3 Polinomios

PIENSA Y RESPONDE

Fíjate en cómo se escribía el signo igual. ¿Cómo crees que se escribía el signo más? ¿Y el signo menos?

Respuesta libre.

ANALIZA Y SACA CONCLUSIONES

Traduce al lenguaje algebraico moderno este ejemplo del citado libro:

7. 1*R. m.* 6. *Cce. p.* 8. *Cu. p.* 3. *Ce. m.* 9. *Co. m.* 12. *n.*

4. 1*R. m.* 3. *Cce.* m. 5. *Cu. m.* 7. *Ce. p.* 11. *Co. p.* 4. *n.*

11. 1*R. m.* 9. *Cce. p.* 3. *Cu. m.* 4. *Ce. p.* 2. *Co. m.* 8. *n.*

$7x^5 - 6x^4 + 8x^3 + 3x^2 - 9x - 12$

$4x^5 - 3x^4 - 5x^3 - 7x^2 + 11x + 4$

$11x^5 - 9x^4 + 3x^3 - 4x^2 + 2x - 8$

Actividades propuestas

1. Actividad resuelta

2. Escribe expresiones algebraicas que describan los enunciados siguientes.

a) Cinco números consecutivos.

b) La suma entre un número y su tercera parte.

c) El triple de un número más el número al cuadrado.

d) La mitad de un número más el doble de su raíz cuadrada.

e) La media aritmética de las tres calificaciones obtenidas en las tres evaluaciones.

a) Si x es el primer número, los cinco números serán x, $x + 1$, $x + 2$, $x + 3$, $x + 4$.

b) Si x es el número, la suma de él más su tercera parte será $x + \frac{x}{3} = \frac{4x}{3}$.

c) Si x es el número, la suma de su triple más su cuadrado será $3x + x^2$.

d) Si x es el número, la suma de su mitad más el doble de su raíz cuadrada será $\frac{x}{2} + 2\sqrt{x}$.

e) Si las calificaciones obtenidas son A, B y C su media aritmética será $\frac{A + B + C}{3}$.

3. Calcula el valor numérico de las siguientes expresiones.

a) $Q(x) = 3x^2 - 2x + 5$, **para** $x = -\dfrac{2}{5}$

b) $R(x, y) = \dfrac{2xy + y^2}{y + 2x^3}$, **para** $x = y = -2$

c) $S(x, y) = \dfrac{\sqrt{x + y}}{x^2 + 2y}$, **para** $x = -2$ **e** $y = 11$

d) $E(x, y) = 3(x - y)^2 - \dfrac{1}{2}(y^2 + 3x)$, **para** $x = -3$ **e** $y = -1$

a) $Q\left(-\dfrac{2}{5}\right) = 3 \cdot \left(-\dfrac{2}{5}\right)^2 - 2 \cdot \left(-\dfrac{2}{5}\right) + 5 = 3 \cdot \dfrac{4}{25} + \dfrac{4}{5} + 5 = \dfrac{12}{25} + \dfrac{4}{5} + 5 = \dfrac{157}{25}$

b) $R(-2, -2) = \dfrac{2 \cdot (-2) \cdot (-2) + (-2)^2}{-2 + 2 \cdot (-2)^3} = \dfrac{8 + 4}{-2 - 16} = \dfrac{12}{-18} = -\dfrac{2}{3}$

c) $S(-2, 11) = \dfrac{\sqrt{-2 + 11}}{(-2)^2 + 2 \cdot 11} = \dfrac{\sqrt{9}}{4 + 22} = \dfrac{3}{26}$

d) $E(-3, -1) = 3(-3 - (-1))^2 - \dfrac{1}{2}\left((-1)^2 + 3 \cdot (-3)\right) = 3 \cdot 4 - \dfrac{1}{2} \cdot (-8) = 12 + 4 = 16$

4. En un concurso, Almudena ha ganado 12 € más que Elena y Teresa el doble de Almudena.

a) Escribe una expresión algebraica que represente cuánto han ganado en total.

b) Si Elena ha ganado 58 €, ¿cuánto han ganado Teresa y Almudena?

a) Suponiendo que Almudena gana x euros, entonces Elena gana $x - 12$ y Teresa $2x$.

En total han ganado $x + x - 12 + 2x = 4x - 12$ €.

b) Si Elena ha ganado 58 €, entonces Almudena ha ganado 70 € y Teresa 140.

5. Comprueba si las siguientes expresiones algebraicas se corresponden con el enunciado y corrige las erróneas.

Enunciado	Expresión algebraica
15 unidades menos que el triple de un número.	$3 \cdot (x - 15)$
La suma de un número y su inverso.	$x + \dfrac{1}{x}$
El producto de tres números impares consecutivos.	$x \cdot (x + 2) \cdot (x + 4)$
El cuádruple de la diferencia entre un número y su cubo.	$4x - x^2$
La diagonal de un rectángulo cuyos lados miden uno el doble que el otro	$\sqrt{5}x$

Enunciado	Expresión algebraica
15 unidades menos que el triple de un número.	Incorrecta $3x - 15$
La suma de un número y su inverso.	Correcta
El producto de tres números impares consecutivos.	Correcta si x es impar
El cuádruple de la diferencia entre un número y su cubo.	Incorrecta $4 \cdot (x - x^2)$
La diagonal de un rectángulo cuyos lados miden uno el doble que el otro	Correcta

6. **Calcula el valor numérico de las siguientes expresiones para estos valores de las variables:**

$$x = -\frac{1}{2} \qquad y = -3 \qquad z = \frac{2}{3}$$

a) $A(x) = -2x^2 - \frac{x}{3} + 2$

b) $B(x, y) = -x^3 - \frac{x}{y} + 2$

c) $C(x,\ y,\ z) = \sqrt{\frac{6y}{x} + x^2 - z^{-2}}$

d) $D(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2 + \frac{51}{36}}$

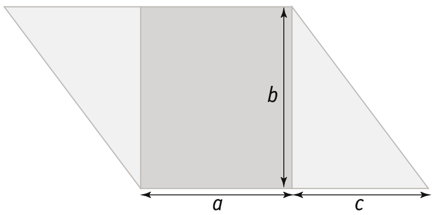
a) $A(x) = -2\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{\left(-\frac{1}{2}\right)}{3} + 2 = -2 \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + 2 = -\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + 2 = \frac{5}{3}$

b) $B\left(-\frac{1}{2},\ -3\right) = -\left(-\frac{1}{2}\right)^3 - \frac{-\frac{1}{2}}{3} + 2 = \frac{1}{8} + \frac{1}{6} + 2 = \frac{55}{24}$

c) $C\left(-\frac{1}{2},\ \ -3,\ \ \frac{2}{3}\right) = \sqrt{\frac{6 \cdot (-3)}{-\frac{1}{2}} + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}} = \sqrt{36} + \frac{1}{4} - \frac{9}{4} = 6 - 2 = 4$

d) $D\left(-\frac{1}{2},\ \ -3,\ \ \frac{2}{3}\right) = \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + (-3)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \frac{51}{36}} = \sqrt{\frac{1}{4} + 9 + \frac{4}{9} + \frac{51}{36}} = \sqrt{\frac{100}{9}} = \frac{10}{3}$

7. **Observa la siguiente figura.**



a) **Escribe la expresión algebraica que determina su perímetro y su área.**

b) **Calcula el valor numérico de las expresiones algebraicas para los valores a = 10 cm, b = 12 cm y c = 9 cm.**

a) Llamando *x* al lado oblicuo del paralelogramo, por el teorema de Pitágoras $x = \sqrt{b^2 + c^2}$:

$A(a, b, c) = (a + c) \cdot b$ $\qquad$ $P(a, b, c) = 2 \cdot (a + c) + 2 \cdot \sqrt{b^2 + c^2}$

b) $A = (10 + 9) \cdot 12 = 228\ \text{cm}^2$ $\qquad$ $P = 2 \cdot (10 + 9) + 2 \cdot \sqrt{12^2 + 9^2} = 68$ cm

8. **Para ciertos valores de *a* y *b*, el valor numérico de la expresión algebraica $P(a, b) = 2a^2b$ es 6. ¿Cuáles pueden ser esos valores? ¿Hay más de una posibilidad? Justifica tu respuesta.**

Hay varias posibilidades:

Si $a = 1$ y $b = 3 \Rightarrow P(1, 3) = 2 \cdot 1^2 \cdot 3 = 6$

Si $a = -1$ y $b = 3 \Rightarrow P(-1, 3) = 2 \cdot (-1)^2 \cdot 3 = 6$

Si a = $\sqrt{3}$ y $b = 1 \Rightarrow P(\sqrt{3}, 1) = 2 \cdot \left(-\sqrt{3}\right)^2 \cdot 1 = 2 \cdot 3 \cdot 1 = 6$

Si $a = -\sqrt{3}$ y $b = 1 \Rightarrow P(-\sqrt{3}, 1) = 2 \cdot \left(-\sqrt{3}\right)^2 \cdot 1 = 2 \cdot 3 \cdot 1 = 6$

Por tanto los valores pueden ser $a = 1$ y $b = 3$, $a = -1$ y $b = 3$, a = $\sqrt{3}$ y $b = 1$ o $a = -\sqrt{3}$ y $b = 1$.

9. ¿Cuál de las siguientes expresiones son monomios? En su caso, indica el coeficiente, la parte literal y el grado.

a) $A(x, y) = -3x^5y^2$ **c)** $C(x, y) = 2x^2.y^{-2}$ **e)** $E(x)= \frac{2}{5}x$

b) $B(x) = 2\sqrt{xy}$ **d)** $D(x) = -7$ **f)** $F(x, y)= -\frac{1}{\sqrt{2}}x^2y$

a) Sí es monomio.

Coeficiente: −3 Parte literal: x^5y^2 Grado: 5 + 2 = 7

b) No es monomio ya que las variables están afectadas por radicales.

c) No es monomio ya que una de las variables está elevada a una potencia no natural.

d) Sí es monomio.

Coeficiente: −7 Parte literal: x^0 Grado: 0

e) Sí es monomio.

Coeficiente: $\frac{2}{5}$ Parte literal: x Grado: 1

f) Sí es monomio.

