2-6\cdot 0=2 \end{cases}$$

d) Solución: $(x=4,\ y=3)$

$$\begin{cases} 2x-3y=-1 \Rightarrow x=\dfrac{3y-1}{2} \Rightarrow x=\dfrac{3\cdot 3-1}{2}=4 \\ 5x-7y=-1 \Rightarrow 5\dfrac{3y-1}{2}-7y=-1 \Rightarrow \dfrac{15y-5}{2}-\dfrac{14y}{2}=\dfrac{-2}{2} \Rightarrow 15y-5-14y=-2 \Rightarrow y=3 \end{cases}$$

e) Solución: $(x=2,\ y=-1)$

$$\begin{cases} 9x-2y=20 \Rightarrow y=\dfrac{9x-20}{2}=\dfrac{9\cdot 2-20}{2}=-1 \\ 5x-6y=16 \Rightarrow 5x-6\dfrac{9x-20}{2}=16 \Rightarrow 5x-27x+60=16 \Rightarrow x=2 \end{cases}$$

f) Solución: $(x=4,\ y=1)$

$$\begin{cases} 3x-7y=5 \Rightarrow x=\dfrac{7y+5}{3}=\dfrac{7\cdot 1+5}{3}=4 \\ 2x+5y=13 \Rightarrow 2\dfrac{7y+5}{3}+5y=13 \Rightarrow \dfrac{14}{3}y+\dfrac{10}{3}+\dfrac{15}{3}y=\dfrac{39}{3} \Rightarrow 14y+10+15y=39 \Rightarrow 29y=29 \Rightarrow y=1 \end{cases}$$

17. **Opera y resuelve cada uno de los sistemas siguientes por el método de sustitución.**

a) $\begin{cases} \dfrac{2x-3}{2}-\dfrac{6y+3}{6}=-2 \\ -9x+2y=11 \end{cases}$

c) $\begin{cases} \dfrac{2(6x-4)}{4}+\dfrac{3(y-1)}{6}=0 \\ 3(2x-y)-(6x+3y)=6 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2(1-x)-4(3y-2)=22 \\ -5x+7y=-7 \end{cases}$

d) $\begin{cases} -4x+3y=\dfrac{90+7x}{2} \\ 10x-6y=-78-2x \end{cases}$

a) Solución: $\left(x=-\dfrac{11}{7},\ y=-\dfrac{11}{7}\right)$

$$\begin{cases} \dfrac{2x-3}{2}-\dfrac{6y+3}{6}=-2 \\ -9x+2y=11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{6x-9}{6}-\dfrac{6y+3}{6}=\dfrac{-12}{6} \\ -9x+2y=11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x-6y=0 \\ -9x+2y=11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x-6y=0 \Rightarrow x=y \\ -9x+2y=11 \Rightarrow -7x=11 \Rightarrow x=-\dfrac{11}{7}=y \end{cases}$$

b) Solución: $(x=0,\ y=-1)$

$$\begin{cases} 2(1-x)-4(3y-2)=22 \\ -5x+7y=-7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2-2x-12y+8=22 \\ -5x+7y=-7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x-12y=12 \\ -5x+7y=-7 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=-\dfrac{12y}{2}-\dfrac{12}{2}=-6y-6 \Rightarrow x=-6(-1)-6=0 \\ -5x+7y=-7 \Rightarrow -5(-6y-6)+7y=-7 \Rightarrow 30y+30+7y=-7 \Rightarrow 37y=-37 \Rightarrow y=-1 \end{cases}$$

c) Solución: $(x=1,\ y=-1)$

$$\begin{cases} \dfrac{2(6x-4)}{4}+\dfrac{3(y-1)}{6}=0 \\ 3(2x-y)-(6x+3y)=6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{6x-4}{2}+\dfrac{y-1}{2}=0 \\ 6x-3y-6x-3y=6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x-4+y-1=0 \\ -6y=6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x+y=5 \Rightarrow 6x-1=5 \Rightarrow x=1 \\ -6y=6 \Rightarrow y=-1 \end{cases}$$

d) Solución: $(x=-4,\ y=5)$

$$\begin{cases} -4x+3y=\dfrac{90+7x}{2} \\ 10x-6y=-78-2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\dfrac{8x}{2}+\dfrac{6y}{2}=\dfrac{90+7x}{2} \\ 10x-6y=-78-2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -8x+6y=90+7x \\ 12x-6y=-78 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -15x+6y=90 \\ 12x-6y=-78 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -15x+6y=90 \\ 12x-6y=-78 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -5x+2y=30 \\ 2x-y=-13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -5x+2(2x+13)=30 \Rightarrow -5x+4x+26=30 \Rightarrow -x=4 \Rightarrow x=-4 \\ y=2x+13 \Rightarrow y=2(-4)+13=-8+13=5 \end{cases}$$

18. Resuelve los siguientes sistemas por igualación.

a) $\begin{cases} x+2y=6 \\ x-2y=2 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} x+y=7 \\ 5x-2y=7 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} 7x-2y=32 \\ 2x-7y=-23 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} 8x-2y=5 \\ 6x-5y=2 \end{cases}$

Comprueba los resultados gráficamente en el caso de los sistemas con solución entera.

a) Solución: $(x=4, y=1)$

$$\begin{cases} x+2y=6 \\ x-2y=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=6-2y \\ x=2+2y \end{cases} \Rightarrow 6-2y=2+2y \Rightarrow 4y=4 \Rightarrow y=1 \Rightarrow x=2+2\cdot 1=4$$

b) Solución: $(x=3, y=4)$

$$\begin{cases} x+y=7 \\ 5x-2y=7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=7-y \\ x=\dfrac{7+2y}{5} \end{cases} \Rightarrow 7-y=\frac{7+2y}{5} \Rightarrow 35-5y=7+2y \Rightarrow 7y=28 \Rightarrow y=4 \Rightarrow x=7-4=3$$

c) Solución: $(x=6, y=5)$

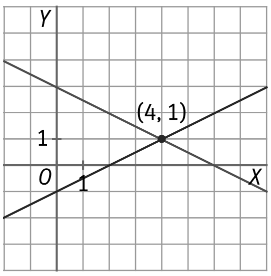
$$\begin{cases} 7x-2y=32 \\ 2x-7y=-23 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\dfrac{32+2y}{7} \\ x=\dfrac{7y-23}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{32+2y}{7}=\frac{7y-23}{2} \Rightarrow 64+4y=49y-161 \Rightarrow 45y=225 \Rightarrow y=5 \Rightarrow x=\frac{32+10}{7}=6$$

d) Solución: $\left(x=\dfrac{3}{4}, y=\dfrac{1}{2}\right)$

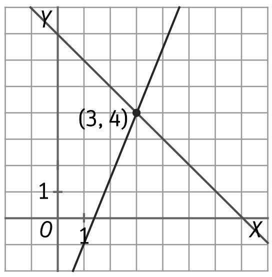
$$\begin{cases} 8x-2y=5 \\ 6x-5y=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=\dfrac{8x-5}{2} \\ y=\dfrac{6x-2}{5} \end{cases} \Rightarrow \frac{8x-5}{2}=\frac{6x-2}{5} \Rightarrow 40x-25=12x-4 \Rightarrow 28x=21 \Rightarrow x=\frac{3}{4} \Rightarrow y=\frac{8\cdot\frac{3}{4}-5}{2}=\frac{1}{2}$$

Comprobación mediante representación gráfica de los sistemas con solución entera:

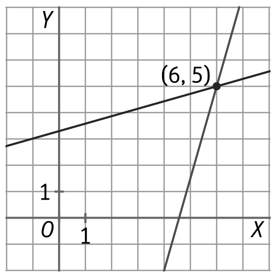
a)



b)



c)



19. **Resuelve por igualación los siguientes sistemas de dos formas distintas, primero despejando *x* y luego despejando *y*.**

a) $\begin{cases} 7x + 2y = 3 \\ 5x - 2y = 9 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 8x - 4y = 4 \\ 6x - 5y = 4 \end{cases}$

a) Solución: $(x = 1, y = -2)$

$$\begin{cases} 7x + 2y = 3 \\ 5x - 2y = 9 \end{cases} \Rightarrow x = \frac{3-2y}{7} = \frac{9+2y}{5} \Rightarrow 15 - 10y = 63 + 14y \Rightarrow 24y = -48 \Rightarrow y = \frac{-48}{24} = -2 \Rightarrow x = \frac{3-2(-2)}{7} = 1$$

$$\begin{cases} 7x + 2y = 3 \\ 5x - 2y = 9 \end{cases} \Rightarrow y = \frac{3-7x}{2} = \frac{5x-9}{2} \Rightarrow 3 - 7x = 5x - 9 \Rightarrow 12x = 12 \Rightarrow x = 1 \rightarrow y = \frac{3-7\cdot 1}{2} = -2$$

b) Solución: $\left(x = \frac{1}{4}, y = -\frac{1}{2}\right)$

$$\begin{cases} 8x - 4y = 4 \\ 6x - 5y = 4 \end{cases} \Rightarrow x = \frac{4y+4}{8} = \frac{5y+4}{6} \Rightarrow 24y + 24 = 40y + 32 \Rightarrow 16y = -8 \Rightarrow y = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{4\left(-\frac{1}{2}\right)+4}{8} = \frac{1}{4}$$

$$\begin{cases} 8x - 4y = 4 \\ 6x - 5y = 4 \end{cases} \Rightarrow y = \frac{8x-4}{4} = \frac{6x-4}{5} \Rightarrow 40x - 20 = 24x - 16 \Rightarrow 16x = 4 \Rightarrow x = \frac{1}{4} \Rightarrow y = \frac{8\cdot\frac{1}{4}-4}{4} = -\frac{1}{2}$$

20. **Resuelve el sistema $\begin{cases} 15x + 6y = 9 \\ -10x - 4y = -6 \end{cases}$ por el método de igualación. ¿Qué ocurre?**

$$\begin{cases} 15x + 6y = 9 \\ -10x - 4y = -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \dfrac{9-15x}{6} \\ y = \dfrac{9-15x}{6} = \dfrac{6-10x}{4} \end{cases} \Rightarrow \frac{9-15x}{6} = \frac{6-10x}{4} \Rightarrow 36 - 60x = 36 - 60x \Rightarrow 0 = 0$$

El sistema tiene infinitas soluciones.

21. **Resuelve los siguientes sistemas por el método de reducción.**

a) $\begin{cases} 3x-4y=5 \\ -2x+3y=-3 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 3x-4y=8 \\ -2x+3y=5 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} 10x-7y=-4 \\ 15x+11y=37 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} 6x-25y=-1 \\ 8x-5y=27 \end{cases}$

a) Solución: $(x=3, y=1)$

$$\begin{cases} 3x-4y=5 \xrightarrow{\cdot 2} \\ -2x+3y=-3 \xrightarrow{\cdot 3} \end{cases} \begin{cases} 6x-8y=10 \\ -6x+9y=-9 \end{cases} \Rightarrow y=1 \Rightarrow 3x-4\cdot 1=5 \Rightarrow 3x=9 \Rightarrow x=3$$

b) Solución: $(x=44, y=31)$

$$\begin{cases} 3x-4y=8 \xrightarrow{\cdot 2} \\ -2x+3y=5 \xrightarrow{\cdot 3} \end{cases} \begin{cases} 6x-8y=16 \\ -6x+9y=15 \end{cases} \Rightarrow y=31 \Rightarrow 3x-4\cdot 31=8 \Rightarrow 3x=132 \Rightarrow x=44$$

c) Solución: $(x=1, y=2)$

$$\begin{cases} 10x-7y=-4 \xrightarrow{\cdot (-3)} \\ 15x+11y=37 \xrightarrow{\cdot 2} \end{cases} \begin{cases} -30x+21y=12 \\ 30x+22y=74 \end{cases} \Rightarrow 43y=86 \Rightarrow y=2 \Rightarrow 10x-7\cdot 2=-4 \Rightarrow 10x=10 \Rightarrow x=1$$

d) Solución: $(x=4, y=1)$

$$\begin{cases} 6x-25y=-1 \\ 8x-5y=27 \xrightarrow{\cdot (-5)} \end{cases} \begin{cases} 6x-25y=-1 \\ -40x+25y=-135 \end{cases} \Rightarrow -34x=-136 \Rightarrow x=4 \Rightarrow 6\cdot 4-25y=-1 \Rightarrow 25y=25 \Rightarrow y=1$$

22. **Actividad resuelta.**

23. **Aplica el método de reducción para resolver cada sistema. Indica si no tienen solución, si tienen infinitas soluciones o si tienen solo una.**

a) $\begin{cases} 3x-4y=5 \\ -6x+8y=10 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 3x-4y=5 \\ -6x+8y=-10 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} -8x+12y=24 \\ 6x-9y=18 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} 16x-20y=-5 \\ -12x+15y=4 \end{cases}$

a) Sin solución.

$$\begin{cases} 3x-4y=5 \xrightarrow{\cdot 2} \\ -6x+8y=10 \end{cases} \begin{cases} 6x-8y=10 \\ -6x+8y=10 \end{cases} \Rightarrow 0=20$$

b) Infinitas soluciones.

$$\begin{cases} 3x-4y=5 \xrightarrow{\cdot 2} \\ -6x+8y=-10 \end{cases} \begin{cases} 6x-8y=10 \\ -6x+8y=-10 \end{cases} \Rightarrow 0=0$$

c) Sin solución.

