5 Expresiones algebraicas

1. Asocia en tu cuaderno cada frase a su expresión algebraica.

La suma de dos números seguidos	•	• $3n-5$
El cuadrado de un número	•	• $2\sqrt{n}$
La raíz cuadrada del doble de un número	•	• $n+(n+1)$
El triple de un número menos cinco	•	• n^2
El doble de la raíz cuadrada de un número	•	• $\sqrt{2n}$

La suma de dos números seguidos: $n+(n+1)$

El cuadrado de un número: n^2

La raíz cuadrada del doble de un número: $\sqrt{2n}$

El triple de un número menos cinco: $3n-5$

El doble de la raíz cuadrada de un número: $2\sqrt{n}$

2. Escribe la expresión algebraica correspondiente a estas frases.

a) Los minerales que tiene Pilar, que son la mitad de minerales que tiene Lucía, que tiene *x*.

b) La cantidad de carne que compró Blanca, que es un cuarto de kilo más que la comprada por Pedro.

c) Alejandro tiene 20% de sus ahorros en una cuenta a plazo fijo.

a) $\frac{x}{2}$ **b).** $x+\frac{1}{4}$ **c)** $\frac{20}{100}\cdot x=\frac{x}{5}$

3. Si *h* son los hectómetros cúbicos de agua que hay en un embalse en el mes de enero, escribe en lenguaje algebraico las siguientes afirmaciones:

a) En febrero había una sexta parte más de agua que en el mes anterior.

b) En mayo había el doble de hectómetros cúbicos que en febrero.

c) En agosto había la mitad cantidad de agua que en mayo más un tercio de lo de febrero.

a) $h+\frac{h}{6}=\frac{7h}{6}$ **b)** $2\cdot\left(h+\frac{h}{6}\right)=2\cdot\frac{7h}{6}=\frac{7h}{3}$ **c)** $\frac{1}{2}\cdot\frac{7h}{3}+\frac{1}{3}\cdot\frac{7h}{6}=\frac{14h}{9}$

4. Actividad resuelta.

5. Calcula el valor numérico de las siguientes expresiones para los valores que se indican.

a) $A(x)=3x+5$ **para** $x=4$

b) $B(t)=t(t-1)$ **para** $t=6$

c) $D(x,y)=3xy+5x-y$ **para** $x=3$, $y=5$

d) $E(x,y,z)=2x-\frac{3xz}{4}+4y^2$ **para** $x=2$, $y=0$, $z=10$

a) $A(4)=3\cdot4+5=17$

b) $B(6)=6(6-1)=30$

c) $D(3,5)=3\cdot3\cdot5+5\cdot3-5=55$

d) $E(2,0,10)=2\cdot2-\frac{3\cdot2\cdot10}{4}+4\cdot0^2=-11$

6. Comprueba si las siguientes expresiones algebraicas se corresponden con el enunciado y corrige las falsas.

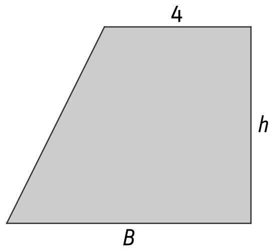
Enunciado	Expresión algebraica
Diez unidades más que el doble de un número	**2(x + 10)**
La tercera parte la suma de un número y su consecutivo	$\frac{x+(x+1)}{3}$
Cinco veces un numero menos la mitad de su consecutivo	$5x-\frac{5x}{2}$

Enunciado	Expresión algebraica
Diez unidades más que el doble de un número	2x +10
La tercera parte de la suma de un número y su consecutivo	$\frac{x+(x+1)}{3}$
Cinco veces un numero menos la mitad de su consecutivo	$5x-\frac{x+1}{2}$

7. Los lados de la figura vienen dados en centímetros.

a) Escribe la expresión algebraica que permite calcular el área del trapecio en función de *B* y *h*.

b) Calcula el área del trapecio sabiendo que *B* = 10 cm y *h* = 8 cm.



a) $A(B,h)=\frac{(B+4)h}{2}$

b) $A(10,8)=\frac{(10+4)\cdot 8}{2}=56\ \text{cm}^2$

8. Actividad interactiva.

9. ¿Cuáles de las siguientes expresiones algebraicas son monomios? Indica su coeficiente, parte literal y grado.

a) $-7x^4y$

b) $6\sqrt{x^3}$

c) 9

d) $3x-2$

e) $(5-3)x^3y^4$

f) $\frac{3x^2z^6}{y^3}$

	Expresión	¿Monomio?	Coeficiente	Parte literal	Grado
a)	$-7x^4y$	Sí	−7	x^4y	4 + 1 = 5
b)	$6\sqrt{x^3}$	No	-	-	-
c)	9	Sí	9	No tiene	0
d)	$3x-2$	No	-	-	-
e)	$(5-3)x^3y^4=2x^3y^4$	Sí	2	x^3y^4	3 + 4 =7
f)	$\frac{3x^2z^6}{y^3}$	No	-	-	-

10. Halla las siguientes sumas y restas.

a) $13x - 5x + 17x + 4x - 20x$ **b)** $30t^3 + (-5t^3) + 9t^3 - 17t^3 - (-8t^3)$ **c).** $\frac{2b^6}{9} - \frac{5}{6}b^6 + \frac{17b^6}{8}$

a) $13x - 5x + 17x + 4x - 20x = (13 - 5 + 17 + 4 - 20)x = 9x$

b) $30t^3 + (-5t^3) + 9t^3 - 17t^3 - (-8t^3) = (30 + (-5) + 9 - 17 - (-8))t^3 = 25t^3$

c) $\frac{2b^6}{9} - \frac{5}{6}b^6 + \frac{17b^6}{8} = \left(\frac{2}{9} - \frac{5}{6} + \frac{17}{8}\right)b^6 = \left(\frac{16}{72} - \frac{60}{72} + \frac{153}{72}\right)b^6 = \frac{109}{72}b^6$