Coeficiente: $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ Parte literal: x^2y Grado: 3

10. Calcula las siguientes operaciones con monomios.

a) $3x^2 + 4x^2$ **c)** $-\frac{3}{5}x^3 + x^3$ **e)** $x - 5x + 3x$

b) $5x^2 + \frac{1}{2}x^2$ **d)** $\frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^3$ **f)** $\frac{2x}{3} - \frac{5x}{4}$

a) $3x^2 + 4x^2 = 7x^2$ **c)** $-\frac{3}{5}x^3 + x^3 = \frac{2}{5}x^3$ **e)** $x - 5x + 3x = -x$

b) $5x^2 + \frac{1}{2}x^2 = \frac{11}{2}x^2$ **d)** $\frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^3 = \frac{5}{12}x^3$ **f)** $\frac{2x}{3} - \frac{5x}{4} = -\frac{7}{12}x$

11. Resuelve las siguientes operaciones con monomios.

a) $2x^2 \cdot 3x^5$ **c)** $-\frac{3x^2}{5} \cdot \frac{2x^3}{3}$ **e)** $\left(\frac{2}{3}x^3\right)^3$

b) $2x^2 \cdot \frac{1}{2}x^2$ **d)** $\left(-x^3\right)^4$ **f)** $\sqrt{2} \cdot \frac{1}{x^{-3}} \cdot x^2$

a) $2x^2 \cdot 3x^5 = 6x^7$ **c)** $-\frac{3x^2}{5} \cdot \frac{2x^3}{3} = -\frac{2x^5}{5}$ **e)** $\left(\frac{2}{3}x^3\right)^3 = \frac{8}{27}x^9$

b) $2x^2 \cdot \frac{1}{2}x^2 = x^4$ **d)** $\left(-x^3\right)^4 = x^{12}$ **f)** $\sqrt{2} \cdot \frac{1}{x^{-3}} \cdot x^2 = \sqrt{2}x^5$

12. Dados los monomios $A(x) = -2x$, $B(x) = \frac{1}{3}x^2$ y $C(x) = -x^2$, calcula.

a) $A(x) + B(x) + C(x)$ **c)** $3B(x) - \frac{1}{2}C(x)$d) **e)** $[A(x)]^2 - B(x) - C(x)$

b) $A(x) + 2B(x) - C(x)$ **d)** $A(x) \cdot B(x) \cdot C(x)$ **f)** $[A(x) \cdot (-C(x))]^2$

a) $A(x) + B(x) + C(x) = -2x + \frac{1}{3}x^2 + (-x^2) = -2x + \frac{1}{3}x^2 - x^2 = -\frac{2}{3}x^2 - 2x$

b) $A(x) + 2B(x) - C(x) = -2x + 2 \cdot \frac{1}{3}x^2 - (-x^2) = -2x + \frac{2}{3}x^2 + x^2 = \frac{5}{3}x^2 - 2x$

c) $3B(x) - \frac{1}{2}C(x) = 3 \cdot \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{2} \cdot (-x^2) = x^2 + \frac{1}{2}x^2 = \frac{3}{2}x^2$

d) $A(x) \cdot B(x) \cdot C(x) = (-2x) \cdot \frac{1}{3}x^2 \cdot (-x^2) = \frac{2}{3}x^5$

e) $[A(x)]^2 - B(x) - C(x) = (-2x)^2 - \frac{1}{3}x^2 - (-x^2) = 4x^2 - \frac{1}{3}x^2 + x^2 = \frac{14}{3}x^2$

f) $[A(x) \cdot (-C(x))]^2 = [-2x \cdot (-(-x^2))]^2 = (-2x^3)^2 = 4x^6$

13. Comprueba, y corrige si es necesario, las siguientes operaciones con monomios.

a) $-4xy^2 + \frac{x^2y}{2} - 4x^2y = -\frac{5}{2}x^2y$ **b)** $\frac{2x^3y^2}{3} \cdot \left(-\frac{x^2y}{4}\right) = \frac{x^5y^3}{6}$

a) $-4xy^2 + \frac{x^2y}{2} - 4x^2y = -4xy^2 - \frac{7}{2}x^2y$ **b)** $\frac{2x^3y^2}{3} \cdot \left(-\frac{x^2y}{4}\right) = -\frac{x^5y^3}{6}$

14. Actividad resuelta

15. Expresa mediante monomios las siguientes cantidades.

a) El área de un suelo formado por *x* baldosas rectangulares de medidas 30 x 20 cm. ¿Y si las medidas son *a* x *b* cm?

b) El coste total del alquiler de 10 autocares en los que van a viajar *x* jóvenes pagando *y* euros cada uno.

c) El volumen de un cubo de lado *x*.

d) El número de personas que hay en un edificio de *x* plantas si en cada una hay 3 pisos y en cada piso viven 4 personas.

a) Si las medidas son 30 x 20 cm el área del suelo será $A(x) = 600x$ cm^2.

Si las medidas son *a* x *b* el área del suelo será $A(x) = a \cdot b \cdot x$ cm^2.

b) El coste total será $10 \cdot x \cdot y$ €.

c) El volumen será $V = x^3$.

d) El número de personas será $x \cdot 3 \cdot 4 = 12x$.

16. Una cartulina mide *x* cm de largo e *y* cm de ancho. Se recorta de forma que el ancho se reduce dos tercios y el largo la mitad. Escribe un monomio que exprese el área de la cartulina desechada.

El área de la cartulina original es $x \cdot y$ cm.

Las nuevas medidas de la cartulina serán $\frac{2y}{3}$ cm el ancho y $\frac{x}{2}$ cm el largo.

El área de la nueva cartulina será $\frac{x}{2} \cdot \frac{2y}{3} = \frac{1}{3}xy$ cm^2.

Por tanto, el área de cartulina desechada será $A(x, y) = x \cdot y - \frac{1}{3}xy = \frac{2}{3}xy$ cm^2.

17. Actividad resuelta

18. Si $P(x) = x^3 - x^2 - 2x + 2$ y $Q(x) = 2x^3 - 3x^2 + x - 1$, calcula.

a) $P(x) + Q(x)$ **b) $2P(x) + 4Q(x)$** **c) $-P(x) - 3Q(x)$**

a) $P(x) + Q(x) = (x^3 - x^2 - 2x + 2) + (2x^3 - 3x^2 + x - 1) = x^3 - x^2 - 2x + 2 + 2x^3 - 3x^2 + x - 1 = 3x^3 - 4x^2 - x + 1$

b) $2P(x) + 4Q(x) = 2 \cdot (x^3 - x^2 - 2x + 2) + 4 \cdot (2x^3 - 3x^2 + x - 1) = 2x^3 - 2x^2 - 4x + 4 + 8x^3 - 12x^2 + 4x - 4 = 10x^3 - 14x^2$

c) $-P(x) - 3Q(x) = -(x^3 - x^2 - 2x + 2) - 3(2x^3 - 3x^2 + x - 1) = -x^3 + x^2 + 2x - 6x^3 + 9x^2 - 3x + 3 =$
$= -7x^3 + 10x^2 - x + 1$

19. Multiplica los polinomios.

a) $2x^2(3 - 2x)$ **c) $(2x - 3)(x^2 + 2x)$**

b) $2x^2(4x^2 + 2x - 3)$ **d) $(3x^2 + 2x)(x^2 - 2x + 5)$**

a) $2x^2(3 - 2x) = -4x^3 + 6x^2$ **c)** $(2x - 3)(x^2 + 2x) = 2x^3 + 4x^2 - 3x^2 - 6x = 2x^3 + x^2 - 6x$

b) $2x^2(4x^2 + 2x - 3) = 8x^4 + 4x^3 - 6x^2$ **d)** $(3x^2 + 2x)(x^2 - 2x + 5) = 3x^4 - 4x^3 + 11x^2 + 10x$

20. Extrae factor común en las siguientes expresiones.

a) $2a^2b - 4ab^2$ **c) $14x^2y^2 - 7x^3y^2 + 21x^2y^3$**

b) $\frac{4}{9}a^2b - \frac{2}{3}ab$ **d) $\frac{5}{2}xy^3 - \frac{7}{2}xy^2 + \frac{1}{2}xy$**

a) $2a^2b - 4ab^2 = 2ab \cdot (a - 2b)$ **c)** $14x^2y^2 - 7x^3y^2 + 21x^2y^3 = 7x^2y^2 \cdot (2 - x + 3y)$

b) $\frac{4}{9}a^2b - \frac{2}{3}ab = \frac{2}{3}ab \cdot \left(\frac{2}{3}a - 1\right)$ **d)** $\frac{5}{2}xy^3 - \frac{7}{2}xy^2 + \frac{1}{2}xy = \frac{1}{2}xy \cdot (5y^2 - 7y + 1)$

21. Actividad resuelta

22. Dados los polinomios $P(x) = 2x - 3x^2$, $Q(x, y) = 2xy^2 - 6y$ y $R(x, y) = 4x^2y + 2xy - 3y$, calcula y extrae factor común.

a) $P(x) \cdot Q(x, y)$ **b) $Q(x, y) \cdot R(x, y)$**

a) $P(x) \cdot Q(x, y) = (2x - 3x^2) \cdot (2xy^2 - 6y) = 4x^2y^2 - 12xy - 6x^3y^2 + 18x^2y = 2xy \cdot (2xy - 6 - 3x^2y + 9x)$

b) $Q(x, y) \cdot R(x, y) = 8x^3y^3 + 4x^2y^3 - 6xy^3 - 24x^2y^2 - 12xy^2 + 18y^2 = 2y^2 \cdot (4x^3y + 2x^2y - 3xy - 12x^2 + 9)$

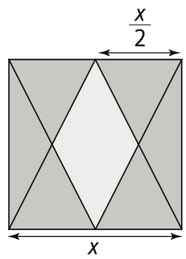
23. Actividad resuelta

24. Observa la figura y expresa algebraicamente.

a) El área de la zona coloreada de gris.

b) El área de la zona coloreada en rosa.

c) La diferencia entre ambas áreas.



El área del cuadrado es x^2. Como está dividido en 16 triángulos iguales, cada uno de ellos tendrá área $\frac{x^2}{16}$.

a) Como la zona coloreada de gris está formada por 12 triángulos. Su área es $12 \cdot \frac{x^2}{16} = \frac{12x^2}{16} = \frac{3x^2}{4}$.

b) La zona coloreada de rosa está formada por 4 triángulos. Su área es $4 \cdot \frac{x^2}{16} = \frac{4x^2}{16} = \frac{x^2}{4}$.

c) La diferencia entre ambas áreas es $\frac{3x^2}{4} - \frac{x^2}{4} = \frac{2x^2}{4} = \frac{x^2}{2}$.