$$\begin{cases} -8x+12y=24 \xrightarrow{\cdot 3} \\ 6x-9y=18 \xrightarrow{\cdot 4} \end{cases} \begin{cases} -24x+36y=72 \\ 24x-36y=72 \end{cases} \Rightarrow 0=144$$

d) Sin solución.

$$\begin{cases} 16x-20y=-5 \xrightarrow{\cdot 3} \\ -12x+15y=4 \xrightarrow{\cdot 4} \end{cases} \begin{cases} 48x-60y=-15 \\ -48x+60y=16 \end{cases} \Rightarrow 0=1$$

24. Resuelve los siguientes sistemas usando el método de reducción doble.

a) $\begin{cases} 2x-3y=1 \\ 3x+5y=1 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 3x-2y=-3 \\ 2x+4y=2 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} 12x-15y=-4 \\ 16x+10y=7 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} x-5y=-1 \\ 3x+7y=-2 \end{cases}$

a) Solución: $\left(x=\frac{8}{19}, y=-\frac{1}{19}\right)$

$$\begin{cases} 2x-3y=1 \xrightarrow{\cdot(-3)} \\ 3x+5y=1 \xrightarrow{\cdot 2} \end{cases} \begin{cases} -6x+9y=-3 \\ 6x+10y=2 \end{cases} \Rightarrow 19y=-1 \Rightarrow y=\frac{-1}{19}$$

$$\begin{cases} 2x-3y=1 \xrightarrow{\cdot 5} \\ 3x+5y=1 \xrightarrow{\cdot 3} \end{cases} \begin{cases} 10x-15y=5 \\ 9x+15y=3 \end{cases} \Rightarrow 19x=8 \Rightarrow x=\frac{8}{19}$$

b) Solución: $\left(x=-\frac{1}{2}, y=\frac{3}{4}\right)$

$$\begin{cases} 3x-2y=-3 \xrightarrow{\cdot(-2)} \\ 2x+4y=2 \xrightarrow{\cdot 3} \end{cases} \begin{cases} -6x+4y=6 \\ 6x+12y=6 \end{cases} \Rightarrow 16y=12 \Rightarrow y=\frac{12}{16}=\frac{3}{4}$$

$$\begin{cases} 3x-2y=-3 \xrightarrow{\cdot 2} \\ 2x+4y=2 \end{cases} \begin{cases} 6x-4y=-6 \\ 2x+4y=2 \end{cases} \Rightarrow 8x=-4 \Rightarrow x=\frac{-4}{8}=\frac{-1}{2}$$

c) Solución: $\left(x=\frac{13}{72}, y=\frac{37}{90}\right)$

$$\begin{cases} 12x-15y=-4 \xrightarrow{\cdot(-4)} \\ 16x+10y=7 \xrightarrow{\cdot 3} \end{cases} \begin{cases} -48x+60y=16 \\ 48x+30y=21 \end{cases} \Rightarrow 90y=37 \Rightarrow y=\frac{37}{90}$$

$$\begin{cases} 12x-15y=-4 \xrightarrow{\cdot 2} \\ 16x+10y=7 \xrightarrow{\cdot 3} \end{cases} \begin{cases} 24x-30y=-8 \\ 48x+30y=21 \end{cases} \Rightarrow 72x=13 \Rightarrow x=\frac{13}{72}$$

d) Solución: $\left(x=\frac{-17}{22}, y=\frac{1}{22}\right)$

$$\begin{cases} x-5y=-1 \xrightarrow{\cdot(-3)} \\ 3x+7y=-2 \end{cases} \begin{cases} -3x+15y=3 \\ 3x+7y=-2 \end{cases} \Rightarrow 22y=1 \Rightarrow y=\frac{1}{22}$$

$$\begin{cases} x-5y=-1 \xrightarrow{\cdot 7} \\ 3x+7y=-2 \xrightarrow{\cdot 5} \end{cases} \begin{cases} 7x-35y=-7 \\ 15x+35y=-10 \end{cases} \Rightarrow 22x=-17 \Rightarrow x=\frac{-17}{22}$$

25. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones lineales eliminando previamente paréntesis y denominadores.

a) $\begin{cases} \dfrac{x-3}{2}-\dfrac{y+1}{6}=-2 \\ -9x+2y=1 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 5(2x-1)-3(3y+2)=-1 \\ -4x+7y=-4 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} \dfrac{2(3x-1)}{3}+\dfrac{3(4y+1)}{4}=\dfrac{1}{12} \\ 3(2x-y)-5(x+4y)=6 \end{cases}$

a) Solución: $(x=1, y=5)$

$$\begin{cases} \dfrac{x-3}{2}-\dfrac{y+1}{6}=-2 \\ -9x+2y=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{3x-9}{6}-\dfrac{y+1}{6}=\dfrac{-12}{6} \\ -9x+2y=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x-y=-2 \xrightarrow{\cdot 2} \\ -9x+2y=1 \end{cases} \begin{cases} 6x-2y=-4 \\ -9x+2y=1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -3x=-3 \Rightarrow x=1 \Rightarrow 3\cdot 1-y=-2 \Rightarrow y=5$$

b) Solución: $(x=1, y=0)$

$$\begin{cases} 5(2x-1)-3(3y+2)=-1 \\ -4x+7y=-4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 10x-5-9y-6=-1 \\ -4x+7y=-4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 10x-9y=10 \xrightarrow{\cdot 2} \\ -4x+7y=-4 \xrightarrow{\cdot 5} \end{cases} \begin{cases} 20x-18y=20 \\ -20x+35y=-20 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 17y=0 \Rightarrow y=0 \Rightarrow 10x=10 \Rightarrow x=1$$

c) Solución: $\left(x=\dfrac{18}{49}, y=-\dfrac{12}{49}\right)$

$$\begin{cases} \dfrac{2(3x-1)}{3}+\dfrac{3(4y+1)}{4}=\dfrac{1}{12} \\ 3(2x-y)-5(x+4y)=6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{24x-8}{12}+\dfrac{36y+9}{12}=\dfrac{1}{12} \\ 6x-3y-5x-20y=6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 24x+36y=0 \\ x-23y=6 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 24x+36y=0 \xrightarrow{:12} \\ x-23y=6 \xrightarrow{\cdot(-2)} \end{cases} \begin{cases} 2x+3y=0 \\ -2x+46y=-12 \end{cases} \Rightarrow 49y=-12 \Rightarrow y=\dfrac{-12}{49} \Rightarrow 2x+3\cdot\left(\dfrac{-12}{49}\right)=0 \Rightarrow x=\dfrac{18}{49}$$

26. La suma de dos números es 14. Añadiendo 1 al mayor se obtiene el doble del menor. ¿Cuáles son los dos números?

Llamamos *x* al número mayor e *y* al menor.

$$\begin{cases} x+y=14 \\ x+1=2y \end{cases} \Rightarrow x=14-y=2y-1 \Rightarrow 15=3y \Rightarrow y=5 \Rightarrow x=14-5=9$$

Comprobamos que $9+5=14$ y que $9+1=10=2\cdot 5$.

Los números son 9 y 5.

27. Hace dos años, la edad de Ana era la quinta parte de la edad de su padre. Dentro de siete años, sus edades sumarán 66 años. Calcula sus edades actuales.

Llamamos *x* a la edad de Ana e *y* a la de su padre.

$$\begin{cases} x-2=\dfrac{y-2}{5} \\ (x+7)+(y+7)=66 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x-10=y-2 \\ x+y=52 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x-y=8 \\ x+y=52 \end{cases} \Rightarrow 6x=60 \Rightarrow x=10 \Rightarrow 10+y=52 \Rightarrow y=42$$

Ana tiene 10 años, y su padre, 42. Hace dos años, Ana tenía $10-2=8$, y su padre, $40=5\cdot 8$. Dentro de siete años tendrán $10+7=17$ y $42+7=49$, que suman $17+49=66$.

28. Tengo monedas en dos huchas. En total tengo 24 monedas. Si paso 5 monedas de una hucha a otra, tendré las mismas en ambas huchas. ¿Cuántas monedas hay en cada hucha?

Llamamos x a la cantidad de monedas de la hucha que tiene más e y a la cantidad de monedas de la otra hucha.

$$\begin{cases} x+y=24 \\ x-5=y+5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=24 \\ x-y=10 \end{cases} \Rightarrow 2x=34 \Rightarrow x=17 \Rightarrow 17+y=24 \Rightarrow y=7$$

En una hucha hay 17 monedas, y en la otra hay 7. Si se pasan 5 de la primera a la segunda, habrá $17-5=7+5=12$ monedas en cada hucha.

29. En una churrería venden churros y porras. Miguel ha comprado 15 churros y 12 porras para sus compañeros, por los que ha pagado en total 6,60 €. Después ha recordado que hoy venían algunos invitados, y ha comprado 5 churros y 7 porras más, que le han costado 3,10 €. Calcula el precio de un churro y el de una porra.

Llamamos x al precio de un churro e y al de una porra.

$$\begin{cases} 15x+12y=6,6 \xrightarrow{:(-3)} \\ 5x+7y=3,1 \end{cases} \begin{cases} -5x-4y=-2,2 \\ 5x+7y=3,1 \end{cases} \Rightarrow 3y=0,9 \Rightarrow y=0,3 \Rightarrow 5x+7\cdot 0,3=3,1 \Rightarrow x=0,2$$

Cada churro cuesta 0,20 €, y cada porra, 0,30 €. Lo comprobamos: $\begin{cases} 15\cdot 0,2+12\cdot 0,3=3+3,6=6,6 \\ 5\cdot 0,2+7\cdot 0,3=1+2,1=3,1 \end{cases}$

30. Un vendedor mezcla dos variedades de café. El kilo de la primera variedad cuesta 3,60 €, y el kilo de la segunda cuesta la mitad. Quiere preparar en total 20 kg de mezcla y que le salga a 2,43 €/kg. ¿Qué cantidad debe poner de cada variedad?

Llamamos x a la cantidad de café de 3,60 €/kg e y a la cantidad de café de 2,43 €/kg.

$$\begin{cases} x+y=20 \\ 3,6x+1,8y=20\cdot 2,43 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=20 \xrightarrow{\cdot(-1,8)} \\ 3,6x+1,8y=48,6 \end{cases} \begin{cases} -1,8x-1,8y=-36 \\ 3,6x+1,8y=48,6 \end{cases} \Rightarrow 1,8x=12,6 \Rightarrow x=7 \Rightarrow 7+y=20 \Rightarrow y=13$$

Pondrá 7 kg de café de 3,60 €/kg y 13 kg de café de 2,43 €/kg. Le costarán $3,6\cdot 7+1,8\cdot 13=25,2+23,4=48,60$ €.

31. Para elaborar un chocolate se mezcla cacao al 90 % de pureza con otro más suave, al 50 %. Se quiere conseguir un kilo de chocolate que tenga una pureza del 75 %. ¿Qué cantidad hay que poner de cada variedad?

Llamamos x a la cantidad de cacao al 90 % e y a la cantidad de cacao al 50 %.

$$\begin{cases} x+y=1 \\ 0,9x+0,5y=0,75 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=1-x \\ 0,9x+0,5(1-x)=0,75 \Rightarrow 0,9x+0,5-0,5x=0,75 \Rightarrow 0,4x=0,25 \Rightarrow x=0,625 \Rightarrow y=1-0,625=0,375 \end{cases}$$

Se necesitan 625 g de cacao al 90 % y 375 g de cacao al 50 %.

32. Los habitantes del planeta *X* tienen seis ojos, tres en cada cabeza. Los habitantes del planeta *Y* solo tienen cuatro ojos y una cabeza. En una convención entre habitantes de ambos planetas pudimos contar 34 cabezas y 114 ojos. ¿Cuántos habitantes había de cada planeta?

Llamamos x al número de habitantes del planeta X e y al número de habitantes del planeta Y.

$$\begin{cases} 2x+y=34 \xrightarrow{\cdot(-2)} \\ 6x+4y=114 \xrightarrow{:2} \end{cases} \begin{cases} -4x-2y=-68 \\ 3x+2y=57 \end{cases} \Rightarrow -x=-11 \Rightarrow x=11 \Rightarrow 2\cdot 11+y=34 \Rightarrow y=12$$

Hay 11 habitantes del planeta X y 12 del planeta Y.

Suman $11\cdot 2+12=34$ cabezas y $11\cdot 6+12\cdot 4=66+48=114$ ojos.