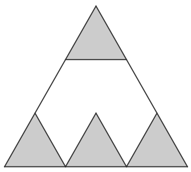
11. Realiza las siguientes operaciones.

a) $5 \cdot 2x^7$ **b)** $\frac{5x^4}{2x^3}$ **c)** $\frac{-5}{3}x^7 \cdot \frac{9}{10}x^4$ **d)** $(-2x^2)^2$

a) $10x^7$ **b)** $\frac{5x}{2}$ **c)** $\frac{-3}{2}x^{11}$ **d)** $4x^4$

12. Actividad resuelta.

13. Tomás ha dibujado la siguiente figura. Escribe el monomio que expresa el área de la parte sin colorear.



La figura se puede descomponer en nueve triángulos iguales, de los cuales cuatro aparecen coloreados.

Por tanto, si el área del triángulo grande es x, el área sin colorear es $\frac{5}{9}x$.

14. Determina el término principal, el coeficiente principal, el grado y el término independiente de los siguientes polinomios.

a) $9x^2 - 5x - \frac{1}{3}$ **c)** $-7x^{10} + x^9 - 4x^2$ **e)** $5x^4 - 6x^2 + 1$ **g)** $-\frac{2}{3}x^2 + x - \frac{4}{9}$

b) $2x + 11$ **d).** $x - x^2 + x^3$ **f)** $-3x + 4x^2 - 8 + x^3$ **h)** $6x^2 - 8x$

	Polinomio	Término principal	Coeficiente principal	Grado	Término independiente
a)	$9x^2 - 5x - \frac{1}{3}$	$9x^2$	9	2	$-\frac{1}{3}$
b)	$2x + 11$	$2x$	2	1	11
c)	$-7x^{10} + x^9 - 4x^2$	$-7x^{10}$	−7	10	0
d)	$x - x^2 + x^3$	x^3	1	3	0
e)	$5x^4 - 6x^2 + 1$	$5x^4$	5	4	1
f)	$-3x + 4x^2 - 8 + x^3$	x^3	1	3	−8
g)	$-\frac{2}{3}x^2 + x - \frac{4}{9}$	$-\frac{2}{3}x^2$	$\frac{-2}{3}$	2	$-\frac{4}{9}$
h)	$6x^2 - 8x$	$6x^2$	6	2	0

15. Halla el grado de los siguientes polinomios.

a) $P(x) = 5x - 7x^3 + 111$ **c)** $R(x) = 3x^4y^6 - x^2y^5 + 9x^7y^3$

d) $Q(x) = 2^4 \cdot x^7 - 5x^3 + 2^{20}$ **d)** $S(x) = 5x^2yz + 6x^3yz^5$

a) 3 **b)** 7 **c)** 10 **d)** 9

16. Escribe un polinomio que cumpla las condiciones pedidas en cada caso.

a) Tiene una sola variable, su coeficiente principal es −1 y es de grado 3.

b) Es un polinomio completo en una sola variable de grado 4.

c) Es un polinomio incompleto en una sola variable de grado 2.

d) Todos sus coeficientes son iguales y todos sus términos tienen grado 4, y tiene al menos dos términos no semejantes.

Respuesta libre. Ejemplos:

a) $P(x) = -x^3$ **c)** $R(x) = x^2 + 5$

b) $Q(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ **d)** $S(x,y) = x^3y + xy^3$

17. Actividad resuelta.

18. Ordena y completa los siguientes polinomios y escribe sus coeficientes.

a) $P(x) = 3 - x^3$ **c)** $R(x) = 1 + x + x^5 + x^2$

b) $Q(x) = 2x - x^4 + 2$ **d)** $S(x) = 2 + 3x^6$

a) $P(x) = -x^3 + 0x^2 + 0x + 3 \Rightarrow -1, 0, 0, 3$

b) $Q(x) = -x^4 + 0x^3 + 0x^2 + 2x + 2 \Rightarrow -1, 0, 0, 2, 2$

c) $R(x) = x^5 + 0x^4 + 0x^3 + x^2 + x + 1 \Rightarrow 1, 0, 0, 1, 1, 1$

d) $S(x) = 3x^6 + 0x^5 + 0x^4 + 0x^3 + 0x^2 + 0x + 2 \Rightarrow 3, 0, 0, 0, 0, 0, 2$

19. Si $P(x) = 6x^2 + 6x - 5$ y $Q(x) = -3x^2 - 6x + 9$, realiza las siguientes operaciones.

a) $P(x) + Q(x)$ **d)** $P(x) + P(x)$

b) $Q(x) + P(x)$ **e)** $P(x) + P(x) + Q(x)$

c) $P(x) - Q(x)$ **f)** $P(x) + Q(x) + P(x)$

a) $P(x) + Q(x) = (6x^2 + 6x - 5) + (-3x^2 - 6x + 9) = 3x^2 + 4$

b) $Q(x) + P(x) = P(x) + Q(x) = 3x^2 + 4$

c) $P(x) - Q(x) = (6x^2 + 6x - 5) - (-3x^2 - 6x + 9) = 9x^2 + 12x - 14$

d) $P(x) + P(x) = (6x^2 + 6x - 5) + (6x^2 + 6x - 5) = 12x^2 + 12x - 10$

e) $P(x) + P(x) + Q(x) = [P(x) + P(x)] + Q(x) = 12x^2 + 12x - 10 + (-3x^2 - 6x + 9) = 9x^2 + 6x - 1$