25. Actividad interactiva

26. Desarrolla las siguientes potencias utilizando las identidades notables:

a) $(x^3+2x)^2$ c) $\left(\frac{3}{7}x^2-\frac{7}{3}x\right)^2$ e) $\left(\frac{2}{5}x+\frac{1}{4}\right)^2$

b) $(5x-6)(5x+6)$ d) $\left(2x^3-5\right)^2$ f) $\left(\frac{12x}{5}-6x^2\right)\left(\frac{12x}{5}+6x^2\right)$

a) $(x^3+2x)^2=(x^3)^2+(2x)^2+2\cdot x^3\cdot 2x=x^6+4x^2+4x^4=x^6+4x^4+4x^2$

b) $(5x-6)(5x+6)=(5x)^2-6^2=25x^2-36$

c) $\left(\frac{3}{7}x^2-\frac{7}{3}x\right)^2=\left(\frac{3}{7}x^2\right)^2+\left(\frac{7}{3}x\right)^2+2\cdot\frac{3}{7}x^2\cdot\frac{7}{3}x=\frac{9}{49}x^4+\frac{49}{9}x^2-2x^3=\frac{9}{49}x^4-2x^3+\frac{49}{9}x^2$

d) $\left(2x^3-5\right)^2=\left(2x^3\right)^2+5^2-2\cdot 2x^3\cdot 5=4x^6+25-10x^3=4x^6-10x^3+25$

e) $\left(\frac{2}{5}x+\frac{1}{4}\right)^2=\left(\frac{2}{5}x\right)^2+\left(\frac{1}{4}\right)^2+2\cdot\frac{2}{5}x\cdot\frac{1}{4}=\frac{4}{25}x^2+\frac{1}{16}+\frac{4}{20}x=\frac{4}{25}x^2+\frac{1}{5}x+\frac{1}{16}$

f) $\left(\frac{12x}{5}-6x^2\right)\left(\frac{12x}{5}+6x^2\right)=\left(\frac{12x}{5}\right)^2-\left(6x^2\right)^2=\frac{144x^2}{25}-36x^4=-36x^4+\frac{144x^2}{25}$

27. Desarrolla las siguientes expresiones:

a) $\left(xy+2x^2y\right)^2$ c) $\left(-2xy+3x^2\right)^2$ e) $2\left(\frac{2}{3}x+\frac{xy}{4}\right)^2$

b) $\left(\frac{2xy}{3}-\frac{y^2}{6}\right)\left(\frac{2xy}{3}-\frac{y^2}{6}\right)$ d) $\left(2-5x^2y^2\right)^2$ f) $\left(-3xy^2+2x^2y\right)^2$

a) $\left(xy+2x^2y\right)^2=(xy)^2+\left(2x^2y\right)^2+2\cdot xy\cdot 2x^2y=x^2y^2+4x^4y^2+4x^3y^2$

b) $\left(\frac{2xy}{3}-\frac{y^2}{6}\right)\left(\frac{2xy}{3}-\frac{y^2}{6}\right)=\left(\frac{2xy}{3}-\frac{y^2}{6}\right)^2=\left(\frac{2xy}{3}\right)^2+2\cdot\frac{2xy}{3}\cdot\frac{y^2}{6}+\left(\frac{y^2}{6}\right)^2=\frac{4x^2y^2}{9}+\frac{2xy^3}{9}+\frac{y^4}{36}$

c) $\left(-2xy+3x^2\right)^2=\left(3x^2-2xy\right)^2=\left(3x^2\right)^2-2\cdot 3x^2\cdot 2xy+(2xy)^2=9x^4-12x^3y+4x^2y^2$

d) $\left(2-5x^2y^2\right)^2=2^2-2\cdot 2\cdot 5x^2y^2+\left(5x^2y^2\right)^2=4-20x^2y^2+25x^4y^4$

e) $2\left(\frac{2}{3}x+\frac{xy}{4}\right)^2=2\left(\left(\frac{2}{3}x\right)^2+2\cdot\frac{2}{3}x\cdot\frac{xy}{4}+\left(\frac{xy}{4}\right)^2\right)=2\left(\frac{4x^2}{9}+\frac{4x^2y}{12}+\frac{x^2y^2}{16}\right)=\frac{8x^2}{9}+\frac{8x^2y}{12}+\frac{2x^2y^2}{16}=$

$=\frac{8x^2}{9}+\frac{2x^2y}{3}+\frac{x^2y^2}{8}$

f) $\left(-3xy^2+2x^2y\right)^2=\left(2x^2y-3xy^2\right)^2=\left(2x^2y\right)^2-2\cdot 2x^2y\cdot 3xy^2+\left(3xy^2\right)^2=4x^4y^2-12x^3y^3+9x^2y^4$

28. Comprueba y, en su caso, corrige estas igualdades.

a) $(x-2x^2)^2=x^2-4x^3-4x^4$ c) $(y-y^2)(y+y^2)=y^2-y^4$

b) $\left(\frac{x}{5}+3\right)^2=\frac{x^2}{25}+\frac{6x}{5}+9$ d) $\left(\frac{x}{2}-\frac{y}{4}\right)^2=\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{16}$

a) Errónea: $(x-2x^2)^2=x^2-2\cdot x\cdot 2x^2+(2x^2)^2=x^2-4x^3+4x^4$

b) Correcta

c) Correcta

d) Errónea: $\left(\frac{x}{2}-\frac{y}{4}\right)^2=\left(\frac{x}{2}\right)^2+\left(\frac{y}{4}\right)^2-2\cdot\frac{x}{2}\cdot\frac{y}{4}=\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{16}-\frac{xy}{4}$

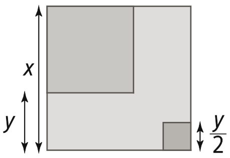
29. Actividad resuelta

30. Opera y simplifica la siguiente expresión: $4(3x-1)^2-4(3x+1)^2+2(2x-1)(2x+1)$

$4(3x-1)^2-4(3x+1)^2+2(2x-1)(2x+1)=4((3x)^2+1^2-2\cdot 3x\cdot 1)-4((3x)^2+1^2+2\cdot 3x\cdot 1)^2+2((2x)^2-1^2)=$

$=4(9x^2+1-6x)-4(9x^2+1+6x)+2(4x^2-1)=36x^2+4-24x-36x^2-4-24x+8x^2-2=8x^2-48x-2$

31. Expresa como una potencia el área de los cuadrados más oscuros.



$$A=(x-y)^2+\left(\frac{y}{2}\right)^2=x^2+y^2-2xy+\frac{y^2}{4}=x^2+\frac{5y^2}{4}-2xy$$

32. Actividad interactiva

33. Escribe en lenguaje algebraico.

a) Tres números consecutivos si el menor es *x*.

b) Tres números consecutivos si el mediano es *x*.

c) Tres números consecutivos si el mayor es *x*.

a) $x,\ x+1,\ x+2$ **b)** $x-1,\ x,\ x+1$ **c)** $x-2,\ x-1,\ x$

34. Considera todos los triángulos rectángulos donde las medidas de sus catetos se diferencian en tres unidades. Llama *x* al cateto menor y escribe expresiones algebraicas que representen:

a) La medida del otro cateto.

b) El área del triángulo.

c) La medida de la hipotenusa.

d) El perímetro del triángulo.

a) $x+3$

b) $A=\frac{(x+3)\cdot x}{2}=\frac{x^2+3x}{2}$

c) $h=\sqrt{(x+3)^2+x^2}=\sqrt{x^2+9+6x+x^2}=\sqrt{2x^2+6x+9}$

d) $P=x+x+3+\sqrt{2x^2+6x+9}=2x+3+\sqrt{2x^2+6x+9}$

35. Calcula el valor numérico de las siguientes expresiones algebraicas para los valores que se indican.

a) $\boldsymbol{A(x)=2x-3}$**, para** $\boldsymbol{x=-2}$

b) $\boldsymbol{B(x)=\frac{x}{1+x}}$**, para** $\boldsymbol{x=-3}$

c) $\boldsymbol{C(x)=\frac{1+\frac{1}{x}}{1-\frac{1}{x}}}$**, para** $\boldsymbol{x=-\frac{2}{3}}$

d) $\boldsymbol{D(x)=\frac{x^3}{1+x^2}}$**, para** $\boldsymbol{x=\frac{1}{3}}$

a) $A(-2)=2\cdot(-2)-3=-4-3=-7$

b) $B(-3)=\frac{-3}{1+(-3)}=\frac{-3}{1-3}=\frac{-3}{-2}=\frac{3}{2}$

c) $C\left(-\frac{2}{3}\right)=\frac{1-\frac{3}{2}}{1+\frac{3}{2}}=\frac{-\frac{1}{2}}{\frac{5}{2}}=-\frac{2}{10}=-\frac{1}{5}$

d) $D\left(\frac{1}{3}\right)=\frac{\left(\frac{1}{3}\right)^3}{1+\left(\frac{1}{3}\right)^2}=\frac{\frac{1}{27}}{1+\frac{1}{9}}=\frac{\frac{1}{27}}{\frac{10}{9}}=\frac{9}{270}=\frac{1}{30}$

36. Calcula el valor numérico de las siguientes expresiones para los valores que se indican.

a) $A(x,y)=\dfrac{x^2+y^2}{2xy}$ **, para $x=-2$, $y=3$**

b) $B(x,y)=\dfrac{x+2\sqrt{y}}{2y\sqrt{x}}$ **para $x=9$, $y=4$**

c) $C(x,y)=\dfrac{2xy-y^2}{2xy^3}$ **para $x=2$, $y=-1$**

a) $A(-2,3)=\dfrac{(-2)^2+3^2}{2\cdot(-2)\cdot 3}=\dfrac{4+9}{-12}=-\dfrac{13}{12}$

b) $B(9,4)=\dfrac{9+2\sqrt{4}}{2\cdot 4\sqrt{9}}=\dfrac{9+2\cdot 2}{2\cdot 4\cdot 3}=\dfrac{9+4}{24}=\dfrac{13}{24}$

c) $C(2,-1)=\dfrac{2\cdot 2\cdot(-1)-(-1)^2}{2\cdot 2\cdot(-1)^3}=\dfrac{-4-1}{-4}=\dfrac{-5}{-4}=\dfrac{5}{4}$

37. Escribe expresiones algebraicas para:

a) El perímetro de un cuadrado cuya diagonal mide *x*.

b) La diagonal de un rectángulo cuyos lados son uno el doble del otro siendo *a* su lado menor.