33. Halla el valor de la incógnita que falta en las siguientes ecuaciones.

a) $3x + y = 7$, si $x = 4$

b) $x - 8y = 3$, si $x = 5$

c) $6x - 7y = 13$, si $x = 1$

d) $4x + 7y = 5$, si $x = \frac{-2}{3}$

a) $3 \cdot 4 + y = 7 \Rightarrow 12 + y = 7 \Rightarrow y = -5$

b) $5 - 8y = 3 \Rightarrow -8y = -2 \Rightarrow y = \frac{1}{4}$

c) $6 \cdot 1 - 7y = 13 \Rightarrow 7y = 7 \Rightarrow y = -1$

d) $4 \cdot \frac{-2}{3} + 7y = 5 \Rightarrow -8 + 21y = 15 \Rightarrow 21y = 23 \Rightarrow y = \frac{23}{21}$

34. Completa en tu cuaderno la tabla correspondiente a cada una de las siguientes ecuaciones.

a) $3x + 2y = 5$

x	1	–1	3	2	•	•
y	•	•	•	•	4	2

b) $2x - 3y = -2$

x	1	•	2	5	•	•
y	•	0	•	•	2	–2

c) $\frac{x}{2} + y = 6$

x	•	0	2	8	•	20
y	8	•	•	•	0	•

a) $3x + 2y = 5$

x	1	–1	3	2	–1	$\frac{1}{3}$
y	1	4	–2	$-\frac{1}{2}$	4	2

b) $2x - 3y = -2$

x	1	–1	2	5	2	–4
y	$\frac{4}{3}$	0	2	4	2	–2

c) $\frac{x}{2} + y = 6$

x	–4	0	2	8	12	20
y	8	6	5	2	0	–4

35. **Construye la tabla de valores correspondiente a cada ecuación.**

a) $-3x + y = 6$ **c)** $2x + 2y = 8$ **e)** $x - \frac{1}{2}y = 4$

b) $5x - y = 0$ **d)** $x + 2y = 1$ **f)** $5x - 4y = 9$

a) $-3x + y = 6$

x	–2	–1	0	1	2
y	0	3	6	9	12

d) $x + 2y = 1$

x	–2	–1	0	1	2
y	$\frac{3}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$

b) $5x - y = 0$

x	–2	–1	0	1	2
y	–10	–5	0	5	10

e) $x - \frac{1}{2}y = 4$

x	–2	–1	0	1	2
y	–12	–10	–8	–6	–4

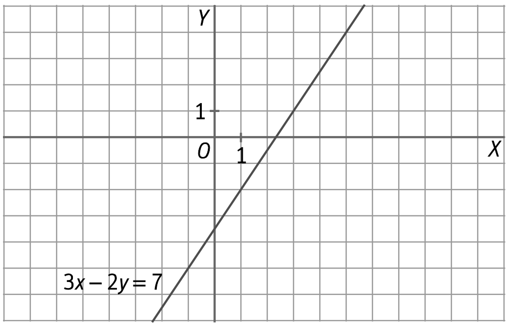
c) $2x + 2y = 8$

x	–2	–1	0	1	2
y	6	5	4	3	2

f) $5x - 4y = 9$

x	–2	–1	0	1	2
y	$-\frac{19}{4}$	$-\frac{14}{4}$	$-\frac{9}{4}$	–1	$\frac{1}{4}$

36. **A partir de la gráfica de $3x - 2y = 7$, encuentra tres soluciones con valores de x e y enteros. Comprueba que cumplen la ecuación.**



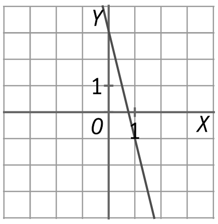
Respuesta modelo: $(-1, -5)$, $(1, -2)$ y $(3, 1)$.

$3 \cdot (-1) - 2 \cdot (-5) = -3 + 10 = 7$ $3 \cdot 1 - 2 \cdot (-2) = 3 + 4 = 7$ $3 \cdot 3 - 2 \cdot 1 = 9 - 2 = 7$

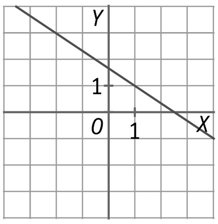
37. Representa gráficamente las soluciones de las siguientes ecuaciones.

a) $4x + y = 3$ **b)** $3x - y = -3$ **c)** $2x + 3y = 5$ **d)** $5x - 4y = 9$

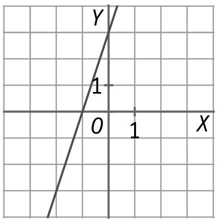
a) $4x + y = 3$



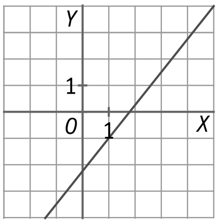
c) $2x + 3y = 5$



b) $3x - y = -3$



d) $5x - 4y = 9$



38. Indica cuáles de los siguientes sistemas son de ecuaciones lineales.

a) $\begin{cases} 2xy + 5y = 14 \\ x - 4xy = 25 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} y - 9x = 11 \\ 7y + 3x = 4 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} x + 8 = 14 \\ 2x - 5y = -8 \end{cases}$

a) No es un sistema de ecuaciones lineales, ya que ninguna de las ecuaciones es de primer grado al aparecer el producto de las dos incógnitas.

b) Sí, es un sistema de ecuaciones lineales, ya que sus dos ecuaciones son de primer grado.

c) Sí, es un sistema de ecuaciones lineales, ya que sus dos ecuaciones son de primer grado.

39. Indica las incógnitas, los coeficientes y los términos independientes de los sistemas de ecuaciones.

a) $\begin{cases} -5x + 3y = -11 \\ 4x - 3y = 10 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 2x + \dfrac{6}{7}y = 13 \\ \dfrac{x}{3} - y = -9 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} \dfrac{y}{4} = 3 \\ 3x = 6 - \dfrac{y}{3} \end{cases}$

	Incógnitas	Coeficientes	Términos independientes
a)	x, y	–5, 3, 4, –3	–11, 10
b)	x, y	$2, \frac{6}{7}, \frac{1}{3}, -1$	13, –9
c)	x, y	$0, \frac{1}{4}, 3, \frac{1}{3}$	3, 6

40. Comprueba si los siguientes pares de valores son solución del sistema de ecuaciones $\begin{cases} 2x - 8y = 4 \\ -4x + y = 7 \end{cases}$.

a) $(x = 4,\ y = 0)$ **b)** $(x = 2,\ y = 0)$ **c)** $(x = -2,\ y = -1)$ **d)** $(x = 6,\ y = 1)$

a) $\begin{cases} 2\cdot 4 - 8\cdot 0 = 8 \neq 4 \\ -4\cdot 4 + 0 = -16 \neq 7 \end{cases}$ $(x = 4,\ y = 0)$ No es solución.

b) $\begin{cases} 2\cdot 2 - 8\cdot 0 = 4 \\ -4\cdot 2 + 0 = -8 \neq 7 \end{cases}$ $(x = 2,\ y = 0)$ No es solución.

c) $\begin{cases} 2(-2) - 8(-1) = -4 + 8 = 4 \\ -4(-2) + (-1) = 8 - 1 = 7 \end{cases}$ $(x = -2,\ y = -1)$ Sí es solución.

d) $\begin{cases} 2\cdot 6 - 8\cdot 1 = 12 - 8 = 4 \\ -4\cdot 6 + 1 = -24 + 1 = -23 \neq 7 \end{cases}$ $(x = 6,\ y = 1)$ No es solución

41. Actividad resuelta.

42. Copia y completa en tu cuaderno los siguientes sistemas, de forma que la solución sea $(x = 3,\ y = -2)$.

a) $\begin{cases} 5x - 2y = \bullet \\ 4x + y = \bullet \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} x + \bullet y = -5 \\ \bullet x - 3y = 27 \end{cases}$

a) $\begin{cases} 5\cdot 3 - 2(-2) = 15 + 4 = 19 \\ 4\cdot 3 + (-2) = 12 - 2 = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x - 2y = 19 \\ 4x + y = 10 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3 + \bullet(-2) = -5 \Rightarrow \bullet = \dfrac{-5-3}{-2} = \dfrac{-8}{-2} = 4 \\ \bullet\cdot 3 - 3(-2) = 27 \Rightarrow \bullet = \dfrac{27-6}{3} = \dfrac{21}{3} = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + 4y = -5 \\ 7x - 3y = 27 \end{cases}$

43. Encuentra un sistema de ecuaciones lineales equivalente a cada uno de los siguientes.

a) $\begin{cases} 12x + 16y = 20 \\ -3x - 6y = -9 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} -10x + 15y = -25 \\ x = 2y - 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + y = 2 \\ -2x + y = -2 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} \dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{3} = 1 \\ 4(x-1) - 2y = 7 \end{cases}$

a) $\begin{cases} 12x + 16y = 20 \xrightarrow{:4} \\ -3x - 6y = -9 \xrightarrow{:(-3)} \end{cases} \begin{cases} 3x + 4y = 5 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$

c) $\begin{cases} -10x + 15y = -25 \xrightarrow{:(-5)} \\ x = 2y - 1 \end{cases} \begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ x = 2y - 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + y = 2 \\ -2x + y = -2 \xrightarrow{\text{suma de ecuaciones}} \end{cases} \begin{cases} 2x + y = 2 \\ 2y = 0 \end{cases}$

d) $\begin{cases} \dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{3} = 1 \xrightarrow{\cdot 6} \\ 4(x-1) - 2y = 7 \end{cases} \begin{cases} 3x + 2y = 6 \\ 4(x-1) - 2y = 7 \end{cases}$

44. Indica qué operaciones se han realizado en cada sistema de ecuaciones para obtener el equivalente.

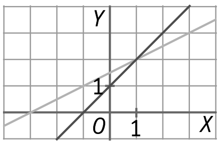
a) $\begin{cases} 12x - 36y = 12 \\ 3x - 7y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - 3y = 1 \\ 6x - 14y = 10 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 8x - 5y = 5 \\ 9x + 4y = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{8x}{5} - y = 1 \\ 17x - y = 1 \end{cases}$

a) $\begin{cases} 12x - 36y = 12 \xrightarrow{:12} \\ 3x - 7y = 5 \xrightarrow{\cdot 2} \end{cases} \begin{cases} x - 3y = 1 \\ 6x - 14y = 10 \end{cases}$

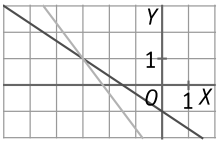
b) $\begin{cases} 8x - 5y = 5 \xrightarrow{:5} \\ 9x + 4y = -4 \xrightarrow{\text{suma de ecuaciones}} \end{cases} \begin{cases} \dfrac{8x}{5} - y = 1 \\ 17x - y = 1 \end{cases}$

45. Escribe la solución de los siguientes sistemas de ecuaciones.

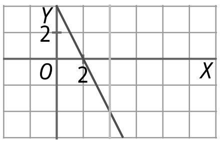
a)



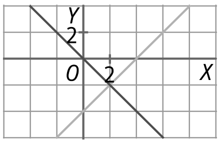
b)



c)



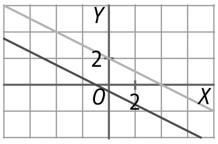
d)



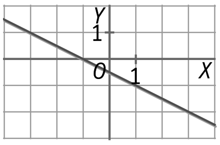
a) $(x = 1,\ y = 2)$ **b)** $(x = -3,\ y = 1)$ **c)** $(x = 4,\ y = -4)$ **d)** $(x = 2,\ y = -2)$

46. Indica de qué tipo son los siguientes sistemas de ecuaciones.

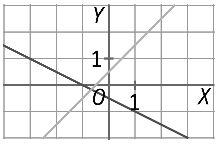
a)



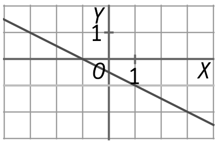
b)



c)



d)

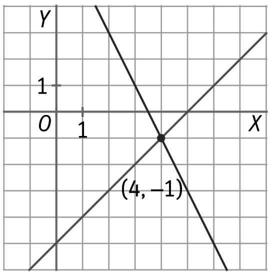


a) Sin solución **b)** Infinitas soluciones **c)** Solución única **d)** Solución única

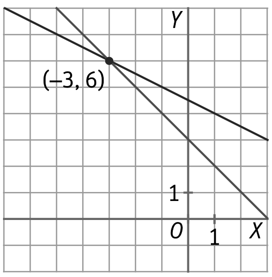
47. Resuelve gráficamente los siguientes sistemas de ecuaciones.

a) $\begin{cases} \mathbf{2x + y = 7} \\ \mathbf{x - y = 5} \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} \mathbf{x + y = 3} \\ \mathbf{x + 2y = 9} \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} \mathbf{x + 2y = 3} \\ \mathbf{x - y = -3} \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} \mathbf{2x - 3y = 0} \\ \mathbf{x - y = 1} \end{cases}$

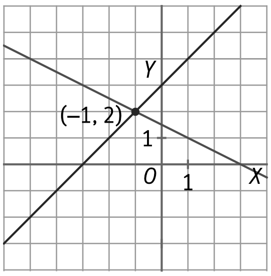
a) Solución: $(x = 4,\ y = -1)$



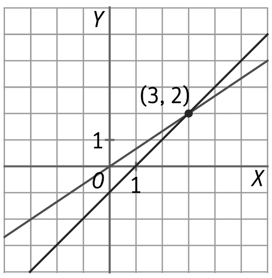
b) Solución: $(x = -3,\ y = 6)$



c) Solución: $(x = -1,\ y = 2)$



d) Solución: $(x = 3,\ y = 2)$



48. **Actividad resuelta.**

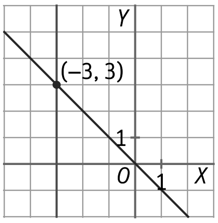
49. **Encuentra la solución de los siguientes sistemas y compruébala gráficamente.**

a) $\begin{cases} x = -3 \\ x + y = 0 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x = 6 \\ -x + 3y = 3 \end{cases}$ e) $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ y = -1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} y = 4 \\ -3x + y = -2 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x = 1 \\ y = -3 \end{cases}$ f) $\begin{cases} x = -4 \\ -x - y = 1 \end{cases}$