f) $P(x) + Q(x) + P(x) = P(x) + P(x) + Q(x) = 9x^2 + 6x - 1$

20. **Conociendo tres polinomios $P(x) = -5x^3 + 6x^2 + x - 8$, $Q(x) = 2x^3 + 4x^2 + 10x - 3$ y $R(x) = 3x^2 - 9x - 1$, realiza las operaciones indicadas.**

a) $P(x) + Q(x)$ **c)** $Q(x) - P(x)$ **e)** $P(x) - [Q(x) + R(x)]$

b) $P(x) - Q(x)$ **d)** $P(x) - Q(x) + R(x)$ **f)** $R(x) - [P(x) - Q(x)]$

a) $P(x) + Q(x) = (-5x^3 + 6x^2 + x - 8) + (2x^3 + 4x^2 + 10x - 3) = -3x^3 + 10x^2 + 11x - 11$

b) $P(x) - Q(x) = (-5x^3 + 6x^2 + x - 8) - (2x^3 + 4x^2 + 10x - 3) = -7x^3 + 2x^2 - 9x - 5$

c) $Q(x) - P(x) = -[P(x) - Q(x)] = -(7x^3 + 2x^2 - 9x - 5) = 7x^3 - 2x^2 + 9x + 5$

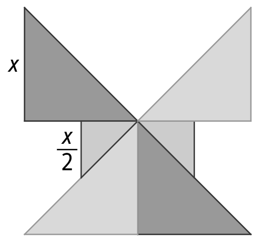
d) $P(x) - Q(x) + R(x) = [P(x) - Q(x)] + R(x) = (-7x^3 + 2x^2 - 9x - 5) + (3x^2 - 9x - 1) = -7x^3 + 5x^2 - 18x - 6$

e) $P(x) - [Q(x) + R(x)] = [P(x) - Q(x)] - R(x) = (-7x^3 + 2x^2 - 9x - 5) - (3x^2 - 9x - 1) = -7x^3 - x^2 - 4$

f) $R(x) - [P(x) - Q(x)] = (3x^2 - 9x - 1) - (-7x^3 + 2x^2 - 9x - 5) = 7x^3 + x^2 + 4$

21. **Actividad resuelta.**

22. **Observa la figura e indica el polinomio que expresa su área.**



La figura se puede descomponer como suma de tres triángulos equiláteros grandes y tres triángulos equiláteros pequeños.

La altura del triángulo grande se calcula usando el teorema de Pitágoras:

$$h = \sqrt{x^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \sqrt{x^2 - \frac{x^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}x$$

La altura del triángulo pequeño es la mitad de la del grande.

El área total es: $A(x) = 3\dfrac{x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}x}{2} + 3\dfrac{\frac{x}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}x}{2} = 3\dfrac{\sqrt{3}x^2}{4} + 3\dfrac{\sqrt{3}x^2}{16} = \dfrac{15\sqrt{3}}{16}x^2$

23. **Actividad interactiva.**

24. **Resuelve las siguientes multiplicaciones.**

a) $7 \cdot (x^3 - 3x^2 + 5x + 1)$ **d)** $(-10x^3) \cdot (4x^3 + 7x - 10)$

b) $(-2) \cdot (-8x^5 - 9x^2 + 6x + 11)$ **e)** $\left(\frac{1}{2}x\right) \cdot (12x^4 + 6x^3 - 4x^2 + 6x + 12)$

c) $(-x^3) \cdot (-4x^{12} + x^7 + 5x^3 + 13x)$ **f)** $\frac{2x^2}{3} \cdot (9x^3 + 6x^2 + 12x)$

a) $7 \cdot (x^3 - 3x^2 + 5x + 1) = 7x^3 - 21x^2 + 35x + 7$

b) $(-2) \cdot (-8x^5 - 9x^2 + 6x + 11) = 16x^5 + 18x^2 - 12x - 22$

c) $(-x^3) \cdot (-4x^{12} + x^7 + 5x^3 + 13x) = 4x^{15} - x^{10} - 5x^6 - 13x^4$

d) $(-10x^3) \cdot (4x^3 + 7x - 10) = -40x^6 - 70x^4 + 100x^3$

e) $\left(\frac{1}{2}x\right) \cdot (12x^4 + 6x^3 - 4x^2 + 6x + 12) = 6x^5 + 3x^4 - 2x^3 + 3x^2 + 6x$

f) $\frac{2x^2}{3} \cdot (9x^3 + 6x^2 + 12x) = 6x^5 + 4x^4 + 8x^3$

25. Multiplica los polinomios.

a) $(5x^2-2x-3)\cdot(x+2)$

b) $(10x^3-4)\cdot(5x^6-2x^3+2)$

c) $(4x^2+x-3)\cdot(5x^2-7x+2)$

d) $(9x^2-6x-3)\cdot\left(x+\frac{2}{3}\right)$

e) $(7x^2+8x-12)\cdot\left(\frac{1}{3}x+\frac{1}{6}\right)$

a) $(5x^2-2x-3)\cdot(x+2)=5x^3+10x^2-2x^2-4x-3x-6=5x^3+8x^2-7x-6$

b) $(10x^3-4)\cdot(5x^6-2x^3+2)=50x^9-20x^6+20x^3-20x^6+8x^3-8=50x^9-40x^6+28x^3-8$

c) $(4x^2+x-3)\cdot(5x^2-7x+2)=20x^4-28x^3+8x^2+5x^3-7x^2+2x-15x^2+21x-6=20x^4-23x^3-14x^2+23x-6$

d) $(9x^2-6x-3)\cdot\left(x+\frac{2}{3}\right)=9x^3+6x^2-6x^2-4x-3x-2=9x^3-7x-2$

e) $(7x^2+8x-12)\cdot\left(\frac{1}{3}x+\frac{1}{6}\right)=\frac{7}{3}x^3+\frac{7}{6}x^2+\frac{8}{3}x^2+\frac{8}{6}x-4x-2=\frac{7}{3}x^3+\frac{23}{6}x^2-\frac{8}{3}x-2$