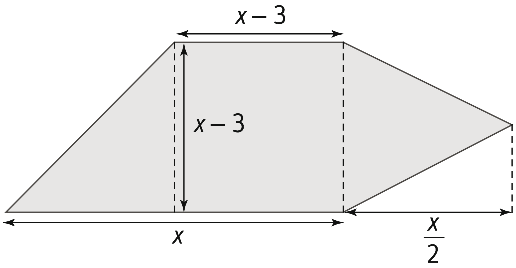
c) La diagonal de un rectángulo cuyos lados son uno el doble del otro siendo *a* su lado mayor.

a) Si la diagonal mide *x*, el lado medirá $\dfrac{x}{\sqrt{2}}$. Por tanto el perímetro será $P=4\cdot\dfrac{x}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}x$.

b) Los lados son *a* y 2*a*. Por tanto la diagonal medirá $d=\sqrt{a^2+(2a)^2}=\sqrt{a^2+4a^2}=\sqrt{5a^2}=\sqrt{5}a$.

c) Los lados son *a* y $\dfrac{a}{2}$. Por tanto la diagonal medirá $d=\sqrt{a^2+\left(\dfrac{a}{2}\right)^2}=\sqrt{a^2+\dfrac{a^2}{4}}=\sqrt{\dfrac{5a^2}{4}}=\dfrac{\sqrt{5}a}{2}$.

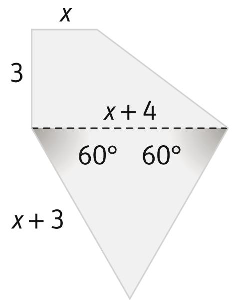
38. Escribe la expresión algebraica que determina el área de la siguiente figura geométrica.



Llamamos 1 al triángulo que se forma a la izquierda, 2 al cuadrado central y 3 al triángulo de la derecha.

$$\left.\begin{array}{l} A_1=\dfrac{(x-(x-3))\cdot(x-3)}{2}=\dfrac{3\cdot(x-3)}{2}=\dfrac{3x-9}{2}\\ A_2=(x-3)^2=x^2-6x+9\\ A_3=\dfrac{(x-3)\cdot\dfrac{x}{2}}{2}=\dfrac{x\cdot(x-3)}{4}=\dfrac{x^2-3x}{4}\end{array}\right\}\Rightarrow A=\dfrac{3x-9}{2}+x^2-6x+9+\dfrac{x^2-3x}{4}=\dfrac{5x^2-21x+18}{4}$$

39. Determina la expresión algebraica que representa el perímetro de la siguiente figura geométrica.



Por el teorema de Pitágoras, la hipotenusa del triángulo que se forma en la parte superior medirá $\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{25}=5$. Además, el triángulo inferior es equilátero, por tener sus ángulos iguales. Por tanto, cada uno de sus lados mide $x + 4$.

El perímetro de la figura es $P = x + 5 + 2 \cdot (x + 4) + 3 = x + 5 + 2x + 8 + 3 = 3x + 16$.

40. Actividad resuelta

41. Escribe expresiones algebraicas para las siguientes secuencias de números:

a) **3, ,6, 9, 12, 15…** **b)** **2, 4, 8, 16, 32…** **c)** **1, 4, 9, 16, 25…** **d)** **0, 3, 8, 15, 24…**

a) $3n$ **b)** 2^n **c)** n^2 **d)** $n^2 - 1$

42. El área de un triángulo de lados *a*, *b* y *c* puede ser calculada mediante la siguiente fórmula:

$$\boldsymbol{A=\frac{1}{4}\sqrt{(a+b+c)\cdot(a+b-c)\cdot(a-b+c)\cdot(-a+b+c)}}$$

a) Escribe una expresión algebraica que determine el área de un triángulo equilátero de lado *x*.

b) Escribe una expresión algebraica que determine el área de un triángulo isósceles de lados *x*, *x* e *y*.

a) $a = b = c = x$

$$A=\frac{1}{4}\sqrt{(x+x+x)\cdot(x+x-x)\cdot(x-x+x)\cdot(-x+x+x)}=\frac{1}{4}\sqrt{3x\cdot x\cdot x\cdot 2x}=\frac{1}{4}\sqrt{6x^4}=\frac{\sqrt{6}x^2}{4}$$

b) $a = b = x$, $c = y$

$$A=\frac{1}{4}\sqrt{(x+x+y)\cdot(x+x-y)\cdot(x-x+y)\cdot(-x+x+y)}=\frac{1}{4}\sqrt{(2x+y)\cdot(2x-y)\cdot y\cdot y}=\frac{1}{4}\sqrt{(4x^2-y^2)\cdot y^2}=$$

$$=\frac{y\sqrt{4x^2-y^2}}{4}$$

43. Indica si las siguientes expresiones algebraicas son monomios, polinomios o ninguna de las dos cosas. En caso de que sean monomios o polinomios, indica el grado, el coeficiente principal y el término independiente.

a) $\boldsymbol{-2x^2+3}$ **c)** $\boldsymbol{5x^2y+2xy}$ **e)** $\boldsymbol{-2x^2+\frac{1}{2}\sqrt{x}}$

b) $\boldsymbol{\frac{x}{2}}$ **d)** $\boldsymbol{\frac{1}{x}\cdot y^2}$ **f)** $\boldsymbol{-2t^2+tx+3}$

a) Polinomio de grado 2, término independiente 3 y coeficiente principal – 2.

b) Monomio de grado 1 y coeficiente $\frac{1}{2}$.

c) Polinomio de grado 3, término independiente 0 y coeficiente principal 5.

d) No es monomio ni polinomio.

e) No es monomio ni polinomio.

f) Polinomio de grado 2 y término independiente 3.

44. Dado el monomio $Q(x, y, z) = -5x^2y^3z$, escribe dos monomios no semejantes a $Q(x, y, z)$, pero con su mismo grado.

Para que los monomios no sean semejantes a $Q(x, y, z)$ su parte literal debe ser distinta de x^2y^3z. Además, deben tener el mismo grado que $Q(x, y, z)$; es decir, 6.

1) $R(x) = x^6$ 2) $S(x, y, z) = 12xy^4z$

45. Actividad resuelta

46. Escribe un polinomio de segundo grado en una variable que verifique:

- **Su coeficiente principal es $\frac{1}{2}$.**
- **No tiene término independiente.**
- **–3 es el coeficiente del término de primer grado.**

El polinomio buscado, por ser de segundo grado, es de la forma $P(x) = ax^2 + bx + c$. Para que cumpla las condiciones del enunciado debe ser $a = \frac{1}{2}$, $b = -3$ y $c = 0$. Por tanto, el polinomio buscado es $P(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3x$.

47. Escribe un polinomio de tercer grado en la variable *x*. Sin término independiente ni término de primer grado. El coeficiente del término de mayor grado debe valer la unidad y el valor numérico para *x* = 1 sea 2.

El polinomio es de grado tres, sin término independiente ni término de primer grado y con coeficiente principal la unidad. Por tanto, el polinomio buscado es de la forma $P(x) = x^3 + bx^2$.

Como el valor numérico para $x = 1$ debe ser 2, entonces $P(1) = 2$. Luego $1^3 + b \cdot 1^2 = 2$. Es decir, $b = 1$.

El polinomio buscado es $P(x) = x^3 + x^2$.

48. Realiza las siguientes sumas y diferencias de monomios semejantes.

a) $2x^2 - 3x^2 + 5x^2$ **c)** $-\frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{6}x^3 + \frac{7}{12}x^3$

b) $-3x^2y + 6x^2y - 12x^2y$ **d)** $\frac{1}{2}xy + \frac{2}{3}xy - xy$

a) $2x^2 - 3x^2 + 5x^2 = 4x^2$ **c)** $-\frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{6}x^3 + \frac{7}{12}x^3 = \frac{1}{12}x^3$

b) $-3x^2y + 6x^2y - 12x^2y = -9x^2y$ **d)** $\frac{1}{2}xy + \frac{2}{3}xy - xy = \frac{1}{6}xy$

49. Calcula estos productos de monomios.

a) $2x^3 \cdot 3x^2$ **b)** $-2x^3 \cdot 5x$ **c)** $2x^2 \cdot (-6x^2)$ **d)** $\frac{1}{3}x \cdot \frac{6}{2}x^4$

a) $2x^3 \cdot 3x^2 = 6x^5$ **b)** $-2x^3 \cdot 5x = -10x^4$ **c)** $2x^2 \cdot (-6x^2) = -12x^4$ **d)** $\frac{1}{3}x \cdot \frac{6}{2}x^4 = \frac{6}{6}x^5 = x^5$

50. Realiza los siguientes productos de monomios.

a) $-2xy \cdot 2xy$ **c)** $3x^2y \cdot 6xy^2$

b) $-\frac{3}{5}x^3 \cdot \left(-\frac{11}{6}x^2\right)$ **d)** $-3xy^2 \cdot \left(-\frac{3}{5}x^2y^2\right)$

a) $-2xy \cdot 2xy = -4x^2y^2$ **c)** $3x^2y \cdot 6xy^2 = 18x^3y^3$

b) $-\frac{3}{5}x^3 \cdot \left(-\frac{11}{6}x^2\right) = \frac{11}{10}x^5$ **d)** $-3xy^2 \cdot \left(-\frac{3}{5}x^2y^2\right) = \frac{9}{5}x^3y^4$