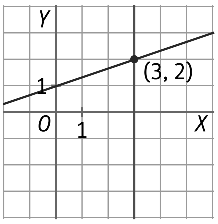
a) Solución: $(x = -3,\ y = 3)$

$\begin{cases} x = -3 \\ x + y = 0 \Rightarrow -3 + y = 0 \Rightarrow y = 3 \end{cases}$



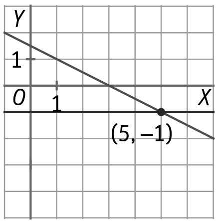
c) Solución: $(x = 3,\ y = 2)$

$\begin{cases} 2x = 6 \Rightarrow x = 3 \\ -3 + 3y = 3 \Rightarrow y = 2 \end{cases}$



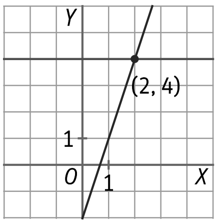
e) Solución: $(x = 5,\ y = -1)$

$\begin{cases} x + 2(-1) = 3 \Rightarrow x = 5 \\ y = -1 \end{cases}$



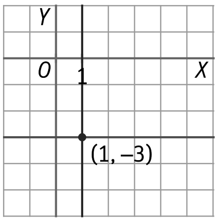
b) Solución: $(x = 2,\ y = 4)$

$\begin{cases} y = 4 \\ -3x + 4 = -2 \Rightarrow x = 2 \end{cases}$



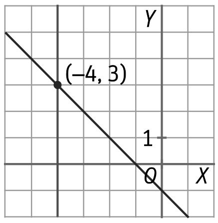
d) Solución: $(x = 1,\ y = -3)$

$\begin{cases} x = 1 \\ y = -3 \end{cases}$

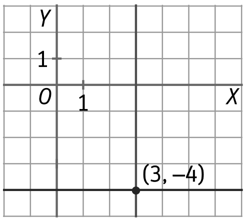


f) Solución: $(x = -4,\ y = 3)$

$\begin{cases} x = -4 \\ -(-4) - y = 1 \Rightarrow y = 3 \end{cases}$



50. **Resuelve gráficamente el sistema** $\begin{cases} 2x = 6 \\ 3y = -12 \end{cases}$**. ¿Cómo son las rectas que aparecen?**



Las rectas son paralelas a los ejes de coordenadas.

51. Resuelve los siguientes sistemas utilizando el método de sustitución.

a) $\begin{cases} x - y = 4 \\ 3x - y = 7 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 3x - y = 19 \\ 2x + 7y = 5 \end{cases}$ e) $\begin{cases} 2x - 4y = 10 \\ -3x + 6y = -15 \end{cases}$ g) $\begin{cases} x - 6y = 0 \\ 10x - 21y = 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x - 4y = 5 \\ 2x - 8y = 6 \end{cases}$ d) $\begin{cases} -10x + 3y = -2 \\ 4x - y = 8 \end{cases}$ f) $\begin{cases} 4x - 2y = 8 \\ 5x + 3y = -1 \end{cases}$ h) $\begin{cases} 12x - 36y = 24 \\ 3x - 7y = 6 \end{cases}$

a) Solución: $(x = \frac{3}{2}, y = \frac{-5}{2})$

$$\begin{cases} x - y = 4 \Rightarrow x - 4 = y \\ 3x - y = 7 \Rightarrow 3x - (x - 4) = 7 \Rightarrow 3x - x + 4 = 7 \Rightarrow 2x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \Rightarrow y = \frac{3}{2} - 4 = \frac{-5}{2} \end{cases}$$

b) Sin solución

$$\begin{cases} x - 4y = 5 \Rightarrow x = 5 + 4y \\ 2x - 8y = 6 \Rightarrow 2(5 + 4y) - 8y = 6 \Rightarrow 10 + 8y - 8y = 6 \Rightarrow 10 = 6 \end{cases}$$

c) Solución: $(x = 6,\ y = -1)$

$$\begin{cases} 3x - y = 19 \Rightarrow y = 3x - 19 \\ 2x + 7y = 5 \Rightarrow 2x + 7(3x - 19) = 5 \Rightarrow 2x + 21x - 133 = 5 \Rightarrow 23x = 138 \Rightarrow x = 6 \Rightarrow y = 3 \cdot 6 - 19 = -1 \end{cases}$$

d) Solución: $(x = 11,\ y = 36)$

$$\begin{cases} -10x + 3y = -2 \Rightarrow -10x + 3(4x - 8) = -2 \Rightarrow -10x + 12x - 24 = -2 \Rightarrow 2x = 22 \Rightarrow x = 11 \Rightarrow y = 4 \cdot 11 - 8 = 36 \\ 4x - y = 8 \Rightarrow y = 4x - 8 \end{cases}$$

e) Infinitas soluciones

$$\begin{cases} 2x - 4y = 10 \Rightarrow x = \dfrac{10 + 4y}{2} = 5 + 2y \\ -3x + 6y = -15 \Rightarrow -3(5 + 2y) + 6y = -15 \Rightarrow -15 - 6y + 6y = -15 \Rightarrow -15 = -15 \end{cases}$$

f) Solución: $(x = 1,\ y = -2)$

$$\begin{cases} 4x - 2y = 8 \Rightarrow y = \dfrac{4x - 8}{2} = 2x - 4 \\ 5x + 3y = -1 \Rightarrow 5x + 3(2x - 4) = -1 \Rightarrow 5x + 6x - 12 = -1 \Rightarrow 11x = 11 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = 2 \cdot 1 - 4 = -2 \end{cases}$$

g) Solución: $(x = 0,\ y = 0)$

$$\begin{cases} x - 6y = 0 \Rightarrow x = 6y \\ 10x - 21y = 0 \Rightarrow 10 \cdot 6y - 21y = 0 \Rightarrow 60y - 21y = 0 \Rightarrow 39y = 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow x = 6 \cdot 0 = 0 \end{cases}$$

h) Solución: $(x = 2,\ y = 0)$

$$\begin{cases} 12x - 36y = 24 \Rightarrow x = \dfrac{24 + 36y}{12} \Rightarrow x = 2 + 3y \\ 3x - 7y = 6 \Rightarrow 3(2 + 3y) - 7y = 6 \Rightarrow 6 + 9y - 7y = 6 \Rightarrow 2y = 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow x = 2 + 3 \cdot 0 = 2 \end{cases}$$

52. Resuelve por el método de sustitución los sistemas siguientes.

a) $\begin{cases} 6x-5y=7 \\ -3x+2y=6 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} 3x-5y=-1 \\ -2x+2y=5 \end{cases}$ **e)** $\begin{cases} 4x-3y=9 \\ -2x+6y=6 \end{cases}$ **g)** $\begin{cases} 20x-13y=1 \\ -4x+3y=6 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x-2y=1 \\ -4x+2y=2 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} -8x+5y=-2 \\ 6x-7y=8 \end{cases}$ **f)** $\begin{cases} 2x-4y=7 \\ -3x+5y=6 \end{cases}$ **h)** $\begin{cases} 12x-18y=30 \\ 27x+9y=18 \end{cases}$

Comprueba gráficamente las soluciones de los sistemas con valores de *x* e *y* enteros.

a) Solución: $\left(x=\frac{-44}{3}, y=-19\right)$

$$\begin{cases} 6x-5y=7 \Rightarrow 6x-5\cdot\frac{6+3x}{2}=7 \Rightarrow 12x-30-15x=14 \Rightarrow x=\frac{-44}{3} \Rightarrow y=\frac{6+3\cdot\frac{-44}{3}}{2}=-19 \\ -3x+2y=6 \Rightarrow y=\frac{6+3x}{2} \end{cases}$$

b) Solución: $(x=-3, y=-5)$

$$\begin{cases} 3x-2y=1 \Rightarrow 3x-2(2x+1)=1 \Rightarrow 3x-4x-2=1 \Rightarrow x=-3 \Rightarrow y=2\cdot(-3)+1=-5 \\ -4x+2y=2 \Rightarrow y=2x+1 \end{cases}$$

c) Solución: $\left(x=\frac{-23}{4}, y=\frac{-13}{4}\right)$

$$\begin{cases} 3x-5y=-1 \Rightarrow 3x-5\cdot\frac{5+2x}{2}=-1 \Rightarrow 6x-25-10x=-2 \Rightarrow x=\frac{-23}{4} \Rightarrow y=\frac{5+2\cdot\frac{-23}{4}}{2}=\frac{-13}{4} \\ -2x+2y=5 \Rightarrow y=\frac{5+2x}{2} \end{cases}$$

d) Solución: $(x=-1, y=-2)$

$$\begin{cases} -8x+5y=-2 \Rightarrow y=\frac{8x-2}{5} \\ 6x-7y=8 \Rightarrow 6x-7\cdot\frac{8x-2}{5}=8 \Rightarrow 30x-56x+14=40 \Rightarrow x=-1 \Rightarrow y=\frac{8\cdot(-1)-2}{5}=-2 \end{cases}$$

e) Solución: $\left(x=4, y=\frac{7}{3}\right)$

$$\begin{cases} 4x-3y=9 \Rightarrow 4\cdot(3y-3)-3y=9 \Rightarrow 12y-12-3y=9 \Rightarrow y=\frac{7}{3} \Rightarrow x=3\cdot\frac{7}{3}-3=4 \\ -2x+6y=6 \Rightarrow x=3y-3 \end{cases}$$

f) Solución: $\left(x=\frac{-59}{2}, y=\frac{-33}{2}\right)$

$$\begin{cases} 2x-4y=7 \Rightarrow x=\frac{4y+7}{2} \\ -3x+5y=6 \Rightarrow -3\cdot\frac{4y+7}{2}+5y=6 \Rightarrow -12y-21+10y=12 \Rightarrow y=\frac{-33}{2} \Rightarrow x=\frac{4\cdot\frac{-33}{2}+7}{2}=\frac{-59}{2} \end{cases}$$

g) Solución: $\left(x=\frac{81}{8}, y=\frac{31}{2}\right)$

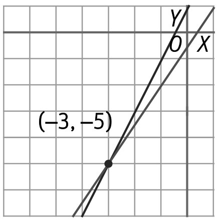
$$\begin{cases} 20x-13y=1 \Rightarrow 20x-13\cdot\frac{4x+6}{3}=1 \Rightarrow 60x-52x-78=3 \Rightarrow x=\frac{81}{8} \Rightarrow y=\frac{4\cdot\frac{81}{8}+6}{3}=\frac{31}{2} \\ -4x+3y=6 \Rightarrow y=\frac{4x+6}{3} \end{cases}$$

h) Solución: $(x=1, y=-1)$

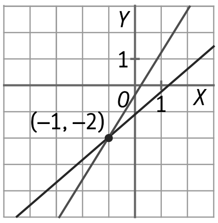
$$\begin{cases} 12x-18y=30 \\ 27x+9y=18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 12x-18y=30 \Rightarrow 12x-18(2-3x)=30 \Rightarrow 12x-36+54x=30 \Rightarrow 66x=66 \Rightarrow x=1 \Rightarrow y=2-3\cdot 1=-1 \\ y=\dfrac{18-27x}{9}=2-3x \end{cases}$$

Comprobación mediante representación gráfica de los sistemas con solución entera:

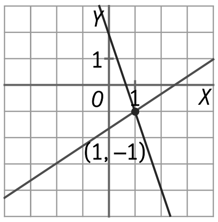
b)



d)



h)



53. Utiliza el método de sustitución para resolver los siguientes sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

I) $\begin{cases} 2x-4y=8 \\ -3x+6y=5 \end{cases}$ **II)** $\begin{cases} x-2y=3 \\ 2x-4y=6 \end{cases}$

a) ¿Qué solución tiene cada sistema?

b) Comprueba los resultados resolviéndolos de manera gráfica.