26. Calcula las siguientes divisiones.

a) $(x^3-7x^2+4x):x$

b) $(6x^8+12x^5):(3x^3)$

c) $(10x^4+20x^3-15x^2):(5x)$

d) $(30x^6-25x^5-20x^4+5x^3):(5x^3)$

e) $(-36x^{12}+24x^8-48x^4):(-12x^4)$

f) $(x^4+6x^3-7x^2):(3x)$

a) $(x^3-7x^2+4x):x=x^2-7x+4$

b) $(6x^8+12x^5):(3x^3)=2x^5+4x^2$

c) $(10x^4+20x^3-15x^2):(5x)=2x^3+4x^2-3x$

d) $(30x^6-25x^5-20x^4+5x^3):(5x^3)=6x^3-5x^2-4x+1$

e) $(-36x^{12}+24x^8-48x^4):(-12x^4)=3x^8-2x^4+4$

f) $(x^4+6x^3-7x^2):(3x)=\frac{1}{3}x^3+2x^2-\frac{7}{3}x$

27. Actividad resuelta.

28. **Realiza las siguientes operaciones con los polinomios $P(x) = 3x^2 - 5x + 2$, $Q(x) = -2x^2 + 3x - 5$ y $R(x) = 2x^2 - 7x$.**

a) $2 \cdot P(x)$
b) $-3Q(x)$
c) $2P(x) - 3Q(x)$
d) $2P(x) + 3Q(x)$
e) $R(x) \cdot [Q(x) + P(x)]$
f) $R(x) \cdot Q(x) + R(x) \cdot P(x)$
g) $P(x) + Q(x) \cdot R(x)$
h) $P(x) - P(x) \cdot R(x)$

a) $2 \cdot (3x^2 - 5x + 2) = 6x^2 - 10x + 4$

b) $-3 \cdot (-2x^2 + 3x - 5) = 6x^2 - 9x + 15$

c) $(6x^2 - 10x + 4) - (6x^2 - 9x + 15) = -x - 11$

d) $(6x^2 - 10x + 4) + (6x^2 - 9x + 15) = 12x^2 - 19x + 19$

e) $(2x^2 - 7x) \cdot [(-2x^2 + 3x - 5) + (3x^2 - 5x + 2)] = (2x^2 - 7x) \cdot (x^2 - 2x - 3) = 2x^4 - 11x^3 + 8x^2 + 21x$

f) $R(x) \cdot Q(x) + R(x) \cdot P(x) = R(x) \cdot [Q(x) + P(x)] = 2x^4 - 11x^3 + 8x^2 + 21x$

g) $(3x^2 - 5x + 2) + [(-2x^2 + 3x - 5) \cdot (2x^2 - 7x)] = (3x^2 - 5x + 2) + (-4x^4 + 20x^3 - 31x^2 + 35x) = -4x^4 + 20x^3 - 28x^2 + 30x + 2$

h) $(3x^2 - 5x + 2) - [(3x^2 - 5x + 2) \cdot (2x^2 - 7x)] = (3x^2 - 5x + 2) - (6x^4 - 31x^3 + 39x^2 - 14x) = -6x^4 + 31x^3 - 36x^2 + 9x + 2$

29. **Desarrolla las siguientes potencias.**

a) $(2x + 5)^2$ b). $(3x^3 - 8x)^2$ c) $(2x^2 + 5x - 2)^2$ d) $(3x^3 - 2x^2)^3$

a) $(2x + 5)^2 = (2x + 5)(2x + 5) = 4x^2 + 10x + 10x + 25 = 4x^2 + 20x + 25$

b) $(3x^3 - 8x)^2 = (3x^3 - 8x)(3x^3 - 8x) = 9x^6 - 24x^4 - 24x^4 + 64x^2 = 9x^6 - 48x^4 + 64x^2$

c) $(2x^2 + 5x - 2)^2 = (2x^2 + 5x - 2)(2x^2 + 5x - 2) = 4x^4 + 20x^3 + 17x^2 - 20x + 4$

d) $(3x^3 - 2x^2)^3 = (3x^3 - 2x^2)(3x^3 - 2x^2)(3x^3 - 2x^2) = (9x^6 - 12x^5 + 4x^4)(3x^3 - 2x^2) = 27x^9 - 54x^8 + 36x^7 - 8x^6$

30. **Extrae factor común en las siguientes expresiones.**

a) $8x^3 - 16x^2 + 40x - 80$
b) $3x^5 - 6x^4 + 4x^3 - 7x^2$
c) $25x^9 - 30x^6 + 5x^3$
d) $\frac{3}{7}x^2 - \frac{6}{7}x + \frac{9}{7}$

a) $8x^3 - 16x^2 + 40x - 80 = 8(x^3 - 2x^2 + 5x - 10)$

b) $3x^5 - 6x^4 + 4x^3 - 7x^2 = x^2(3x^3 - 6x^2 + 4x - 7)$

c) $25x^9 - 30x^6 + 5x^3 = 5x^3(5x^6 - 6x^3 + 1)$

d) $\frac{3}{7}x^2 - \frac{6}{7}x + \frac{9}{7} = \frac{3}{7}(x^2 - 2x + 3)$

31. **Actividad resuelta.**

32. **Extrae factor común en las siguientes expresiones.**

a) $2a^4b^5 - 18a^3b^{10}$

b) $16x^2y^7 - 8x^9y^6 + 20x^3y^8$

c) $24a^{30}b^{60}x^{80}y^{90} + 6a^{10}x^{40}$

a) $2a^4b^5 - 18a^3b^{10} = 2a^3b^5\left(a - 9b^5\right)$

b) $16x^2y^7 - 8x^9y^6 + 20x^3y^8 = 4x^2y^6\left(4y - 2x^7 + 5xy^2\right)$

c) $24a^{30}b^{60}x^{80}y^{90} + 6a^{10}x^{40} = 6a^{10}x^{40}\left(4a^{20}b^{60}x^{40}y^{90} + 1\right)$