51. Dados los monomios $A(x, y) = -2xy$, $B(x) = \frac{1}{3}x^2$ y $C(y) = -\frac{1}{2}y^2$, calcula:

a) $5A(x, y) \cdot 3B(x) \cdot [-2C(y)]$

b) $[B(x)]^2$

c) $[2 \cdot C(x)]^3$

d) $[A(x, y)]^2 + 3B(x) - C(y)]$

a) $5A(x, y) \cdot B(x) \cdot [-2C(y)] = 5 \cdot (-2xy) \cdot 3 \cdot \frac{1}{3}x^2 \cdot \left[-2\cdot\left(-\frac{1}{2}y^2\right)\right] = -10xy \cdot x^2 \cdot y^2 = -10x^3y^3$

b) $[B(x)]^2 = \left(\frac{1}{3}x^2\right)^2 = \frac{1}{9}x^4$

c) $[2 \cdot C(x)]^3 = \left[2\cdot\left(-\frac{1}{2}y^2\right)\right]^3 = 8\cdot\left(-\frac{1}{8}y^6\right) = -\frac{8}{8}y^6 = -y^6$

d) $[A(x, y)]^2 + 3B(x) - C(y) = (-2xy)^2 + 3 \cdot \frac{1}{3}x^2 - \left(-\frac{1}{2}y^2\right) = 4x^2y^2 + x^2 + \frac{1}{2}y^2$

52. A partir de los polinomios $A(x) = -2x^3 + 2x^2 - 2x - 3$, $B(x) = 2x^3 - 5x + 2$ y $C(x) = -x^3 + 2x^2 + 1$, calcula:

a) $A(x) + B(x) + C(x)$

b) $-A(x) - B(x) + C(x)$

c) $2A(x) + B(x) - C(x)$

d) $\frac{1}{2}A(x) + \frac{1}{4}B(x) - C(x)$

a) $A(x) + B(x) + C(x) = (-2x^3 + 2x^2 - 2x - 3) + (2x^3 - 5x + 2) + (-x^3 + 2x^2 + 1) =$
$= -2x^3 + 2x^2 - 2x - 3 + 2x^3 - 5x + 2 - x^3 + 2x^2 + 1 = -x^3 + 4x^2 - 7x$

b) $-A(x) - B(x) + C(x) = -(-2x^3 + 2x^2 - 2x - 3) - (2x^3 - 5x + 2) + (-x^3 + 2x^2 + 1) =$
$= 2x^3 - 2x^2 + 2x + 3 - 2x^3 + 5x - 2 - x^3 + 2x^2 + 1 = -x^3 + 7x + 2$

c) $2A(x) + B(x) - C(x) = 2 \cdot (-2x^3 + 2x^2 - 2x - 3) + (2x^3 - 5x + 2) - (-x^3 + 2x^2 + 1) =$
$= -4x^3 + 4x^2 - 4x - 6 + 2x^3 - 5x + 2 + x^3 - 2x^2 - 1 = -x^3 + 2x^2 - 9x - 5$

d) $\frac{1}{2}A(x) + \frac{1}{4}B(x) - C(x) = \frac{1}{2}\cdot(-2x^3 + 2x^2 - 2x - 3) + \frac{1}{4}\cdot(2x^3 - 5x + 2) - (-x^3 + 2x^2 + 1) =$

$= -x^3 + x^2 - x - \frac{3}{2} + \frac{x^3}{2} - \frac{5x}{4} + \frac{1}{2} + x^3 - 2x^2 - 1 = \frac{x^3}{2} - x^2 - \frac{9x}{4} - 2$

53. Realiza las operaciones indicadas con los polinomios $A(x, y) = -2xy^2 + 2xy$, $B(x, y) = 3xy^2 - 5y$ y $C(x, y) = -xy + 5y$.

a) $-2A(x, y) + B(x, y) + 3C(x, y)$

b) $\frac{1}{2}A(x, y) + B(x, y) - \frac{1}{4}C(x, y)$

c) $A(x, y) \cdot [-2B(x, y)]$

d) $-2A(x, y) \cdot C(x, y)$

a) $-2A(x, y) + B(x, y) + 3C(x, y) = -2 \cdot (-2xy^2 + 2xy) + (3xy^2 - 5y) + 3 \cdot (-xy + 5y) =$
$= 4xy^2 - 2xy + 3xy^2 - 5y - 3xy + 15y = 7xy^2 - 5xy + 10y$

b) $\frac{1}{2}A(x, y) + B(x, y) - \frac{1}{4}C(x, y) = \frac{1}{2} \cdot (-2xy^2 + 2xy) + (3xy^2 - 5y) - \frac{1}{4} \cdot (-xy + 5y) =$
$= -xy^2 + xy + 3xy^2 - 5y + \frac{1}{4}xy - \frac{5}{4}y = 2xy^2 + \frac{5}{4}xy - \frac{25}{4}y$

c) $A(x, y) \cdot [-2B(x, y)] = (-2xy^2 + 2xy) \cdot (-2) \cdot (3xy^2 - 5y) = (-2xy^2 + 2xy) \cdot (-6xy^2 + 10y) = 12x^2y^4 - 20xy^3 - 12x^2y^3 - 20xy^2$

d) $-2A(x, y) \cdot C(x, y) = -2 \cdot (-2xy^2 + 2xy) \cdot (-xy + 5y) = (4xy^2 - 4xy) \cdot (-xy + 5y) = 4x^2y^3 + 20xy^3 + 4x^2y^2 - 20xy^2$

54. Actividad resuelta

55. Extrae factor común en las siguientes expresiones:

a) $2t^2 - 4t$

b) $2a^2b - 3^{b2}a$

c) $\frac{1}{2}x^2y^3 - \frac{1}{2}x$

d) $200a^3 + 120a^2 + 150a$

e) $4z^2s - 14zs^2$

f) $a^2b - \frac{1}{3}ab + \frac{1}{6}ab^3$

a) $2t^2 - 4t = 2t \cdot (t - 2)$

b) $2a^2b - 3b^2a = ab \cdot (2a - 3b)$

c) $\frac{1}{2}x^2y^3 - \frac{1}{2}x = \frac{1}{2}x \cdot (xy^3 - 1)$

d) $200a^3 + 120a^2 + 150a = 10a \cdot (20a^2 + 12a + 15)$

e) $4z^2s - 14zs^2 = 2zs \cdot (2z - 7s)$

f) $a^2b - \frac{1}{3}ab + \frac{1}{6}ab^3 = ab \cdot \left(a - \frac{1}{3} + \frac{1}{6}b^2\right)$

56. Opera los siguientes polinomios.

a) $-2x^2 \cdot (4x^2 + 2)$

b) $(2x^3 + x - 1) \cdot (-3x^2 + 4)$

c) $\frac{2x}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}x^2 - 3x\right)$

d) $(-x^2 + x - 2) \cdot (x^2 + 4x - 3)$

a) $-2x^2 \cdot (4x^2 + 2) = -8x^4 - 4x$

b) $(2x^3 + x - 1) \cdot (-3x^2 + 4) = -6x^5 + 5x^3 + 3x^2 + 4x - 4$

d) $(-x^2 + x - 2) \cdot (x^2 + 4x - 3) = -x^4 - 3x^3 + 5x^2 - 11x + 6$

c) $\frac{2x}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}x^2 - 3x\right) = \frac{2x^3}{6} - \frac{6x^2}{3} = \frac{x^3}{3} - 2x^2$

57. Extrae factor común en las expresiones:

a) $x^2y^2z^2 - 3xy^3z^2$

b) $-2xy^2z - 4xy^3z^2$

c) $\frac{1}{4}x^2y - \frac{1}{2}xy^2$

d) $\frac{2}{5}z^2t - \frac{1}{10}zt^2$

a) $x^2y^2z^2 - 3xy^3z^2 = xy^2z^2 \cdot (x - 3y)$

c) $\frac{1}{4}x^2y - \frac{1}{2}xy^2 = \frac{1}{2}xy \cdot \left(\frac{1}{2}x - y\right)$

b) $-2xy^2z - 4xy^3z^2 = -2xy^2z \cdot (1 + 2yz)$

d) $\frac{2}{5}z^2t - \frac{1}{10}zt^2 = \frac{1}{5}zt \cdot \left(2z - \frac{1}{2}t\right)$

58. Desarrolla usando identidades notables.

a) $(2x - 3)^2$

b) $(3x - 1) \cdot (3x + 1)$

c) $(5x + 2)^2$

d) $\left(\frac{1}{2}x + 2\right)^2$

a) $(2x - 3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$

b) $(5x + 2)^2 = 25x^2 + 20x + 4$

b) $(3x - 1) \cdot (3x + 1) = 9x^2 - 1$

d) $\left(\frac{1}{2}x + 2\right)^2 = \frac{1}{4}x^2 + 2x + 4$

59. Desarrolla los siguientes binomios.

a) $(xy - 2x)^2$

b) $(5xy + 1)^2$

c) $\left(-\frac{3}{5}xy^2 + 2x^2y\right)^2$

d) $(3x^2y - x^2) \cdot (3x^2y + x^2)$

a) $(xy - 2x)^2 = x^2y^2 + 4x^2 - 4x^2y$

c) $\left(-\frac{3}{5}xy^2 + 2x^2y\right)^2 = 4x^4y^2 + \frac{9}{25}x^2y^4 - \frac{12}{5}x^3y^3$

b) $(5xy + 1)^2 = 25x^2y^2 + 10x + 1$

d) $(3x^2y - x^2) \cdot (3x^2y + x^2) = 9x^4y^2 - x^4$

60. Actividad resuelta

61. Escribe las siguientes expresiones como una potencia de un binomio.

a) $25x^2 - 10x + 1$ **c)** $\frac{1}{4}x^2 - 3x + 9$ **e)** $36x^2 + 12x + 1$

b) $4x^2 - 20x + 25$ **d)** $16x^2 + 24x + 9$ **f)** $\frac{1}{16}x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{4}{9}$

a) $25x^2 - 10x + 1 = (5x - 1)^2$ **c)** $\frac{1}{4}x^2 - 3x + 9 = \left(\frac{1}{2}x - 3\right)^2$ **e)** $36x^2 + 12x + 1 = (6x + 1)^2$

b) $4x^2 - 20x + 25 = (2x - 5)^2$ **d)** $16x^2 + 24x + 9 = (4x + 3)^2$ **f)** $\frac{1}{16}x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{4}{9} = \left(\frac{1}{4}x + \frac{2}{3}\right)^2$