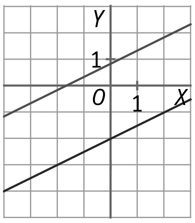
a) I) Sin solución

$$\begin{cases} 2x-4y=8 \Rightarrow x=2y+4 \\ -3x+6y=5 \Rightarrow -3\cdot(2y+4)+6y=5 \Rightarrow -12=5 \end{cases}$$

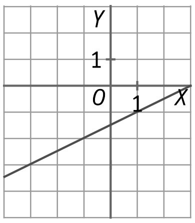
II) Infinitas soluciones

$$\begin{cases} x-2y=3 \Rightarrow x=2y+3 \\ 2x-4y=6 \Rightarrow 2\cdot(2y+3)-4y=6 \Rightarrow 6=6 \end{cases}$$

b) I)



II)



54. Resuelve los siguientes sistemas utilizando el método de igualación.

a) $\begin{cases} x+y=4 \\ -2x+y=1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 6x-y=7 \\ 4x+y=3 \end{cases}$ e) $\begin{cases} 2x+5y=12 \\ 4x-3y=-2 \end{cases}$ g) $\begin{cases} -6x-15y=9 \\ 2x+5y=-3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x-7y=9 \\ x-6y=1 \end{cases}$ d) $\begin{cases} -x+5y=4 \\ x-7y=-2 \end{cases}$ f) $\begin{cases} 4x-3y=0 \\ 5x+3y=27 \end{cases}$ h) $\begin{cases} -6x-15y=7 \\ 4x+10y=6 \end{cases}$

a) Solución: $(x=1, y=3)$

$$\begin{cases} x+y=4 \\ -2x+y=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=4-x \\ y=1+2x \end{cases} \Rightarrow 4-x=1+2x \Rightarrow 3x=3 \Rightarrow x=1 \Rightarrow y=4-1=3$$

b) Solución: $(x=-47, y=-8)$

$$\begin{cases} x-7y=9 \\ x-6y=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=9+7y \\ x=1+6y \end{cases} \Rightarrow 9+7y=1+6y \Rightarrow y=-8 \Rightarrow x=9+7\cdot(-8)=-47$$

c) Solución: $(x=1, y=-1)$

$$\begin{cases} 6x-y=7 \\ 4x+y=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=6x-7 \\ y=3-4x \end{cases} \Rightarrow 6x-7=3-4x \Rightarrow 10x=10 \Rightarrow x=1 \Rightarrow y=6\cdot 1-7=-1$$

d) Solución: $(x=-9, y=-1)$

$$\begin{cases} -x+5y=4 \\ x-7y=-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=5y-4 \\ x=7y-2 \end{cases} \Rightarrow 5y-4=7y-2 \Rightarrow -2=2y \Rightarrow y=-1 \Rightarrow x=5(-1)-4=-9$$

e) Solución: $(x=1, y=2)$

$$\begin{cases} 2x+5y=12 \\ 4x-3y=-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\dfrac{12-5y}{2} \\ x=\dfrac{3y-2}{4} \end{cases} \Rightarrow \frac{12-5y}{2}=\frac{3y-2}{4} \Rightarrow \frac{24-10y}{4}=\frac{3y-2}{4} \Rightarrow 26=13y \Rightarrow y=2 \Rightarrow x=\frac{12-5\cdot 2}{2}=1$$

f) Solución: $(x=3, y=4)$

$$\begin{cases} 4x-3y=0 \\ 5x+3y=27 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=\dfrac{4x}{3} \\ y=\dfrac{27-5x}{3} \end{cases} \Rightarrow \frac{4x}{3}=\frac{27-5x}{3} \Rightarrow 9x=27 \Rightarrow x=3 \Rightarrow y=\frac{4\cdot 3}{3}=4$$

g) Infinitas soluciones

$$\begin{cases} -6x-15y=9 \\ 2x+5y=-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\dfrac{-15y-9}{6} \\ x=\dfrac{-5y-3}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{-15y-9}{6}=\frac{-5y-3}{2} \Rightarrow \frac{-15y-9}{6}=\frac{-15y-9}{6}$$

h) Sin solución

$$\begin{cases} -6x-15y=7 \\ 4x+10y=6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\dfrac{-7-15y}{6} \\ x=\dfrac{6-10y}{4} \end{cases} \Rightarrow \frac{-7-15y}{6}=\frac{6-10y}{4} \Rightarrow -14-30y=18-30y \Rightarrow 0=32$$

55. Utiliza el método de igualación para resolver los siguientes sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

a) $\begin{cases} 2x-3y=1 \\ 3x-4y=3 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} 3x+5y=3 \\ 6x+11y=-6 \end{cases}$ **e)** $\begin{cases} -3x+6y=-2 \\ 4x-7y=-1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 4x-5y=2 \\ 5x-6y=-4 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} 5x+3y=1 \\ 6x+4y=7 \end{cases}$ **f)** $\begin{cases} 8x+15y=10 \\ 6x+12y=11 \end{cases}$

Comprueba gráficamente las soluciones de los sistemas con valores de *x* e *y* enteros.

a) Solución: $(x=5, y=3)$

$$\begin{cases} 2x-3y=1 \\ 3x-4y=3 \end{cases} \Rightarrow x=\frac{3y+1}{2}=\frac{4y+3}{3} \Rightarrow 9y+3=8y+6 \Rightarrow y=3 \Rightarrow x=\frac{3\cdot 3+1}{2}=5$$

b) Solución: $(x=-32, y=-26)$

$$\begin{cases} 4x-5y=2 \\ 5x-6y=-4 \end{cases} \Rightarrow x=\frac{5y+2}{4}=\frac{6y-4}{5} \Rightarrow 25y+10=24y-16 \Rightarrow y=-26 \Rightarrow x=\frac{5\cdot(-26)+2}{4}=-32$$

c) Solución: $(x=21, y=-12)$

$$\begin{cases} 3x+5y=3 \\ 6x+11y=-6 \end{cases} \Rightarrow x=\frac{3-5y}{3}=\frac{-11y-6}{6} \Rightarrow 6-10y=-11y-6 \Rightarrow y=-12 \Rightarrow x=\frac{3-5\cdot(-12)}{3}=21$$

d) Solución: $\left(x=\frac{-17}{2}, y=\frac{29}{2}\right)$

$$\begin{cases} 5x+3y=1 \\ 6x+4y=7 \end{cases} \Rightarrow x=\frac{1-3y}{5}=\frac{7-4y}{6} \Rightarrow 6-18y=35-20y \Rightarrow y=\frac{29}{2} \Rightarrow x=\frac{1-3\cdot\frac{29}{2}}{5}=\frac{-17}{2}$$

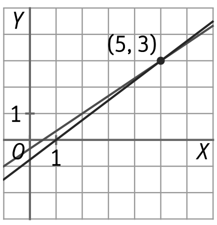
e) Solución: $\left(x=\frac{-20}{3}, y=\frac{-11}{3}\right)$

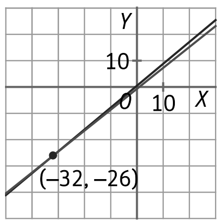
$$\begin{cases} -3x+6y=-2 \\ 4x-7y=-1 \end{cases} \Rightarrow x=\frac{6y+2}{3}=\frac{7y-1}{4} \Rightarrow 24y+8=21y-3 \Rightarrow y=\frac{-11}{3} \Rightarrow x=\frac{6\cdot\frac{-11}{3}+2}{3}=\frac{-20}{3}$$

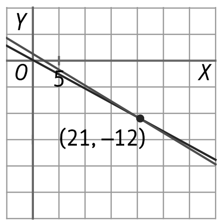
f) Solución: $\left(x=\frac{-15}{2}, y=\frac{14}{3}\right)$

$$\begin{cases} 8x+15y=10 \\ 6x+12y=11 \end{cases} \Rightarrow x=\frac{10-15y}{8}=\frac{11-12y}{6} \Rightarrow 60-90y=88-96y \Rightarrow y=\frac{14}{3} \Rightarrow x=\frac{10-15\cdot\frac{14}{3}}{8}=\frac{-15}{2}$$

Comprobación mediante representación gráfica de los sistemas con solución entera:

a)


b)


c)


56. Resuelve los siguientes sistemas utilizando el método de reducción.

a) $\begin{cases} x - y = 4 \\ 3x - y = 7 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} -2x - 5y = 3 \\ 4x + 10y = 6 \end{cases}$ **e)** $\begin{cases} 4x - 3y = 8 \\ 5x + 8y = 10 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 4x - 7y = 5 \\ 4x - 6y = 6 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} -6x - 15y = 9 \\ 4x + 10y = -6 \end{cases}$ **f)** $\begin{cases} 7x - 9y = 0 \\ 11x + 12y = 0 \end{cases}$

a) Solución: $\left(x = \frac{3}{2}, y = \frac{-5}{2}\right)$

$$\begin{cases} x - y = 4 \xrightarrow{\cdot(-1)} \\ 3x - y = 7 \end{cases} \begin{cases} -x + y = -4 \\ 3x - y = 7 \end{cases} \Rightarrow 2x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{3}{2} - y = 4 \Rightarrow y = \frac{-5}{2}$$

b) Solución: $(x = 3, y = 1)$

$$\begin{cases} 4x - 7y = 5 \xrightarrow{\cdot(-1)} \\ 4x - 6y = 6 \end{cases} \begin{cases} -4x + 7y = -5 \\ 4x - 6y = 6 \end{cases} \Rightarrow y = 1 \Rightarrow 4x - 6 \cdot 1 = 6 \Rightarrow 4x = 12 \Rightarrow x = 3$$

c) Sin solución

$$\begin{cases} -2x - 5y = 3 \xrightarrow{\cdot 2} \\ 4x + 10y = 6 \end{cases} \begin{cases} -4x - 10y = 6 \\ 4x + 10y = 6 \end{cases} \Rightarrow 0 = 12$$

d) Infinitas soluciones

$$\begin{cases} -6x - 15y = 9 \xrightarrow{\cdot 2} \\ 4x + 10y = -6 \xrightarrow{\cdot 3} \end{cases} \begin{cases} -12x - 30y = 18 \\ 12x + 30y = -18 \end{cases} \Rightarrow 0 = 0$$

e) Solución: $(x = 2, y = 0)$

$$\begin{cases} 4x - 3y = 8 \xrightarrow{\cdot 8} \\ 5x + 8y = 10 \xrightarrow{\cdot 3} \end{cases} \begin{cases} 32x - 24y = 64 \\ 15x + 24y = 30 \end{cases} \Rightarrow 47x = 94 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow 4 \cdot 2 - 3y = 8 \Rightarrow -3y = 0 \Rightarrow y = 0$$

f) Solución: $(x = 0, y = 0)$

$$\begin{cases} 7x - 9y = 0 \xrightarrow{\cdot 4} \\ 11x + 12y = 0 \xrightarrow{\cdot 3} \end{cases} \begin{cases} 28x - 36y = 0 \\ 33x + 36y = 0 \end{cases} \Rightarrow 61x = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow 7 \cdot 0 - 9y = 0 \Rightarrow y = 0$$

57. Resuelve los siguientes sistemas usando el método de reducción doble.

a) $\begin{cases} 5x - 4y = 1 \\ 3x - 2y = 2 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} 3x + 3y = 4 \\ 8x - 11y = 17 \end{cases}$ **e)** $\begin{cases} -3x + 6y = 2 \\ 4x + 7y = -1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 7x - 5y = 2 \\ 5x - 3y = 3 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} 2x + 3y = 20 \\ 6x + 4y = 7 \end{cases}$ **f)** $\begin{cases} 3x + 6y = 1 \\ 4x + 9y = 2 \end{cases}$

Comprueba gráficamente las soluciones de los sistemas con valores de *x* e *y* enteros.

a) Solución: $\left(x = 3, y = \frac{7}{2}\right)$

$$\begin{cases} 5x - 4y = 1 \xrightarrow{\cdot(-3)} \\ 3x - 2y = 2 \xrightarrow{\cdot 5} \end{cases} \begin{cases} -15x + 12y = -3 \\ 15x - 10y = 10 \end{cases} \Rightarrow 2y = 7 \Rightarrow y = \frac{7}{2}$$

$$\begin{cases} 5x - 4y = 1 \\ 3x - 2y = 2 \xrightarrow{\cdot(-2)} \end{cases} \begin{cases} 5x - 4y = 1 \\ -6x + 4y = -4 \end{cases} \Rightarrow -x = -3 \Rightarrow x = 3$$

b) Solución: $\left(x = \frac{9}{4}, y = \frac{11}{4}\right)$

$$\begin{cases} 7x - 5y = 2 \xrightarrow{\cdot(-5)} \\ 5x - 3y = 3 \xrightarrow{\cdot 7} \end{cases} \begin{cases} -35x + 25y = -10 \\ 35x - 21y = 21 \end{cases} \Rightarrow 4y = 11 \Rightarrow y = \frac{11}{4}$$

$$\begin{cases} 7x - 5y = 2 \xrightarrow{\cdot 3} \\ 5x - 3y = 3 \xrightarrow{\cdot(-5)} \end{cases} \begin{cases} 21x - 15y = 6 \\ -25x + 15y = -15 \end{cases} \Rightarrow -4x = -9 \Rightarrow x = \frac{9}{4}$$

c) Solución: $\left(x=\dfrac{5}{3}, y=\dfrac{-1}{3}\right)$

$$\begin{cases}3x+3y=4 \xrightarrow{\cdot 8} \\ 8x-11y=17 \xrightarrow{\cdot(-3)}\end{cases} \begin{cases}24x+24y=32 \\ -24x+33y=-51\end{cases} \Rightarrow 57y=-19 \Rightarrow y=\frac{-1}{3}$$

$$\begin{cases}3x+3y=4 \xrightarrow{\cdot 11} \\ 8x-11y=17 \xrightarrow{\cdot 3}\end{cases} \begin{cases}33x+33y=44 \\ 24x-33y=51\end{cases} \Rightarrow 57x=95 \Rightarrow x=\frac{5}{3}$$

d) Solución: $\left(x=-\dfrac{59}{10}, y=\dfrac{53}{5}\right)$

$$\begin{cases}2x+3y=20 \xrightarrow{\cdot 3} \\ 6x+4y=7 \xrightarrow{\cdot(-1)}\end{cases} \begin{cases}6x+9y=60 \\ -6x-4y=-7\end{cases} \Rightarrow 5y=53 \Rightarrow y=\frac{53}{5}$$

$$\begin{cases}2x+3y=20 \xrightarrow{\cdot 4} \\ 6x+4y=7 \xrightarrow{\cdot(-3)}\end{cases} \begin{cases}8x+12y=80 \\ -18x-12y=-21\end{cases} \Rightarrow -10x=59 \Rightarrow x=\frac{-59}{10}$$

e) Solución: $\left(x=-\dfrac{4}{9}, y=\dfrac{1}{9}\right)$

$$\begin{cases}-3x+6y=2 \xrightarrow{\cdot 4} \\ 4x+7y=-1 \xrightarrow{\cdot 3}\end{cases} \begin{cases}-12x+24y=8 \\ 12x+21y=-3\end{cases} \Rightarrow 45y=5 \Rightarrow y=\frac{1}{9}$$

$$\begin{cases}-3x+6y=2 \xrightarrow{\cdot(-7)} \\ 4x+7y=-1 \xrightarrow{\cdot 6}\end{cases} \begin{cases}21x-42y=-14 \\ 24x+42y=-6\end{cases} \Rightarrow 45x=-20 \Rightarrow x=\frac{-4}{9}$$

f) Solución: $\left(x=-1, y=\dfrac{2}{3}\right)$

$$\begin{cases}3x+6y=1 \xrightarrow{\cdot(-4)} \\ 4x+9y=2 \xrightarrow{\cdot 3}\end{cases} \begin{cases}-12x-24y=-4 \\ 12x+27y=6\end{cases} \Rightarrow 3y=2 \Rightarrow y=\frac{2}{3}$$

$$\begin{cases}3x+6y=1 \xrightarrow{\cdot(-3)} \\ 4x+9y=2 \xrightarrow{\cdot 2}\end{cases} \begin{cases}-9x-18y=-3 \\ 8x+18y=4\end{cases} \Rightarrow x=-1$$

58. Al resolver un sistema gráficamente se han obtenido las siguientes tablas de valores. ¿Cuál es la solución?

$y=3x-7$	***x***	**−1**	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**
	y	**−10**	**−7**	**−4**	**−1**	**2**	**5**
$y=-2x+8$	***x***	**−1**	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**
	y	**10**	**8**	**6**	**4**	**2**	**0**

La solución es $(x=3,\ y=2)$.