33. **A partir de los polinomios $P(x) = 2x^3 - 5x^2 - 3x - 6$ y $Q(x) = 6x^4 - 2x + 4$, responde las siguientes cuestiones sin efectuar el producto $P(x) \cdot Q(x)$.**

a) **¿Cuántos términos tendrá el producto $P(x) \cdot Q(x)$ antes de reducir los términos semejantes?**

b) **¿Cuál será el coeficiente principal del producto? ¿Y su grado?**

c) **¿Cuál va a ser su término independiente?**

d) **Una vez reducidos los términos semejantes, ¿cuántos términos puede tener, como máximo, el polinomio resultante? ¿Puede tener menos?**

a) Tendrá 4 · 3 = 12 términos.

b) El coeficiente principal será 2 · 6 = 12, y el grado, 3 + 4 = 7.

c) El término independiente será –6 · 4 = –24

d) Como es de grado 7, tendrá 8 términos como máximo. Al reducir términos semejantes, alguno puede anularse, podría tener menos de 8 términos (de hecho, al reducir desaparece el término de grado 1).

34. **Actividad interactiva.**

35. **Desarrolla utilizando las identidades notables.**

a) $(10x^8 - 2)^2$

b) $(6x^3 + 5x^2)^2$

c) $(4x^7 + x^4)(4x^7 - x^4)$

d) $\left(\frac{3}{4}x^4 + 8x^2\right)^2$

e) $\left(x + \frac{1}{10}x^{10}\right)\left(x - \frac{1}{10}x^{10}\right)$

f) $\left(\frac{2}{3}x^5 - \frac{3}{2}x^7\right)^2$

a) $(10x^8 - 2)^2 = 100x^{16} - 40x^8 + 4$

b) $(6x^3 + 5x^2)^2 = 36x^6 + 60x^5 + 25x^4$

c) $(4x^7 + x^4)(4x^7 - x^4) = 16x^{14} - x^8$

d) $\left(\frac{3}{4}x^4 + 8x^2\right)^2 = \frac{9}{16}x^8 + 12x^6 + 64x^4$

e) $\left(x + \frac{1}{10}x^{10}\right)\left(x - \frac{1}{10}x^{10}\right) = x^2 - \frac{1}{100}x^{20}$

f) $\left(\frac{2}{3}x^5 - \frac{3}{2}x^7\right)^2 = \frac{4}{9}x^{10} - 2x^{12} + \frac{9}{4}x^{14}$

36. Utiliza las identidades notables y desarrolla.

a) $\left(3x^4y^3+2x^5y^2\right)^2$
b) $(x^2y+2x^3y^2)(x^2y-2x^3y^2)$
c) $(2bc-5ab^2)(2bc+5ab^2)$
d) $\left(\dfrac{a^5}{3}-\dfrac{a^2x}{3}\right)^2$
e) $\left(\dfrac{m^2n}{6}+\dfrac{2m^2}{3}\right)^2$
f) $\left(\dfrac{2ax}{3}+\dfrac{3bx^2}{2}\right)^2$

a) $\left(3x^4y^3+2x^5y^2\right)^2=9x^8y^6+12x^9y^5+4x^{10}y^4$

b) $(x^2y+2x^3y^2)(x^2y-2x^3y^2)=x^4y^2-4x^6y^4$

c) $(2bc-5ab^2)(2bc+5ab^2)=4b^2c^2-25a^2b^4$

d) $\left(\dfrac{a^5}{3}-\dfrac{a^2x}{3}\right)^2=\dfrac{a^{10}}{9}-\dfrac{2a^7x}{9}+\dfrac{a^4x^2}{9}$

e) $\left(\dfrac{m^2n}{6}+\dfrac{2m^2}{3}\right)^2=\dfrac{m^4n^2}{36}+\dfrac{2m^4n}{9}+\dfrac{4m^4}{9}$

f) $\left(\dfrac{2ax}{3}+\dfrac{3bx^2}{2}\right)^2=\dfrac{4a^2x^2}{9}+2abx^3+\dfrac{9b^2x^4}{4}$

37. Comprueba y corrige las igualdades erróneas.

a) $\left(x-2x^2\right)^2=x^2-4x^3-4x^4$
b) $(x-y^2)(x+y^2)=x^2-y^4$
c) $\left(\dfrac{2}{3}x+5\right)^2=\dfrac{2}{3}x^2+\dfrac{20}{3}x+25$

a) $\left(x-2x^2\right)^2=x^2-4x^3+4x^4$
b) $(x-y^2)(x+y^2)=x^2-y^4$
c) $\left(\dfrac{2}{3}x+5\right)^2=\dfrac{4}{9}x^2+\dfrac{20}{3}x+25$

38. Desarrolla, opera y simplifica.

a) $(2x+3)^2-(2x-3)^2$
b) $(5x^2+2x)(5x^2-2x)-(5x^2-2x)^2$
c) $(a+b)^2-(a-b)^2+(a+b)(a-b)$

a) $(2x+3)^2-(2x-3)^2=4x^2+12x+9-\left(4x^2-12x+9\right)=24x$

b) $(5x^2+2x)(5x^2-2x)-(5x^2-2x)^2=25x^4-4x^2-\left(25x^4-20x^3+4x^2\right)=20x^3-8x^2$

c) $(a+b)^2-(a-b)^2+(a+b)(a-b)=a^2+2ab+b^2-\left(a^2-2ab+b^2\right)+a^2-b^2=a^2+4ab-b^2$