62. Actividad resuelta

63. Expresa como producto de dos binomios.

a) $4x^2 - 9$ **d)** $\frac{1}{4}x^2 - 9$

b) $x^2 - 1$ **e)** $25x^2 - 1$

c) $16x^2 - 25$ **f)** $\frac{4}{9}x^6 - \frac{25}{16}$

a) $4x^2 - 9 = (2x - 3) \cdot (2x + 3)$ **d)** $\frac{1}{4}x^2 - 9 = \left(\frac{1}{2}x - 3\right) \cdot \left(\frac{1}{2}x + 3\right)$

b) $x^2 - 1 = (x - 1) \cdot (x + 1)$ **e)** $25x^2 - 1 = (5x - 1) \cdot (5x + 1)$

c) $16x^2 - 25 = (4x - 5) \cdot (4x + 5)$ **f)** $\frac{4}{9}x^6 - \frac{25}{16} = \left(\frac{2}{3}x^3 - \frac{5}{4}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}x^3 + \frac{5}{4}\right)$

64. Expresa los siguientes polinomios como una potencia de un binomio.

a) $x^2 + 4y^2 - 4xy$ **c)** $4x^2 + x^2y^2 + 4x^2y$

b) $1 + a^4b^4 - 2a^2b^2$ **d)** $\frac{x^2y^2}{4} + \frac{x^2}{4} + \frac{x^2y^4}{16}$

a) $x^2 + 4y^2 - 4xy = (x - 2y)^2$ **c)** $4x^2 + x^2y^2 + 4x^2y = (2x + xy)^2$

b) $1 + a^4b^4 - 2a^2b^2 = (1 - a^2b^2)^2$ **d)** $\frac{x^2y^2}{4} + \frac{x^2}{4} + \frac{x^2y^4}{16} = \left(\frac{xy^2}{4} + \frac{x}{2}\right)^2$

65. Expresa los siguientes binomios como productos.

a) $4x^2y^2 - x^2$ **c)** $9x^4y^4 - x^4$

b) $a^4b^4 - a^2b^2$ **d)** $4a^2 - 9a^4b^2$

a) $4x^2y^2 - x^2 = (2xy - x) \cdot (2xy + x)$ **c)** $9x^4y^4 - x^4 = (3x^2y^2 - x^2) \cdot (3x^2y^2 + x^2)$

b) $a^4b^4 - a^2b^2 = (a^2b^2 - ab) \cdot (a^2b^2 + ab)$ **d)** $4a^2 - 9a^4b^2 = (2a - 3a^2b) \cdot (2a + 3a^2b)$

66. Las siguientes expresiones son los desarrollos de identidades notables. Encuentra los coeficientes que faltan y escribe la identidad correspondiente.

a) $\bullet x^2 - 24x + 16$ **c)** $x^2y^2 + \bullet xy + 9$

b) $4y^2 + 20y + \bullet$ **d)** $9x^2y^2 - \bullet$

a) $9x^2 - 24x + 16 = (3x - 4)^2$ **c)** $x^2y^2 + 6xy + 9 = (xy + 3)^2$

b) $4y^2 + 20y + 25 = (2y + 5)^2$ **d)** $9x^2y^2 - a^2 = (3xy - a) \cdot (3xy + a)$

67. Si $P(x) = 2x^2 - 3x + 5$ y $Q(x) = x^2 - 4$, calcula:

a) $P(x) \cdot Q(x)$

b) $[Q(x)]^2$

c) $[P(x)]^2$

d) $[P(x)]^2 + P(x) \cdot Q(x)$

a) $P(x) \cdot Q(x) = (2x^2 - 3x + 5) \cdot (x^2 - 4) = 2x^4 - 8x^2 - 3x^3 + 12x + 5x^2 - 20 = 2x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 12x - 20$

b) $[Q(x)]^2 = (x^2 - 4)^2 = x^4 - 8x^2 + 16$

c) $[P(x)]^2 = (2x^2 - 3x + 5)^2 = (2x^2 - 3x + 5) \cdot (2x^2 - 3x + 5) = 4x^4 - 6x^3 + 10x^2 - 6x^3 + 9x^2 - 15x + 10x^2 - 15x + 25 =$
$= 4x^4 - 12x^3 + 29x^2 - 30x + 25$

d) $[P(x)]^2 + P(x) \cdot Q(x) = 4x^4 - 12x^3 + 29x^2 - 30x + 25 + 2x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 12x - 20 = 6x^4 - 15x^3 + 26x^2 - 18x + 5$

68. Simplifica las siguientes expresiones:

a) $(x + xy)^2 - (x - xy)^2 - (x + xy)(x - xy)$

b) $2(a^2b - a)(a - b) - (a^3b + 4ab)$

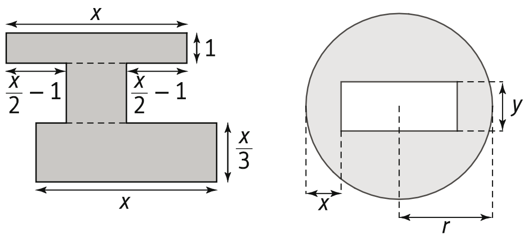
c) $\left(2zt^2 - \frac{1}{2}t\right)\left(\frac{3}{5}z + z^2t\right)$

a) $(x + xy)^2 - (x - xy)^2 - (x + xy)(x - xy) = x^2 + 2x^2y + x^2y^2 - x^2 + 2x^2y - x^2y^2 - x^2 + x^2y^2 = 4x^2y - x^2 + x^2y^2$

b) $2(a^2b - a)(a - b) - (a^3b + 4ab) = 2a^3b - 2a^2b^2 - 2a^2 + 2ab - a^3b - 4ab = a^3b - 2a^2b^2 - 2a^2 - 2ab$

c) $\left(2zt^2 - \frac{1}{2}t\right)\left(\frac{3}{5}z + z^2t\right) = \frac{6}{5}z^2t^2 + 2z^3t^3 - \frac{3}{10}tz - \frac{1}{2}z^2t^2 = \frac{7}{10}z^2t^2 + 2z^3t^3 - \frac{3}{10}tz$

69. Expresa mediante un polinomio el área de las figuras.



a) $A(x) = 1 \cdot x + \left(\frac{x}{2} - 1\right) \cdot \left(x - 2 \cdot \left(\frac{x}{2} - 1\right)\right) + x \cdot \frac{x}{3} = x + \left(\frac{x}{2} - 1\right) \cdot 2 + \frac{x^2}{3} = x + x - 2 + \frac{x^2}{3} = \frac{x^2}{3} + 2x - 2$

b) $A(x) = \pi \cdot r^2 - y \cdot (2r - 2x) = \pi r^2 - 2yr + 2yx$

70. Indica razonadamente si las siguientes afirmaciones son ciertas o falsas.

a) El grado de una suma de polinomios es la suma de sus grados.

b) Es posible dar ejemplos de polinomios cuya suma tenga grado 1.

c) El grado del polinomio producto es siempre la suma de los grados.

a) Falso. El grado de una suma de polinomios es, como máximo, el grado del mayor de ellos.

b) Cierto. Por ejemplo, si $P(x) = x + 2$ y $Q(x) = x - 1$ entonces $P(x) + Q(x) = 2x + 1$ es de grado 1.

c) Falso. Por ejemplo, si $P(x) = x$ y $Q(x) = 0$ entonces $P(x) \cdot Q(x) = 0$ es de grado 0 y no de grado 1.

71. Comprueba algebraicamente las igualdades.

a) $(-a + b)^2 = (a - b)^2$

b) $(-a - b)^2 = (a + b)^2$

a) $(-a + b)^2 = [-(a - b)]^2 = (-1)^2 \cdot (a - b)^2 = (a - b)^2$

b) $(-a - b)^2 = [-(a + b)]^2 = (-1)^2 \cdot (a + b)^2 = (a + b)^2$

72. Opera y simplifica las siguientes expresiones.

a) $\frac{1}{2}\left(x^2+x\right)^2-\frac{1}{4}\left(x-x^2\right)^2+\left(\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}\right)$

b) $\frac{1}{3}\left(x^2+x\right)^2-\left(x-2x^2\right)^2+\frac{2}{3}\left(x-\frac{1}{4}\right)\left(x+\frac{1}{4}\right)$

c) $2(xy-x)^2-3(y+xy)^2-4(x-y)(x+y)$

a) $\frac{1}{2}\left(x^2+x\right)^2-\frac{1}{4}\left(x-x^2\right)^2+\left(\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}\right)=\frac{x^4}{2}+\frac{x^2}{2}+x^3-\frac{x^2}{4}-\frac{x^4}{4}+\frac{x^3}{2}+\frac{x^2}{4}-\frac{1}{16}=\frac{x^4}{4}+\frac{3x^3}{2}+\frac{x^2}{2}-\frac{1}{16}$

b) $\frac{1}{3}\left(x^2+x\right)^2-\left(x-2x^2\right)^2+\frac{2}{3}\left(x-\frac{1}{4}\right)\left(x+\frac{1}{4}\right)=\frac{x^4}{3}+\frac{x^2}{3}+\frac{2x^2}{3}-4x^4+4x^3+\frac{2x^2}{3}-\frac{1}{24}=-\frac{11x^4}{3}+\frac{13x^3}{3}-\frac{1}{24}$

c) $2(xy-x)^2-3(y+xy)^2-4(x-y)(x+y)=2x^2y^2-4x^2y+2x^2-3y^2-6xy^2-3x^2y^2-4x^2+4y^2=$
$=-x^2y^2-4x^2y-6xy^2-2x^2+y^2$

73. Demuestra que estas igualdades son siempre ciertas y después utilízalas para resolver.

- $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$
- $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

a) $(4x^2+2x)^3$ **b)** $(3x-1)^3$ **c)** $(2x-3)^2$

- $(a+b)^3=(a+b)^2\cdot(a+b)=(a^2+2ab+b^2)\cdot(a+b)=a^3+2a^2b+ab^2+a^2b+2ab^2+b^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$
- $(a-b)^3=(a-b)^2\cdot(a-b)=(a^2-2ab+b^2)\cdot(a-b)=a^3-2a^2b+ab^2-2a^2b+2ab^2-b^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

a) $(4x^2+2x)^3=64x^6+3\cdot16x^4\cdot2x+3\cdot4x^2\cdot4x^2+8x^3=64x^6+96x^5+48x^4+8x^3$

b) $(3x-1)^3=27x^3-3\cdot9x^2\cdot1+3\cdot3x\cdot1^2-1=27x^3-27x^2+9x-1$

c) $(2x-3)^2=8x^3-3\cdot4x^2\cdot3+3\cdot2x\cdot9-27=8x^3-36x^2+54x-27$

74. Elige dos números enteros consecutivos. Eleva cada uno de ellos al cuadrado y calcula su diferencia. ¿El resultado es un número impar? Demuestra que esta propiedad se cumple siempre para cualquier par de números enteros consecutivos.