59. Escribe un sistema de ecuaciones cuya única solución sea $(x = 4,\ y = -7)$.

Respuesta modelo: $\begin{cases} x + y = -3 \\ x - y = 11 \end{cases}$

60. Escribe un sistema de ecuaciones con infinitas soluciones y que se verifique para $(x = -10,\ y = 19)$.

Respuesta modelo: $\begin{cases} x + y = 9 \\ 2x + 2y = 18 \end{cases}$

61. Escribe una ecuación que junto con $3x - y = 9$ forme un sistema que:

a) Tenga una sola solución.

b) Tenga infinitas soluciones.

c) No tenga solución.

Respuesta modelo:

a) $x + y = 9$

Solución: $(x = 0, y = 9)$

$$\begin{cases} x + y = 9 \\ 3x - y = 9 \end{cases} \Rightarrow 4x = 18 \Rightarrow x = \frac{9}{2} \Rightarrow \frac{9}{2} + y = 9 \Rightarrow y = \frac{9}{2}$$

b) $6x - 2y = 18$

$$\begin{cases} 6x - 2y = 18 \\ 3x - y = 9 \end{cases} \xrightarrow{\cdot(-2)} \begin{cases} 6x - 2y = 18 \\ -6x + 2y = -18 \end{cases} \Rightarrow 0 = 0$$

c) $3x - y = 0$

$$\begin{cases} 3x - y = 0 \\ 3x - y = 9 \end{cases} \xrightarrow{\cdot(-1)} \begin{cases} -3x + y = 0 \\ 3x - y = 9 \end{cases} \Rightarrow 0 = 9$$

62. Resuelve cada uno de los siguientes sistemas de ecuaciones por el método de sustitución, igualación y reducción.

a) $\begin{cases} x-y=1 \\ x+6y=8 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 4x-5y=2 \\ 4x-6y=5 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} -3x+7y=13 \\ 6x+4y=-8 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} x+6y=-4 \\ 5x-7y=-1 \end{cases}$

a) Solución: $(x=2, y=1)$

$$\begin{cases} x-y=1 \\ x+6y=8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=y+1 \\ y+1+6y=8 \Rightarrow 7y=7 \Rightarrow y=1 \Rightarrow x=1+1=2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-y=1 \\ x+6y=8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=y+1 \\ x=8-6y \end{cases} \Rightarrow y+1=8-6y \Rightarrow 7y=7 \Rightarrow y=1 \Rightarrow x=1+1=2$$

$$\begin{cases} x-y=1 \\ x+6y=8 \end{cases} \xrightarrow{\cdot(-1)} \begin{cases} -x+y=-1 \\ x+6y=8 \end{cases} \Rightarrow 7y=7 \Rightarrow y=1 \Rightarrow x-1=1 \Rightarrow x=2$$

b) Solución: $\left(x=\frac{-13}{4}, y=-3\right)$

$$\begin{cases} 4x-5y=2 \\ 4x-6y=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\frac{5y+2}{4} \\ 4\cdot\frac{5y+2}{4}-6y=5 \Rightarrow 5y+2-6y=5 \Rightarrow y=-3 \Rightarrow x=\frac{5\cdot(-3)+2}{4}=\frac{-13}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x-5y=2 \\ 4x-6y=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\frac{5y+2}{4} \\ x=\frac{5+6y}{4} \end{cases} \Rightarrow \frac{5y+2}{4}=\frac{5+6y}{4} \Rightarrow 5y+2=5+6y \Rightarrow y=-3 \Rightarrow x=\frac{5\cdot(-3)+2}{4}=\frac{-13}{4}$$

$$\begin{cases} 4x-5y=2 \\ 4x-6y=5 \xrightarrow{\cdot(-1)} \end{cases} \begin{cases} 4x-5y=2 \\ -4x+6y=-5 \end{cases} \Rightarrow y=-3 \Rightarrow 4x-5(-3)=2 \Rightarrow 4x=-13 \Rightarrow x=\frac{-13}{4}$$

c) Solución: $(x=-2, y=1)$

$$\begin{cases} -3x+7y=13 \\ 6x+4y=-8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\frac{7y-13}{3} \\ 6\cdot\frac{7y-13}{3}+4y=-8 \Rightarrow 14y-26+4y=-8 \Rightarrow 18y=18 \Rightarrow y=1 \Rightarrow x=\frac{7\cdot1-13}{3}=-2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3x+7y=13 \\ 6x+4y=-8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\frac{7y-13}{3} \\ x=\frac{-4y-8}{6} \end{cases} \Rightarrow \frac{7y-13}{3}=\frac{-4y-8}{6} \Rightarrow 14y-26=-4y-8 \Rightarrow 18y=18 \Rightarrow y=1 \Rightarrow x=\frac{7\cdot1-13}{3}=-2$$

$$\begin{cases} -3x+7y=13 \xrightarrow{\cdot2} \\ 6x+4y=-8 \end{cases} \begin{cases} -6x+14y=26 \\ 6x+4y=-8 \end{cases} \Rightarrow 18y=18 \Rightarrow y=1 \Rightarrow -3x+7\cdot1=13 \Rightarrow -3x=6 \Rightarrow x=-2$$

d) Solución: $\left(x=\frac{-34}{37}, y=\frac{-19}{37}\right)$

$$\begin{cases} x+6y=-4 \\ 5x-7y=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-6y-4 \\ 5(-6y-4)-7y=-1 \Rightarrow -30y-20-7y=-1 \Rightarrow -37y=19 \Rightarrow y=\frac{-19}{37} \Rightarrow x=-6\cdot\frac{-19}{37}-4=\frac{-34}{37} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+6y=-4 \\ 5x-7y=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-6y-4 \\ x=\frac{7y-1}{5} \end{cases} \Rightarrow -6y-4=\frac{7y-1}{5} \Rightarrow -30y-20=7y-1 \Rightarrow -37y=19 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y=\frac{-19}{37} \Rightarrow x=-6\cdot\frac{-19}{37}-4=\frac{-34}{37}$$

$$\begin{cases} x+6y=-4 \\ 5x-7y=-1 \end{cases} \xrightarrow{\cdot(-5)} \begin{cases} -5x-30y=20 \\ 5x-7y=-1 \end{cases} \Rightarrow -37y=19 \Rightarrow y=\frac{-19}{37} \Rightarrow x+6\frac{-19}{37}=-4 \Rightarrow x=\frac{-34}{37}$$

63. Simplifica y resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones lineales por el método que creas que es más adecuado.

a) $\begin{cases} \dfrac{2x-5}{3} - \dfrac{3y-4}{3} = \dfrac{-1}{3} \\ y = x+5 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x-15 = 3(y+2) \\ 7(x-4) = -1-5y \end{cases}$

c) $\begin{cases} 4(2x-y) - 7(2y+x) = -36 \\ -2(x+2) - 7y = -18 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 3(5x-2) - 7(2y+3) = 2 \\ 2(3x-y) - 23 = 3(4-9x) \end{cases}$

e) $\begin{cases} \dfrac{3x-7}{4} - \dfrac{2y+1}{6} = 0 \\ \dfrac{x+2}{5} - \dfrac{5y+4}{3} = -2 \end{cases}$

f) $\begin{cases} \dfrac{5(x-3)}{4} - \dfrac{3(2y+1)}{10} = \dfrac{6-7(x+y+1)}{8} \\ 6x - 5(2y-7) = 21 \end{cases}$

a) Solución: $(x=-15, y=-10)$

$$\begin{cases} \dfrac{2x-5}{3} - \dfrac{3y-4}{3} = \dfrac{-1}{3} \Rightarrow 2x-5-(3y-4) = -1 \Rightarrow 2x-3y=0 \\ y = x+5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x-3y=0 \\ y=x+5 \end{cases}$$

Por sustitución:

$$\begin{cases} 2x-3y=0 \Rightarrow 2x-3(x+5)=0 \Rightarrow 2x-3x-15=0 \Rightarrow x=-15 \Rightarrow y=-15+5=-10 \\ y=x+5 \end{cases}$$

b) Solución: $(x=6, y=-3)$

$$\begin{cases} 2x-15=3(y+2) \\ 7(x-4)=-1-5y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x-15=3y+6 \\ 7x-28=-1-5y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x-3y=21 \\ 7x+5y=27 \end{cases}$$

Por reducción:

$$\begin{cases} 2x-3y=21 \xrightarrow{\cdot 5} \\ 7x+5y=27 \xrightarrow{\cdot 3} \end{cases} \begin{cases} 10x-15y=105 \\ 21x+15y=81 \end{cases} \Rightarrow 31x=186 \Rightarrow x=6 \Rightarrow 2\cdot 6-3y=21 \Rightarrow y=-3$$

c) Solución: $(x=0, y=2)$

$$\begin{cases} 4(2x-y)-7(2y+x)=-36 \\ -2(x+2)-7y=-18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8x-4y-14y-7x=-36 \\ -2x-4-7y=-18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-18y=-36 \\ -2x-7y=-14 \end{cases}$$

Por reducción:

$$\begin{cases} x-18y=-36 \xrightarrow{\cdot 2} \\ -2x-7y=-14 \end{cases} \begin{cases} 2x-36y=-72 \\ -2x-7y=-14 \end{cases} \Rightarrow -43y=-86 \Rightarrow y=2 \Rightarrow x-18\cdot 2=-36 \Rightarrow x=0$$

d) Solución: $(x=1, y=-1)$

$$\begin{cases} 3(5x-2)-7(2y+3)=2 \\ 2(3x-y)-23=3(4-9x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 15x-6-14y-21=2 \\ 6x-2y-23=12-27x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 15x-14y=29 \\ 33x-2y=35 \end{cases}$$

Por reducción:

$$\begin{cases} 15x-14y=29 \\ 33x-2y=35 \xrightarrow{\cdot(-7)} \end{cases} \begin{cases} 15x-14y=29 \\ -231x+14y=-245 \end{cases} \Rightarrow -216x=-216 \Rightarrow x=1 \Rightarrow 33\cdot 1-2y=35 \Rightarrow y=-1$$

e) Solución: $(x=3, y=1)$

$$\begin{cases} \dfrac{3x-7}{4}-\dfrac{2y+1}{6}=0 \\ \dfrac{x+2}{5}-\dfrac{5y+4}{3}=-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{9x-21}{12}-\dfrac{4y+2}{12}=0 \\ \dfrac{3x+6}{15}-\dfrac{25y+20}{15}=\dfrac{-30}{15} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9x-4y=23 \\ 3x-25y=-16 \end{cases}$$

Por igualación:

$$\begin{cases} x=\dfrac{23+4y}{9} \\ x=\dfrac{25y-16}{3} \end{cases} \Rightarrow \dfrac{23+4y}{9}=\dfrac{25y-16}{3} \Rightarrow 23+4y=75y-48 \Rightarrow y=1 \Rightarrow x=\dfrac{23+4\cdot 1}{9}=3$$

f) Solución: $\left(x=\dfrac{354}{229}, y=\dfrac{533}{229}\right)$

$$\begin{cases} \dfrac{5(x-3)}{4}-\dfrac{3(2y+1)}{10}=\dfrac{6-7(x+y+1)}{8} \\ 6x-5(2y-7)=21 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{5x-15}{4}-\dfrac{6y+3}{10}=\dfrac{6-7x-7y-7}{8} \\ 6x-10y+35=21 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{50x-150}{40}-\dfrac{24y+12}{40}=\dfrac{30-35x-35y-35}{40} \\ 6x-10y=-14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 85x+11y=157 \\ 3x-5y=-7 \end{cases}$$

Por reducción:

$$\begin{cases} 85x+11y=157 \xrightarrow{\cdot 5} \\ 3x-5y=-7 \xrightarrow{\cdot 11} \end{cases} \begin{cases} 425x+55y=785 \\ 33x-55y=-77 \end{cases} \Rightarrow 458x=708 \Rightarrow x=\dfrac{354}{229} \Rightarrow 3\dfrac{354}{229}-5y=-7 \Rightarrow y=\dfrac{533}{229}$$

64. Dos números suman 102 y el primero es 36 unidades menor que el segundo. Calcula ambos números.

Llamamos x e y a los dos números.

$$\begin{cases} x+y=102 \\ x=y-36 \end{cases} \Rightarrow (y-36)+y=102 \Rightarrow 2y-36=102 \Rightarrow 2y=138 \Rightarrow y=69 \Rightarrow x=69-36=33$$

Los números son 33 y 69.