39. Copia y completa en tu cuaderno las siguientes igualdades, utilizando las identidades notables.

a) $(\bullet\, x+2)^2=4x^2+\bullet\, x+4$
b) $(\bullet+3x)(\bullet-3x)=16x^8-\bullet$
c) $25x^8+20x^7+4x^6=(\bullet+\bullet)^2$
d) $36x^6-\dfrac{49}{4}x^4=\left(6x^{\bullet}+\dfrac{\bullet}{\bullet}x^2\right)\left(6x^{\bullet}-\dfrac{\bullet}{\bullet}x^2\right)$

a) $(2x+2)^2=4x^2+8\,x+4$

b) $(4x^4+3x)(4x^4-3x)=16x^8-9x^2$

c) $25x^8+20x^7+4x^6=(5x^4+2x^3)^2$

d) $36x^6-\dfrac{49}{4}x^4=\left(6x^3+\dfrac{7}{2}x^2\right)\left(6x^3-\dfrac{7}{2}x^2\right)$

40. Encuentra la identidad notable que corresponde a cada polinomio.

a) x^2+2x+1
b) $100x^4+100x^2+25$
c) $9x^6-12x^5+4x^4$
d) $\dfrac{100}{49}x^2-\dfrac{1}{9}y^4$

a) $x^2+2x+1=\left(x+1\right)^2$

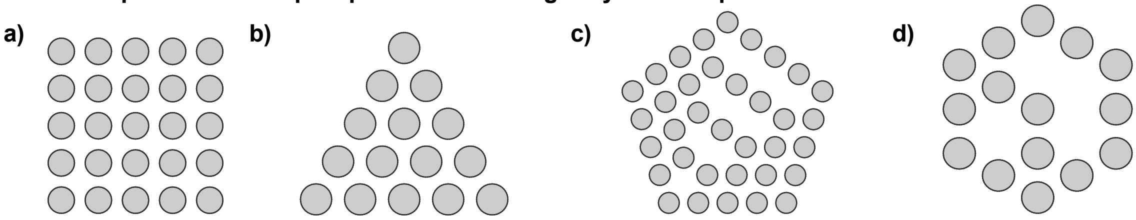
b) $100x^4+100x^2+25=\left(10x^2+5\right)^2$

c) $9x^6-12x^5+4x^4=\left(3x^3-2x^2\right)^2$

d) $\dfrac{100}{49}x^2-\dfrac{1}{9}y^4=\left(\dfrac{10}{7}x+\dfrac{1}{3}y^2\right)\left(\dfrac{10}{7}x-\dfrac{1}{3}y^2\right)$

41. **Actividad interactiva.**

42. **Indica el tipo de número que aparece en cada figura y calcula qué número es.**



a) Cuadrado, $P(4,5)=5+\dfrac{5\cdot 4\cdot 2}{2}=25$

b) Triangular, $P(3,5)=5+\dfrac{5\cdot 4\cdot 1}{2}=15$

c) Pentagonal, $P(5,5)=5+\dfrac{5\cdot 4\cdot 3}{2}=35$

d) Hexagonal, $P(6,3)=3+\dfrac{3\cdot 2\cdot 4}{2}=15$

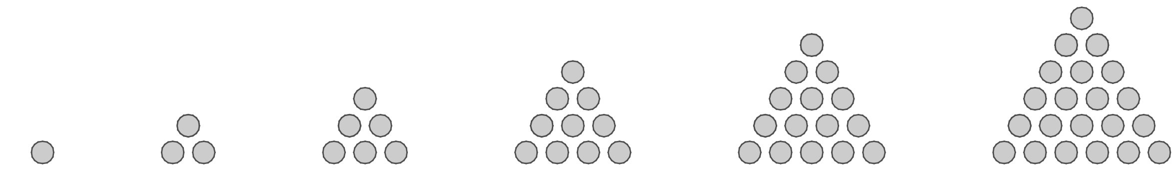
43. **Representa en tu cuaderno los números triangulares hasta llegar al de 10 unidades de lado.**

a) **Escribe la diferencia entre cada número triangular y el número triangular siguiente. ¿Qué observas?**

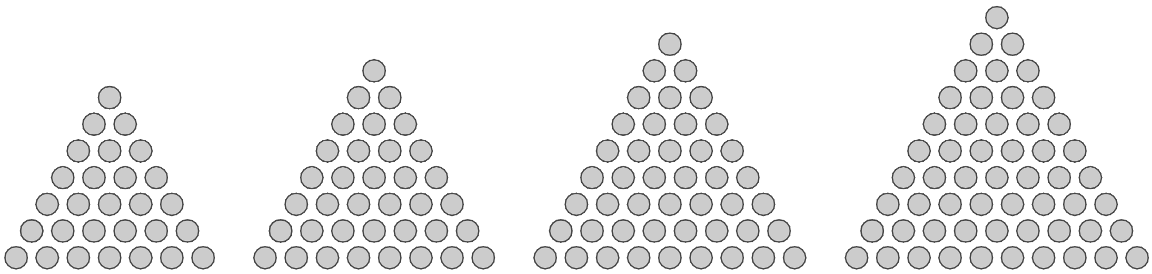
b) **Sin representarlo, ¿cuál será el siguiente número triangular?**

c) **Calcula la diferencia entre cada número y el que va dos posiciones hacia delante. ¿Cómo aumentan esas diferencias?**

d) **¿Cómo aumentan las diferencias entre números separados tres posiciones?**



$P(3,1)=1$ $P(3,2)=3$ $P(3,3)=6$ $P(3,4)=10$ $P(3,5)=15$ $P(3,6)=21$



$P(3,7)=28$ $P(3,8)=36$ $P(3,9)=45$ $P(3,10)=55$

a) $P(3,10)-P(3,9)=55-45=10$ $P(3,7)-P(3,6)=28-21=7$ $P(3,4)-P(3,3)=10-6=4$

$P(3,9)-P(3,8)=45-36=9$ $P(3,6)-P(3,5)=21-15=6$ $P(3,3)-P(3,2)=6-3=3$

$P(3,8)-P(3,7)=36-28=8$ $P(3,5)-P(3,4)=15-10=5$ $P(3,2)-P(3,1)=3-1=2$

Se obtienen los números triangulares.