Consideramos los números consecutivos x y $x+1$.

$(x+1)^2-x^2=x^2+2x+1-x^2=2x+1$, que es siempre un número impar.

75. Carmen tiene el doble de edad que su prima Luisa, que es 5 años menor que su hermano Javier. Expresa de forma algebraica las edades de cada uno, en función de una sola variable *x*.

Llamando x a la edad de Luisa:

Carmen: $2x$ años Luisa: x años Javier: $x+5$ años

76. Considera un rectángulo de base 20 m y altura 12 m.

a) Escribe la expresión algebraica que determina el área de un nuevo rectángulo que se obtiene al incrementar la medida de la base del rectángulo en *x* m y al disminuir su altura en *y* metros.

b) Calcula el valor numérico de la expresión anterior para $x=2$ e $y=4$.

a) La altura del nuevo rectángulo será $20+x$, y la base $12-y$.

El área será $A(x, y)=(20+x)\cdot(12-y)=240-20y+12x-xy$.

b) $A(2, 4)=240-20\cdot4+12\cdot2-2\cdot4=176\text{ m}^2$.

77. Vas a participar en un concurso en el que tienes que responder a 25 preguntas. Cada una, tiene 5 posibles respuestas y solo una es verdadera. Por cada respuesta acertada ganas 5 puntos; si fallas pierdes 1 punto, y si no se contesta, ganas 1 punto.

a) Escribe la expresión algebraica que determina tu puntuación utilizando las variables, *x*, número de respuestas acertadas, e *y*, número de respuestas incorrectas.

b) Si solo puedes pasar 3 veces, ¿cuál es la mejor estrategia para obtener más de 80 puntos?

a) El número de respuestas correctas es x y el número de respuestas incorrectas es y. Por tanto el número de respuestas no contestadas es $25 - x - y$.

La puntuación será $P(x, y) = 5x - y + 1 \cdot (25 - x - y) = 4x - 2y + 25$.

b) Para obtener más de 80 puntos debería responder, al menos, a 17 preguntas correctamente y dejar sin responder 3. En este caso fallaría 5 preguntas, por lo tanto su puntuación final sería mayor que 83 puntos.

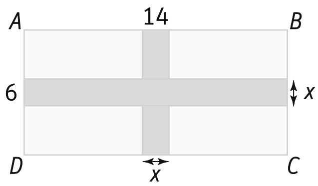
78. La altura en metros de un cohete viene dada por la expresión $h(t) = 50t - 4t^2$, en la que *t* mide el tiempo en segundos. ¿Qué altura alcanza el cohete al cabo de 1, 3, 5 y 8 segundos? Interpreta los resultados.

$h(1) = 50 \cdot 1 - 4 \cdot 1^2 = 46$ m $h(5) = 50 \cdot 5 - 4 \cdot 5^2 = 150$ m

$h(3) = 50 \cdot 3 - 4 \cdot 3^2 = 114$ m $h(8) = 50 \cdot 8 - 4 \cdot 8^2 = 144$ m

En algún momento, entre los 5 y los 8 segundos, el cohete alcanza su altura máxima y comienza a descender.

79. Las dimensiones del rectángulo *ABCD* son $\overline{AB} = 14$ cm, $\overline{BC} = 6$ cm. Si llamamos *x* a la anchura de cada brazo de la cruz sombreada, el área de la cruz *A*(*x*), viene dada por:



A. $A(x) = 20x$ **C. $A(x) = 84 - 4 \cdot (7 - x)(3 - x)$**

B. $A(x) = 20x + x^2$ **D. $A(x) = 20x - x^2$**

El área de la zona sombreada es $A(x) = 6x + 14x - x^2 = 20x - x^2$. La respuesta correcta es la d).

80. La suma de los coeficientes de los términos de grado impar de $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ es igual a:

A. $\frac{p(1) - p(-1)}{2}$ **B. $\frac{p(1) + p(-1)}{2}$** **C. $\frac{p(2) + p(2)}{2}$** **D. $\frac{p(0) - p(1)}{2}$**

$p(1) + p(-1) = a + b + c + d - a + b - c + d = 2b + 2d \Rightarrow b + d = \frac{p(1) + p(-1)}{2}$. La respuesta correcta es la B.

81. Dados los polinomios $P(x) = 2x - 3$, $Q(x) = x^2 + bx + c$ y $T(x) = 2x^3 + x^2 - 8x + 3$. Si se quiere que el polinomio $Q(x) \cdot P(x) - T(x)$ tenga grado cero, los valores de *b* y *c* deber ser:

A. $b = \frac{3}{2}$, $c = -\frac{5}{2}$ **B. $b = 2$, $c = -\frac{5}{2}$** **C. $b = 2$, $c = -1$** **D. $b = 2$, $c = \frac{3}{2}$**

$Q(x) \cdot P(x) - T(x) = 2x^3 - 3x^2 + 2bx^2 - 3bx + 2cx - 3c - 2x^3 - x^2 + 8x - 3 = (2b - 4)x^2 + (2c - 3b + 8)x - 3c - 3$

Para que tenga grado cero debe ser que $2b - 4 = 0$ y que $2c - 3b + 8 = 0$. Es decir, $b = 2$ y $c = -1$.

La respuesta correcta es la C.

82. Cuando escribimos $P(x) = x^4 + 4$ como producto de dos polinomios de segundo grado $A(x) = x^2 + ax + b$ y $B(x) = x^2 + cx + d$, los coeficientes *a*, *b*, *c* y *d* verifican:

A. $a + c = 0$ y $b = d$ **B. $a + c = 1$ y $b = d$** **C. $a = c$ y $b = d$** **D. $a = b$ y $c = d$**

$x^4 + 4 = (x^2 + ax + b) \cdot (x^2 + cx + d) = x^4 + (a + c)x^3 + (ac + b + d)x^2 + (ad + bc)x + bd$

Por tanto, debe ser $a + c = 0$, $ac + b + d = 0$, $ad + bc = 0$ y $bd = 4$.

$\left.\begin{matrix} ad + bc = 0 \\ a + c = 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} ad + bc = 0 \\ -a = c \end{matrix}\right\} \Rightarrow ad - ab = 0 \Rightarrow a \cdot (d - b) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ d = b \end{cases}$. La respuesta correcta es la A.

83. Di si son verdaderas o falsas las siguientes igualdades. En caso negativo, indica la razón.

a) $9x^2 - 6x - 1 = (3x - 1)^2$

b) $9x^2 - 6x + 1 = (3x - 1)^2$

c) $x^2 + 1 = (x + 1)^2$

d) $x^2 + 1 = (x + 1)(x - 1)$

a) Falsa. $9x^2 - 6x + 1 = (3x - 1)^2$

b) Verdadera

c) Falsa. $x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$

d) Falsa. $x^2 - 1 = (x + 1)(x - 1)$

84. Indica dónde está el error en las siguientes operaciones.

a) $(3x - 1)(3x - 2) = 6x^2 - 9x + 2$

b) $(2x - 1)^2 - x^2 = (x - 1)(3x + 1)$

c) $2 \cdot (-5x^2 + 1)^2 - 3 \cdot (-5x^2 + 1)^2 + (-5x^2 + 1)^2 \cdot (-5x^2 - 1)^2 = (-5x^2 + 1)^2 \cdot [2 - 3 + (-5x^2 + 1)] =$
$= (-5x^2 + 1)^2 \cdot (-5x^2 - 1)^2 = 25x^4 - 1.$

a) $(3x - 1)(3x - 2) = 9x^2 - 9x + 2$

b) $(2x - 1)^2 - x^2 = (2x - 1 - x) \cdot (2x - 1 + x) = (x - 1) \cdot (3x - 1)$

c) $2 \cdot (-5x^2 + 1)^2 - 3 \cdot (-5x^2 + 1)^2 + (-5x^2 + 1)^2 \cdot (-5x^2 - 1)^2 = (-5x^2 + 1)^2 \cdot [2 - 3 + (-5x^2 + 1)^2] =$
$= (-5x^2 + 1)^2 \cdot (-1 + 1 + 25x^4 - 10x^2) = (-5x^2 + 1)^2 \cdot (25x^4 - 10x^2)$

PONTE A PRUEBA

La explotación agraria

Actividad resuelta

La compra

La primera tabla muestra las cantidades mensuales, en kilogramos, que gastan dos familias, en carne, pescado y frutas y verduras. En la segunda tabla se relaciona el precio medio, en euros por kg, de cada producto en dos supermercados próximos.

	A	*B*
Carne	8	5
Pescado	4	6
Verduras	20	25

	Carne	Pescado	Verduras
S_1	x	$x+4$	$\frac{x}{4}$
S_2	$x+2$	$x+2$	$\frac{x}{4}+1$

1. **Escribe expresiones algebraicas para el gasto mensual de**
   - **La familia *A* en frutas y verduras según compren en S_1 o en S_2**
   - **La familia *B* en el conjunto de los tres productos, según compren en S_1 o en S_2.**
   - **La diferencia de gasto total entre la familia *A* y la familia B según compren en S_1 o en S_2**
   - **Calcula valores numéricos de las expresiones anteriores si $x = 20$ euros**

   – S_1: $20 \cdot \frac{x}{4} = 5x$ S_2: $20 \cdot \left(\frac{x}{4}+1\right) = 5x + 20$

   – S_1: $5 \cdot x + 6 \cdot (x+4) + 25 \cdot \frac{x}{4} = 5x + 6x + 24 + \frac{25x}{4} = \frac{69x}{4} + 24$

   S_2: $5 \cdot (x+2) + 6 \cdot (x+2) + 25 \cdot \left(\frac{x}{4}+1\right) = 5x + 10 + 6x + 12 + \frac{25x}{4} + 25 = \frac{69x}{4} + 47$

   – La familia *A* gasta en el conjunto de los tres productos, según compren en S_1 o S_2:

   S_1: $8 \cdot x + 4 \cdot (x+4) + 20 \cdot \frac{x}{4} = 8x + 4x + 16 + 5x = 17x + 16$

   S_2: $8 \cdot (x+2) + 4 \cdot (x+2) + 20 \cdot \left(\frac{x}{4}+1\right) = 8x + 16 + 4x + 8 + 5x + 20 = 17x + 44$

   La diferencia del gasto total entre la familia *A* y la familia *B* es:

   S_1: $\frac{69x}{4} + 24 - 17x - 16 = \frac{x}{4} + 8$ S_2: $\frac{69x}{4} + 47 - 17x - 44 = \frac{x}{4} + 3$

   – El gasto de la familia *A* en frutas y verduras es $5 \cdot 10 = 100$ €.