65. Dos números suman 51. Si a la tercera parte del primero le restamos la sexta parte del segundo, el resultado obtenido es 1. Halla los dos números.

Llamamos x e y a los dos números.

$$\begin{cases} x+y=51 \\ \dfrac{x}{3}-\dfrac{y}{6}=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=51 \\ \dfrac{2x}{6}-\dfrac{y}{6}=\dfrac{6}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=51 \\ 2x-y=6 \end{cases} \Rightarrow 3x=57 \Rightarrow x=19 \Rightarrow 19+y=51 \Rightarrow y=32$$

Los números son 19 y 32.

66. La suma de dos números es 385. Si a la tercera parte del número mayor le sumamos el triple del número menor, el resultado es 131. ¿De qué números se trata?

Llamamos x al número mayor e y al número menor.

$$\begin{cases} x+y=385 \\ \dfrac{x}{3}+3y=131 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=385 \\ x+9y=393 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=385-y \\ x=393-9y \end{cases} \Rightarrow 385-y=393-9y \Rightarrow 8y=8 \Rightarrow y=1 \Rightarrow x=385-1=384$$

Los números son 384 y 1.

67. **El cajero de un supermercado cuenta los billetes que hay en la caja al final del día.**

Cuando termina de contar los billetes de 20 y de 50 €, tiene un total de 55 billetes que suman 1430 €. ¿Cuántos billetes de cada tipo hay en la caja?

Llamamos *x* a los billetes de 20 € e *y* a los de 50 €.

$$\begin{cases} x+y=55 \\ 20x+50y=1430 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=55-y \\ 20x+50y=1430 \end{cases} \Rightarrow 20(55-y)+50y=1430 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1100-20y+50y=1430 \Rightarrow 30y=330 \Rightarrow y=11 \Rightarrow x=55-11=44$$

Tiene 44 billetes de 20 € y 11 de 50 €.

68. **Teniendo en cuenta que una garrafa de aceite equivale a cinco botellas y que tres garrafas y siete botellas de aceite suman 11 L, ¿qué capacidad tiene cada garrafa y botella de aceite?**

Llamamos *x* a la capacidad de la garrafa e *y* a la de la botella.

$$\begin{cases} x=5y \\ 3x+7y=11 \end{cases} \Rightarrow 3\cdot 5y+7y=11 \Rightarrow 15y+7y=11 \Rightarrow y=\frac{1}{2} \Rightarrow x=5\cdot\frac{1}{2}=\frac{5}{2}$$

La garrafa tiene una capacidad de $\frac{5}{2}=2{,}5$ L, y la botella, de $\frac{1}{2}=0{,}5$ L.

69. **Paloma ha vendido 50 docenas de huevos en el mercado en un día. Por la mañana los ha vendido a 3 € la docena. Por la tarde, como los huevos ya no están tan frescos, los ha vendido a 2 € la docena. En total ha obtenido 138 €. ¿Cuántas docenas ha vendido por la mañana?**

Llamamos *x* al número de docenas que vendió por la mañana e *y* a las que vendió por la tarde.

$$\begin{cases} x+y=50 \\ 3x+2y=138 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=50-x \\ 3x+2y=138 \end{cases} \Rightarrow 3x+2(50-x)=138 \Rightarrow 3x+100-2x=138 \Rightarrow x=38 \Rightarrow y=50-38=12$$

Vendió 38 docenas por la mañana y 12 por la tarde.

70. **En la juguetería hay una exposición de bicicletas y triciclos. En total hay 45 vehículos, que suman 107 ruedas. ¿Cuántas bicicletas y cuántos triciclos hay?**

Llamamos *x* al número de bicicletas e *y* al número de triciclos.

$$\begin{cases} x+y=45 \\ 2x+3y=107 \end{cases} \xrightarrow{\cdot(-2)} \begin{cases} -2x-2y=-90 \\ 2x+3y=107 \end{cases} \Rightarrow y=17 \Rightarrow x+17=45 \Rightarrow x=28$$

Hay 28 bicicletas y 17 triciclos.

71. **Por la mezcla de 8 L y 3 L de vino de distinta calidad se han pagado 30 €. Calcula el precio de cada tipo de vino sabiendo que comprando un litro de cada uno hay que pagar 5 €.**

Llamamos *x* al precio del litro del primer vino e *y* al precio del segundo.

$$\begin{cases} 8x+3y=30 \\ x+y=5 \quad \xrightarrow{\cdot(-3)} \end{cases} \begin{cases} 8x+3y=30 \\ -3x-3y=-15 \end{cases} \Rightarrow 5x=15 \Rightarrow x=3 \Rightarrow 3+y=5 \Rightarrow y=2$$

El precio del litro del primer vino es de 3 €, y el del segundo, de 2 €.

72. El dueño de una cafetería ha comprado leche a 0,75 €/L. Preparar un litro de café cuesta 1,75 €.

a) ¿Cuántos litros de café y cuántos litros de leche deberá mezclar para que 20 L de café con leche le cuesten 23 €?

b) ¿A cuánto le sale el litro de café con leche?

a) Llamamos x a los litros de café e y a los litros de leche.

$$\begin{cases} x+y=20 \\ 1{,}75x+0{,}75y=23 \end{cases} \xrightarrow{\cdot 4} \begin{cases} x+y=20 \\ 7x+3y=92 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=20-x \\ 7x+3y=92 \end{cases} \Rightarrow 7x+3(20-x)=92 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 7x+60-3x=92 \Rightarrow x=8 \Rightarrow y=20-8=12$$

Mezclará 8 L de café y 12 L de leche.

b) El litro de café con leche sale a $\frac{23}{8+12}=\frac{23}{20}=1{,}15$ €.

73. Problema resuelto.

74. Hace cuatro años, las edades de un padre y su hija sumaban 46 años. Dentro de tres años sumarán 60 años.

a) Plantea un sistema usando esos datos. ¿Hay suficientes datos para resolver el problema?

b) Resuelve el problema, sabiendo además que el padre tiene 36 años más que la hija.

a)

	Hace 4 años	Ahora	Dentro de 3 años
Edad del padre	$x-4$	x	$x+3$
Edad de la hija	$y-4$	y	$y+3$

$$\begin{cases} x-4+y-4=46 \\ x+3+y+3=60 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=54 \\ x+y=54 \end{cases}$$

Se obtienen dos ecuaciones equivalentes a $x+y=54$; por tanto, faltan datos para resolver el problema.

b) $\begin{cases} x+y=54 \Rightarrow y+36+y=54 \Rightarrow 2y=18 \Rightarrow y=9 \Rightarrow x=9+36=45 \\ x=y+36 \end{cases}$

El padre tiene 45 años, y la hija, 9.

75. En un concurso canino, el número de perros hembra supera en 25 al de machos. Son descalificados 10 machos y 10 hembras, y queda exactamente el doble de hembras que de machos. ¿Cuántos perros de cada sexo había al comenzar el concurso?

Llamamos x al número de hembras e y al de machos.

$$\begin{cases} x=y+25 \\ x-10=2(y-10) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=y+25 \\ x-10=2y-20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=y+25 \\ x=2y-10 \end{cases} \Rightarrow y+25=2y-10 \Rightarrow y=35 \Rightarrow x=35+25=60$$

Había 60 hembras y 35 machos.

76. En una balanza, el peso de uno de los platillos es igual a dos tercios del peso del otro, pero si pasamos 70 gramos de uno a otro, la balanza queda en equilibrio. ¿Cuánto peso había inicialmente en cada platillo?

Llamamos x al peso del primer platillo e y al del segundo.

$$\begin{cases} x=\frac{2y}{3} \\ x+70=y-70 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x-2y=0 \\ x-y=-140 \end{cases} \xrightarrow{\cdot(-2)} \begin{cases} 3x-2y=0 \\ -2x+2y=280 \end{cases} \Rightarrow x=280 \Rightarrow 280=\frac{2y}{3} \Rightarrow y=420$$

Había 280 gramos en el primer platillo y 420 gramos en el segundo.

77. Problema resuelto.

78. Un número de cuatro cifras es capicúa, es decir, se lee igual de izquierda a derecha que de derecha a izquierda. Al intercambiar las dos últimas cifras, el número aumenta 45 unidades. Calcula el número, sabiendo que sus cuatro cifras suman 14.

El número será de la forma *xyyx*, es decir, $1000x+100y+10y+x$.

$$\begin{cases}(1000x+100y+10y+x)+45=(1000x+100y+10x+y)\\ 2x+2y=14\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}9x-9y=45\\ 2x+2y=14\end{cases}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\begin{cases}9x-9y=45\xrightarrow{:9}\\ 2x+2y=14\xrightarrow{:2}\end{cases}\begin{cases}x-y=5\\ x+y=7\end{cases}\Rightarrow 2x=12\Rightarrow x=6\Rightarrow 6-y=5\Rightarrow y=1$$

El número es 6116.

79. Problema resuelto.

80. Por una camisa y una falda hay que pagar 92 €. La falda tiene una rebaja del 10 %, y la camisa, del 25 %, y el precio final se queda en 79,80 €. Calcula el precio inicial de la camisa y de la falda.

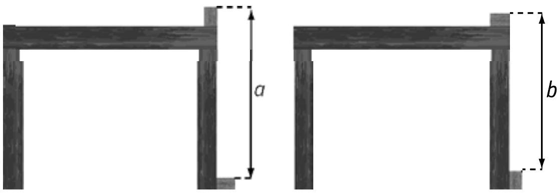
Llamamos *x* al precio de la camisa e *y* al de la falda.

$$\begin{cases}x+y=92\\ 0{,}75x+0{,}9y=79{,}8\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=92-y\\ 0{,}75x+0{,}9y=79{,}8\Rightarrow 0{,}75(92-y)+0{,}9y=79{,}8\Rightarrow\end{cases}$$

$$\Rightarrow 69-0{,}75y+0{,}9y=79{,}8\Rightarrow 0{,}15y=10{,}8\Rightarrow y=72\Rightarrow x=92-72=20$$

La camisa costaba 20 €, y la falda, 72 €.

81. Utilizando una mesa colocamos dos bloques idénticos de madera como se muestra en la figura. Las longitudes *a* y *b* son, respectivamente, 64 y 56 cm.



¿Cuál es la altura de la mesa?

A. 25 **B. 24** **C. 23** **D. 60**

Llamamos *x* a la longitud del lado corto del bloque, *y* a la longitud del lado largo, y *h* a la altura de la mesa,

$$\begin{cases}h+y-x=64\\ h+x-y=56\end{cases}\xrightarrow{\text{Suma de ecuaciones}}2h=120\Rightarrow h=60\,\text{cm}$$

La respuesta correcta es D. 60.

82. Si sabemos que $\frac{b}{a}=2$ y $\frac{c}{b}=3$, ¿cuál es el cociente de $a+b$ entre $b+c$?

A. $\frac{1}{3}$ **B.** $\frac{3}{8}$ **C.** $\frac{3}{5}$ **D.** $\frac{2}{3}$

$$\begin{cases}\frac{b}{a}=2\Rightarrow b=2a\\ c=3b=6a\end{cases}\Rightarrow\frac{a+b}{b+c}=\frac{a+2a}{2a+6a}=\frac{3a}{8a}=\frac{3}{8}$$

La respuesta es B. $\frac{3}{8}$.

83. **¿Para qué valores de *m* resulta que el sistema de ecuaciones** $\begin{cases} y = mx + 3 \\ y = (2m-1)x + 4 \end{cases}$ **tiene solución?**

A. **Para todo *m*** **B.** **Para todo** $m \neq \frac{1}{2}$ **C.** **Para todo** $m \neq 0$ **D.** **Para todo** $m \neq 1$

$$\begin{cases} y = mx + 3 \\ y = (2m-1)x + 4 \end{cases} \Rightarrow mx + 3 = (2m-1)x + 4 \Rightarrow mx + 3 = 2mx - x + 4 \Rightarrow -1 = mx - x \Rightarrow -1 = (m-1)x$$

Para poder despejar x: $x \Rightarrow m - 1 \neq 0 \Rightarrow m \neq 1$.

La respuesta es D. Para todo $m \neq 1$.

Encuentra el error

84. **Dos amigos que pasean por el zoo mantienen la siguiente conversación.**

— **Mira, ahí hay unas grullas, y detrás de ellas hay unas cuantas cebras.**

— **¿Cuántas?**

— **Así, a simple vista, yo diría que hay 37 cabezas y 87 patas.**

— **Si todos los animales están sanos, creo que tienes que ir al oculista…**

¿Quién lleva razón?

Si todos los animales tienen un número par de patas, no es posible que la suma de las patas sea impar. El amigo que contó las patas cometió un error.