b) $P(3,11)-P(3,10)=P(3,11)-55=11\Rightarrow P(3,11)=66$

c) $P(3,3)-P(3,1)=6-1=5$ $P(3,5)-P(3,3)=15-6=9$ $P(3,7)-P(3,5)=28-15=13$

$P(3,4)-P(3,2)=10-3=7$ $P(3,6)-P(3,4)=21-10=11$ $P(3,8)-P(3,6)=36-21=15$

Aumentan de 2 en 2.

d) $P(3,4)-P(3,1)=10-1=9$ $P(3,5)-P(3,2)=15-3=12$ $P(3,6)-P(3,3)=21-6=15$

Aumentan de 3 en 3.

44. Expresa en lenguaje algebraico.

a) La mitad de la suma de dos números consecutivos.

b) La suma de tres números consecutivos, si el mediano es *x*.

c) El doble de la edad que tenía una persona hace 20 años, si ahora tiene *x* años.

d) Los minutos que llevo haciendo ejercicio, si llevo *t* horas.

a) $\frac{x+(x+1)}{2}=\frac{2x+1}{2}$

b) $(x-1)+x+(x+1)=3x$

c) $2(x-20)=2x-40$

d) $60t$

45. Actividad resuelta.

46. En un pentágono, cada lado mide 3 cm más que el anterior. Expresa su perímetro mediante una expresión algebraica si el lado mediano mide *x*.

$P(x)=(x-6)+(x-3)+x+(x+3)+(x+6)=5x$

47. Actividad resuelta.

48. Dada la expresión algebraica $A(a,b,c)=2a^2b-3c$, calcula su valor numérico para los valores indicados.

a) $A(2,1,0)$ **b)** $A\left(1,\frac{1}{2},\frac{1}{3}\right)$ **c)** $A(10,15,1000)$

a) $A(2,1,0)=2\cdot 2^2\cdot 1-3\cdot 0=8-0=8$

b) $A(a,b,c)=2\cdot 1^2\cdot\frac{1}{2}-3\cdot\frac{1}{3}=1-1=0$

c) $A(10,15,1000)=2\cdot 10^2\cdot 15-3\cdot 1000=3000-3000=0$

49. Indica qué expresiones algebraicas son monomios.

a) -5 **c)** $9x^{-3}$ **e)** $\frac{2x^2}{y}$

b) $3x$ **d)** $\sqrt{3}x^7y$ **f)** $\frac{3x\cdot 5}{2}$

a) Sí es monomio. **c)** No es monomio. **e)** No es monomio.

b) Sí es monomio. **d)** Sí es monomio. **f)** Sí es monomio.

50. Copia la tabla en tu cuaderno y completa.

Monomio	Coeficiente	Parte literal	Grado
●●●	$\frac{-1}{6}$	a^3b^8c	●●●
$2^4x^4y^4z^4$	●●●	●●●	●●●
●●●	$\frac{-1}{6}$	●●●	0

Monomio	Coeficiente	Parte literal	Grado
$\frac{-1}{6}a^3b^8c$	$\frac{-1}{6}$	a^3b^8c	12
$2^4x^4y^4z^4$	2^4	$x^4y^4z^4$	12
$\frac{-1}{6}$	$\frac{-1}{6}$	No tiene	0

51. Indica el coeficiente, la parte literal y el grado de los siguientes monomios.

a) $\frac{2}{3}x^8y^4$

b) $\sqrt{3}$

c) $9x^3y$

d) $3^5x^5y^5z^5$

e) $-4x^3y^0z$

f) $\frac{16x^2}{5}$

	Monomio	Coeficiente	Parte literal	Grado
a)	$\frac{2}{3}x^8y^4$	$\frac{2}{3}$	x^8y^4	12
b)	$\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$	No tiene	0
c)	$9x^3y$	9	x^3y	4
d)	$3^5x^5y^5z^5$	3^5	$x^5y^5z^5$	15
e)	$-4x^3y^0z$	-4	x^3z	4
f)	$\frac{16x^2}{5}$	$\frac{16}{5}$	x^2	2

52. Escribe tres monomios semejantes a $-3x^2y$ y tres que no lo sean pero que estén formados por las mismas variables.

- Semejantes: x^2y , $3x^2y$, $2x^2y$.
- No semejantes: x^3y, $5xy^2$, $-3x^2y^2$

53. **Realiza las siguientes sumas y restas de monomios.**

a) $5a^3x^4 + 7x^4a^3 - 30x^4a^3 + 19a^3x^4$

b) $\frac{7}{3}x^4 - \frac{4}{3}x^4 + \frac{11}{3}x^4$

c) $\frac{13}{24}t^5 - \frac{5}{18}t^6 + \frac{7}{45}t^6$

a) $5a^3x^4 + 7x^4a^3 - 30x^4a^3 + 19a^3x^4 = x^4a^3$

b) $\frac{7}{3}x^4 - \frac{4}{3}x^4 + \frac{11}{3}x^4 = \frac{14}{3}x^4$

c) $\frac{13}{24}t^5 - \frac{5}{18}t^6 + \frac{7}{45}t^6 = \frac{13}{24}t^5 - \frac{11}{90}t^6$