   El gasto de la familia *B* si compra en S_1 es $\frac{69 \cdot 20}{4} + 24 = 369$ € y, si compra en S_2, $\frac{69 \cdot 20}{4} + 47 = 392$ €.

   La diferencia de gasto entre *A* y la *B* es $\frac{20}{4} + 8 = 13$ € si compra en S_1 y $\frac{20}{4} + 3 = 8$ € si compra en S_2.

2. **El gasto mensual total de las dos familias en pescado, si compran en S_1, viene dado por la expresión:**

   A. $10 \cdot (x+4)$ **B.** $4 \cdot (x+10)$ **C.** $10 \cdot (x-4)$ **D.** $4 \cdot (x-10)$

   El gasto será $4 \cdot (x+4) + 6 \cdot (x+4) = 10 \cdot (x+4)$. La respuesta correcta es la A.

3. **El gasto mensual total de las dos familias en pescado, si compran en S_2, viene dado por la expresión:**

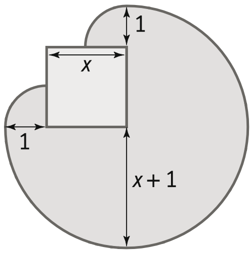
   A. $\frac{137}{4}x + 40$ **B.** $\frac{69}{4}x + 47$ **C.** $\frac{137}{4}x + 91$ **D.** $\frac{69}{4}x + 40$

   El gasto será $17x + 44 + \frac{69x}{4} + 47 = \frac{137x}{4} + 91$. La respuesta correcta es la C.

La casa

El extremo de entrada de agua de una manguera de riego se encuentra en la esquina de una casa que tiene forma cuadrada de lado *x* metros. La longitud de la manguera es de un metro más que el lado del anterior cuadrado.

1. Representa de forma gráfica la zona del terreno donde puede llegar el extremo de salida de la manguera.



2. Escribe mediante una expresión algebraica el área de la zona representada en el anterior apartado.

$$A(x) = \frac{3\pi \cdot (x+1)^2}{4} + 2 \cdot \frac{\pi \cdot 1^2}{4} = \frac{3\pi \cdot \left(x^2+2x+1\right)+2\pi}{4} = \frac{\pi \cdot \left(3x^2+6x+3\right)+2\pi}{4} = \frac{\pi \cdot \left(3x^2+6x+3+2\right)}{4} = \frac{\pi \cdot \left(3x^2+6x+5\right)}{4}$$

3. Si la manguera mide 4 m, el área que cubre es:

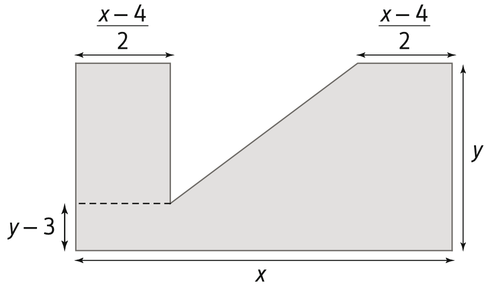
A. $\frac{13\pi}{2}$ **B.** $\frac{25\pi}{4}$ **C.** $\frac{25\pi}{2}$ **D.** $\frac{13\pi}{4}$

Si $x + 1 = 4$, entonces $x = 3$. Luego, $A(3) = \frac{\pi \cdot \left(3 \cdot 3^2 + 6 \cdot 3 + 5\right)}{4} = \frac{\pi \cdot 50}{4} = \frac{25\pi}{2}$ m^2.

La respuesta correcta es la C.

AUTOEVALUACIÓN

1. Da expresiones algebraicas para el perímetro y el área de la figura y halla los valores numéricos para $x = 4$ e $y = 7$.



$P(x, y) = y + 2 \cdot \frac{x-4}{2} + 5 + 3 + y + x = 2x + 2y + 4$

$P(4, 7) = 2 \cdot 4 + 2 \cdot 7 + 4 = 26.$

$A(x, y) = x \cdot y - \frac{4 \cdot 3}{2} = xy - 6$

$A(4 ,7) = 4 \cdot 7 - 6 = 22.$

2. Pablo tiene dos años más que Andrés y Lola la mitad de años que Pablo. Escribe expresiones algebraicas para:

a) La suma de las tres edades, suponiendo que Pablo tiene x años.

b) La suma de las tres edades, si Lola tiene x años.

c) La suma de las tres edades dentro de 10 años y suponiendo que Andrés tiene en la actualidad x años.

a) Pablo tiene x años, Andrés $x - 2$ y Lola $\frac{x}{2} \Rightarrow S = x + x - 2 + \frac{x}{2} = \frac{5x}{2} - 2$

b) Lola tiene x años, Pablo $2x$ y Andrés $2x - 2 \Rightarrow S = x + 2x + 2x - 2 = 5x - 2$

c) Actualmente Andrés tiene x años, Pablo $x + 2$ y Lola $\frac{x+2}{2}$. Dentro de diez años Andrés tendrá $x+10$ años, Pablo $x + 12$ y Lola $\frac{x+2}{2} + 10 \Rightarrow S = x + 10 + x + 12 + \frac{x+2}{2} + 10 = \frac{5x+66}{2}$

3. Indica si las siguientes expresiones son monomios, polinomios o no lo son. En su caso, indica las variables, el grado, el coeficiente principal y el término independiente.

a) $2x^2 - \frac{1}{\sqrt{2}x^4}$ **b)** $-\frac{x^2y}{\sqrt{2}}$ **c)** $2a^2 - \frac{1}{\sqrt{2}}b^4$

a) Es una expresión algebraica cuya única variable es x.

b) Es un monomio de variables x e y, grado 3 y coeficiente $-\frac{1}{\sqrt{2}}$

c) Es un polinomio de variables a y b, grado 4, coeficiente principal $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ y término independiente 0.

4. Dados los polinomios $A(x) = x^3 - 3x$ y $B(x) = 2x^2 + 4x - 2$, calcula:

a) $3A(x) + 4B(x)$ **c)** $[B(x)]^2$ **e)** $3A(x) \cdot [-2B(x)]$

b) $A(x) \cdot B(x)$ **d)** $-2A(x) + 3B(x)$ **f)** $[A(x)]^2 - 2A(x)$

a) $3A(x) + 4B(x) = 3 \cdot (x^3 - 3x) + 4 \cdot (2x^2 + 4x - 2) = 3x^3 - 9x + 8x^2 + 16x - 8 = 3x^3 + 8x^2 + 7x - 8$

b) $A(x) \cdot B(x) = (x^3 - 3x) \cdot (2x^2 + 4x - 2) = 2x^5 + 4x^4 - 2x^3 - 6x^3 - 12x^2 + 6x = 2x^5 + 4x^4 - 8x^3 - 12x^2 + 6x$

c) $[B(x)]^2 = 4x^4 + 8x^3 - 4x^2 + 8x^3 + 16x^2 - 8x - 4x^2 - 8x + 4 = 4x^4 + 16x^3 + 8x^2 - 16x + 4$

d) $-2A(x) + 3B(x) = -2(x^3 - 3x) + 3(2x^2 + 4x - 2) = -2x^3 + 6x + 6x^2 + 12x - 6 = -2x^3 + 6x^2 + 18x - 6$

e) $3A(x) \cdot [-2B(x)] = -6 \cdot [A(x) \cdot B(x)] = -6 \cdot (2x^5 + 4x^4 - 8x^3 - 12x^2 + 6x) = -12x^5 - 24x^4 + 32x^3 + 72x^2 - 36x$

f) $[A(x)]^2 - 2A(x) = (x^3 - 3x)^2 - 2 \cdot (x^3 - 3x) = x^6 - 6x^4 + 9x^2 - 2x^3 + 6x = x^6 - 6x^4 - 2x^3 + 9x^2 + 6x$

5. Extrae factor común en las siguientes expresiones.

a) $2x^2 + 4x^4 - 6x^6$ **b)** $3x^2y - 12xy^2$

a) $2x^2 + 4x^4 - 6x^6 = 2x^2 \cdot (1 + 2x^2 - 3x^4)$ **b)** $3x^2y - 12xy^2 = 3xy \cdot (x - 4y)$

6. **Simplifica todo lo que puedas y extrae, si es posible, factor común en el resultado.**

$x[x^2 + (x - y)^2 - y(y - 1)] - xy$

$x[x^2 + (x - y)^2 - y(y - 1)] - xy = x[2x^2 - 2xy + y] - xy = 2x^3 - 2x^2y + xy - xy = 2x^3 - 2x^2y = 2x^2 \cdot (x - y)$

7. **Aplica las identidades notables para desarrollar las siguientes expresiones algebraicas:**

a) $\left(\frac{x}{2} + 3x^2\right)^2$

b) $\left(2xy - \frac{3x^2}{4}\right)^2$

c) $\left(5x^2 + \frac{3}{2}x\right)\left(5x^2 - \frac{3}{2}x\right)$

d) $(2x - 3y)^2 - 2(2x + 3y)^2$

a) $\left(\frac{x}{2} + 3x^2\right)^2 = 9x^4 + 3x^3 + \frac{x^2}{4}$

b) $\left(2xy - \frac{3x^2}{4}\right)^2 = 4x^2y^2 - 3x^3y + \frac{9x^4}{16}$

c) $\left(5x^2 + \frac{3}{2}x\right)\left(5x^2 - \frac{3}{2}x\right) = 25x^4 - \frac{9}{4}x^2$

d) $(2x - 3y)^2 - 2(2x + 3y)^2 = -4x^2 - 9y^2 - 36xy$

8. **Escribe $4x^2 - 12x + 9$ como el cuadrado de un binomio.**

$4x^2 - 12x + 9 = (2x - 3)^2$

9. **Escribe $\frac{16x^2}{9} - 4y^2$ como el producto de dos binomios.**

$$\frac{16x^2}{9} - 4y^2 = \left(\frac{4x}{3} - 2y\right) \cdot \left(\frac{4x}{3} + 2y\right)$$