85. **Carmen ha resuelto un sistema de ecuaciones por el método de reducción.**

$$\begin{cases} 2x - \dfrac{5(4y-6)}{10} = 4 \\ -2x + 5y = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - \dfrac{\cancel{5}(4y-6)}{\cancel{5} \cdot 2} = 4 \\ -2x + 5y = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - (2y-3) = 4 \\ -2x + 5y = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - 2y + 3 = 4 \\ -2x + 5y = 7 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x - 2y = 1 \\ -2x + 5y = 7 \end{cases} \xrightarrow{\text{Sumando}} 3y = 6 \Rightarrow y = 2$$

¿Es correcta su solución?

Comete un error en la última suma. $\begin{cases} 2x - 2y = 1 \\ -2x + 5y = 7 \end{cases} \xrightarrow{\text{Sumando}} 3y = 8 \Rightarrow y = \dfrac{8}{3}$.

Además, no ha calculado x, por lo que su solución está incompleta.

$$2x - 2 \cdot \frac{8}{3} = 1 \Rightarrow 2x = 1 + \frac{16}{3} \Rightarrow 2x = \frac{19}{3} \Rightarrow x = \frac{19}{6}$$

PONTE A PRUEBA

Juegos de cartas

Actividad resuelta

Las cuentas de Clara

Clara ha ido al supermercado a comprar bebidas. Se ha llevado 18 latas de refresco de naranja y 7 latas de refresco de limón.

Más tarde, se ha dado cuenta de que no tenía suficientes bebidas, y ha vuelto a comprar 15 latas de naranja y 14 latas de limón.

Cuando ha llegado a casa, su padre le ha preguntado el precio de cada lata, pero Clara no lo recordaba. Por suerte, ha apuntado lo que ha gastado cada vez:

La primera compra le costó 10,14 €.

Por la segunda compra pagó 11,88 €.

1. **Su padre le dice que puede resolver este problema sin usar ecuaciones. ¿Qué pasos seguirías?**

2. **¿Es posible que las dos bebidas cuesten lo mismo?**

3. **Clara le dice que lo que ha hecho es resolver un sistema de ecuaciones. ¿Qué sistema es y qué método ha utilizado?**

1. Como 18 latas de naranja y 7 latas de limón cuestan 10,14 €, $18\cdot 2=36$ latas de naranja y $14\cdot 2=28$ latas de limón cuestan el doble, es decir, $10{,}14\cdot 2=20{,}28$ €.

Como en la segunda compra se lleva 14 latas de limón, si restamos resulta que $36-15=21$ latas de naranja cuestan $20{,}28-11{,}88=8{,}40$ €. Por tanto, una lata de naranja cuesta $8{,}40:21=0{,}40$ €.

Como 18 latas de naranja y 7 de limón cuestan 10,14 euros, las 7 latas de limón cuestan $10{,}14-18\cdot 0{,}4=2{,}94$ €; por tanto, cada lata de limón cuesta $2{,}94:7=0{,}42$ €.

2. No es posible, ya que por $18+7=25$ latas pagó 10,14 €, y por $15+14=29$ pagó 11,88 €, y $\frac{10{,}14}{25}\neq\frac{11{,}88}{29}$.

3. Si llamamos x al número de latas de naranja e y al número de latas de limón,

$$\begin{cases}18x+7y=10{,}14\\15x+14y=11{,}88\end{cases}\begin{array}{c}\xrightarrow{\cdot 2}\\\xrightarrow{\cdot(-1)}\end{array}\begin{cases}36x+14y=20{,}28\\-15x-14y=-11{,}88\end{cases}\Rightarrow 21x=8{,}4\Rightarrow x=0{,}4\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 18\cdot 0{,}4+7y=10{,}14\Rightarrow 7{,}2+7y=10{,}14\Rightarrow 7y=2{,}94\Rightarrow y=0{,}42$$

Ha usado el método de reducción.

En el laboratorio

En un laboratorio están realizando dos tipos de experimentos, mezclando diferentes líquidos con porcentajes de alcohol distintos.

- **Experimento A**

  El líquido de la primera probeta contiene un 32 % de alcohol, y el de la segunda, un 65 %.

  Quieren mezclarlos de manera que en la tercera probeta se consiga que haya una mezcla de 390 mL con el 51 % de alcohol.

  ¿Cuántos litros del líquido de la segunda probeta son necesarios?

- **Experimento B**

  El líquido de la primera probeta contiene un 49 % de alcohol, y el de la segunda, un 80 %.

  Quieren mezclarlos de manera que en la tercera probeta se consiga que haya una mezcla de 600 mL con el 61 % de alcohol.

  ¿Cuántos litros del líquido de la primera probeta son necesarios?

- **Experimento A**

  Llamamos x a los litros de líquido de la primera probeta e y a los litros de líquido de la segunda.

  $$\begin{cases} x+y=0,39 \\ 0,32x+0,65y=0,51\cdot 0,39 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y=0,39 \\ 0,32x+0,65y=0,1989 \end{cases} \xrightarrow{\cdot(-0,32)} \begin{cases} -0,32x-0,32y=-0,1248 \\ 0,32x+0,65y=0,1989 \end{cases} \Rightarrow$$

  $$\Rightarrow 0,33y=0,0741 \Rightarrow y=0,22\overset{\frown}{45}$$

  Necesita 0,225 litros de líquido de la segunda probeta.

- **Experimento B**

  Llamamos x a los litros de líquido de la primera probeta e y a los litros de líquido de la segunda.

  $$\begin{cases} x+y=0,6 \\ 0,49x+0,8y=0,6\cdot 0,61 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=0,6 \\ 0,49x+0,8y=0,366 \end{cases} \xrightarrow{\cdot(-0,8)} \begin{cases} -0,8x-0,8y=-0,48 \\ 0,49x+0,8y=0,366 \end{cases} \Rightarrow$$

  $$\Rightarrow -0,31x=-0,114 \Rightarrow x=0,367774...$$

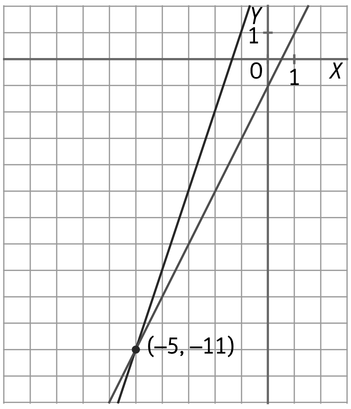
  Necesita 0,368 litros de líquido de la primera probeta.

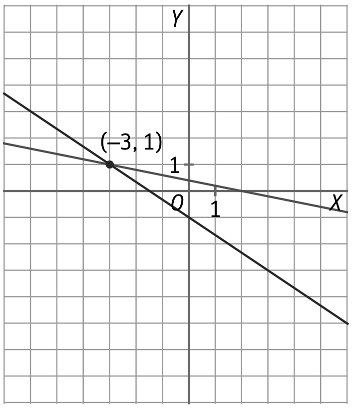
AUTOEVALUACIÓN

1. Resuelve gráficamente los siguientes sistemas de ecuaciones.

a) $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ -3x + y = 4 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} x + 5y = 2 \\ 2x + 3y = -3 \end{cases}$

a) Solución: $(x = -5,\ y = -11)$ **b)** Solución: $(x = -3,\ y = 1)$





2. Indica el número de soluciones que tiene cada sistema de ecuaciones.

a) $\begin{cases} 6x - 4y = 8 \\ -9x + 6y = -12 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 3x - y = 7 \\ y = 5 \end{cases}$

a) Infinitas soluciones

$$\begin{cases} 6x - 4y = 8 \xrightarrow{:2} \\ -9x + 6y = -12 \xrightarrow{:(-3)} \end{cases} \begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ 3x - 2y = 4 \end{cases}$$

b) Una solución: $(x = 4, y = 5)$

$$\begin{cases} 3x - y = 7 \Rightarrow 3x - 5 = 7 \Rightarrow x = \dfrac{7+5}{3} = 4 \\ y = 5 \end{cases}$$

3. Resuelve los siguientes sistemas usando el método que prefieras.

a) $\begin{cases} 5x - 3y = 9 \\ 6x - y = 16 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 4x + 2y = -3 \\ -3x + 6y = 5 \end{cases}$

a) Solución: $(x = 3, y = 2)$

$$\begin{cases} 5x - 3y = 9 \\ 6x - y = 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x - 3y = 9 \Rightarrow 5x - 3(6x - 16) = 9 \Rightarrow 5x - 18x + 48 = 9 \Rightarrow -13x = -39 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow y = 6 \cdot 3 - 16 = 2 \\ y = 6x - 16 \end{cases}$$

b) Solución: $\left(x = \dfrac{-14}{15}, y = \dfrac{11}{30}\right)$

$$\begin{cases} 4x + 2y = -3 \xrightarrow{\cdot(-3)} \\ -3x + 6y = 5 \end{cases} \begin{cases} -12x - 6y = 9 \\ -3x + 6y = 5 \end{cases} \Rightarrow -15x = 14 \Rightarrow x = \frac{-14}{15}$$

$$\begin{cases} 4x + 2y = -3 \xrightarrow{\cdot 3} \\ -3x + 6y = 5 \xrightarrow{\cdot 4} \end{cases} \begin{cases} 12x + 6y = -9 \\ -12x + 24y = 20 \end{cases} \Rightarrow 30y = 11 \Rightarrow y = \frac{11}{30}$$

4. Simplifica y resuelve el siguiente sistema.

$$\begin{cases} \dfrac{3x+2}{4} - \dfrac{3y+4}{6} = \dfrac{-8}{3} \\ 4y - 5x = 18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{3x+2}{4} - \dfrac{3y+4}{6} = \dfrac{-8}{3} \\ 4y - 5x = 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{9x+6}{12} - \dfrac{6y+8}{12} = \dfrac{-32}{12} \\ 4y - 5x = 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9x - 6y = -30 \xrightarrow{:3} \\ -5x + 4y = 18 \end{cases} \begin{cases} 3x - 2y = -10 \\ -5x + 4y = 18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x - 2y = -10 \xrightarrow{\cdot 2} \\ -5x + 4y = 18 \end{cases} \begin{cases} 6x - 4y = -20 \\ -5x + 4y = 18 \end{cases} \Rightarrow x = -2 \Rightarrow 3\cdot(-2) - 2y = -10 \Rightarrow -2y = -4 \Rightarrow y = 2$$

Solución: $(x = -2, y = 2)$

5. Jorge ha comprado varios libros y cuadernos para este curso. En total ha comprado 20 artículos y se ha gastado 256 €. Sabiendo que un libro cuesta 20 € y un cuaderno cuesta 4 €, calcula cuántos cuadernos y cuántos libros ha comprado.

Llamamos x al número de libros e y al número de cuadernos.

$$\begin{cases} x + y = 20 \xrightarrow{\cdot(-5)} \\ 20x + 4y = 256 \xrightarrow{:4} \end{cases} \begin{cases} -5x - 5y = -100 \\ 5x + y = 64 \end{cases} \Rightarrow -4y = -36 \Rightarrow y = 9 \Rightarrow x + 9 = 20 \Rightarrow x = 11$$

Compró 9 cuadernos y 11 libros.

6. La suma de dos números es igual a 145. Si al primer número se le resta el doble del segundo, el resultado obtenido es 10. ¿Cuáles son los dos números?

Llamamos x al primer número e y al segundo.

$$\begin{cases} x + y = 145 \\ x - 2y = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 145 - y \\ x = 10 - 2y \end{cases} \Rightarrow 145 - y = 10 + 2y \Rightarrow y = 45 \to x = 145 - 45 = 100$$

Los números son 100 y 45.

7. Hace dos años, la tortuga de Estela tenía cuatro veces la edad de su dueña, y dentro de cuatro años, Estela tendrá la tercera parte de la edad de su tortuga. ¿Cuáles son las edades actuales de Estela y su tortuga?

	Hace 2 años	Ahora	Dentro de 4 años
Edad de Estela	$x-2$	x	$x+4$
Edad de la tortuga	$y-2$	y	$y+4$

$$\begin{cases} y - 2 = 4(x-2) \\ x + 4 = \dfrac{1}{3}(y+4) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y - 2 = 4x - 8 \\ 3x + 12 = y + 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x - y = 6 \\ 3x - y = -8 \xrightarrow{\cdot(-1)} \end{cases} \begin{cases} 4x - y = 6 \\ -3x + y = 8 \end{cases} \Rightarrow x = 14 \Rightarrow 4\cdot 14 - y = 6 \Rightarrow y = 50$$

Estela tiene 14 años, y su tortuga, 50.

8. Un químico dispone de dos garrafas de ácido, una con una concentración del 5 % y otra con una concentración del 30 %. ¿Qué cantidad habrá que poner de cada garrafa para conseguir un litro de mezcla con una concentración del 10 %?

Llamamos x a los litros de la primera garrafa e y a los de la segunda.

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 0{,}05x + 0{,}3y = 0{,}1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 1 - x \\ 0{,}05x + 0{,}3(1-x) = 0{,}1 \Rightarrow 0{,}05x + 0{,}3 - 0{,}3x = 0{,}1 \Rightarrow -0{,}25x = -0{,}2 \Rightarrow x = 0{,}8 \Rightarrow y = 1 - 0{,}8 = 0{,}2 \end{cases}$$

Hay que mezclar 0,8 litros de la primera con 0,2 litros de la segunda.