54. **Realiza las siguientes operaciones con monomios y simplifica el resultado cuando sea posible.**

a) $(-7)\cdot(5x^6y^4)$

b) $(-5x^2)\cdot(4x^2)$

c) $(-6x^3)\cdot(2x)$

d) $\left(\frac{3}{4}x\right)\cdot\left(\frac{y}{3}\right)$

e) $(-2a^3b^5c)\cdot(7a^9c^3)$

f) $\left(\frac{4}{5}x^8y^7\right)\cdot\left(\frac{15}{14}x^6y^9\right)$

a) $-35x^6y^4$

b) $-20x^4$

c) $-12x^4$

d) $\frac{1}{4}xy$

e) $-14a^{12}b^5c^4$

f) $\frac{6}{7}x^{14}y^{16}$

55. **Calcula las siguientes potencias.**

a) $(-4x^4)^2$

b) $(-2x^{10})^3$

c) $(3^5x^9)^{10}$

d) $(-2a^3b^2)^2$

e) $(x^3y^5z)^{10}$

f) $(-a^9b^3c^6)^7$

a) $16x^8$

b) $-8x^{30}$

c) $3^{50}x^{90}$

d) $4a^6b^4$

e) $x^{30}y^{50}z^{10}$

f) $-a^{63}b^{21}c^{42}$

56. **Resuelve los siguientes cocientes entre monomios y simplifica.**

a) $\frac{81x^7}{9x^5}$

b) $\frac{-48x^9}{6x^9}$

c) $\frac{48x^7yz^3}{16x^7z^3}$

d) $\frac{5x^9y^4z^5}{20x^4y^4z^4}$

e) $\frac{8x^{40}}{4x^{20}}$

f) $\frac{36x^{120}y^{110}z^{100}}{48x^{10}y^{10}z}$

a) $9x^2$

b) -8

c) $3y$

d) $\frac{x^5z}{4}$

e) $2x^{20}$

f) $\frac{3}{4}x^{110}y^{100}z^{99}$

57. Indica el término principal, el coeficiente principal, el grado y término independiente de los siguientes polinomios:

a) $5x^4 - 6x^2 + 1$

b) $-3x + 4x^2 - 8 + x^3$

c) $6x^2 - 8x$

d) $-\frac{2}{3}x^2 + x - \frac{4}{9}$

	Polinomio	Término principal	Coeficiente principal	Grado	Término independiente
a)	$5x^4 - 6x^2 + 1$	$5x^4$	5	4	1
b)	$-3x + 4x^2 - 8 + x^3$	x^3	1	3	–8
c)	$6x^2 - 8x$	$6x^2$	6	2	0
d)	$-\frac{2}{3}x^2 + x - \frac{4}{9}$	$\frac{-2}{3}x^2$	$\frac{-2}{3}$	2	$\frac{-4}{9}$

58. Escribe un polinomio que cumpla simultáneamente todas estas condiciones.

- **Es de grado 4.**
- **Su coeficiente principal es igual a su término independiente.**
- **No tiene términos de grados impares.**

Respuesta libre. Por ejemplo: $P(x) = x^4 + x^2 + 1$

59. Calcula el valor numérico de los siguientes polinomios.

a) $P(x) = 3x^2 - 5x + 7$ **para** $x = 2$

b) $Q(x) = -5x^3 + 4x + 9$ **para** $x = -1$

c) $R(x, y) = 3x^2y - 5xy$ **para** $x = 2$, $y = -1$

d) $S(x, y, z) = 3x^2 - 2y^2 + 4z^2$ **para** $x = 2$, $y = 0$, $z = -2$

a) $P(2) = 3 \cdot 2^2 - 5 \cdot 2 + 7 = 9$

b) $Q(-1) = -5(-1)^3 + 4(-1) + 9 = 10$

c) $R(2, -1) = 3 \cdot 2^2 \cdot (-1) - 5 \cdot 2 \cdot (-1) = -2$

d) $S(2, 0, -2) = 3 \cdot 2^2 - 2 \cdot 0^2 + 4 \cdot (-2)^2 = 28$

60. Se dice que un número *a* es una raíz del polinomio *P(x)* si el valor numérico del polinomio para *x* = *a* es cero, es decir, si *P(a)* = 0. Comprueba, en cada uno de los casos, si *x* = 2 y *x* = −2 son raíces del polinomio.

a) $P(x) = x^2 - 4$

b) $Q(x) = 5x^2 - 8x - 4$

c) $R(x) = x^3 - 6x - 4$

d) $S(x) = 2x^2 + 2x + 4$

a) $P(2) = 2^2 - 4 = 0$, $P(-2) = (-2)^2 - 4 = 0$. Ambos son raíces.

b) $Q(2) = 5 \cdot 2^2 - 8 \cdot 2 - 4 = 0$, $Q(-2) = 5(-2)^2 - 8(-2) - 4 = 32$. Sólo $x = 2$ es raíz.

c) $R(2) = 2^3 - 6 \cdot 2 - 4 = -8$, $R(-2) = (-2)^3 - 6(-2) - 4 = 0$. Sólo $x = -2$ es raíz.

d) $S(2) = 2 \cdot 2^2 + 2 \cdot 2 + 4 = 16$, $S(-2) = 2 \cdot (-2)^2 + 2 \cdot (-2) + 4 = 8$. Ninguno es raíz.

61. **A partir de $P(x) = -4x^2 + 9x - 15$ y $Q(x) = 8x^2 - 8x - 19$, realiza las siguientes operaciones.**

a) $P(x) + Q(x)$

b) $P(x) - Q(x)$

c) $Q(x) + P(x)$

d) $Q(x) - P(x)$

e) $Q(x) + Q(x)$

f) $P(x) + (Q(x) + Q(x))$

g) $(P(x) + Q(x)) + Q(x)$

h) $P(x) + P(x) + P(x)$

a) $\left(-4x^2 + 9x - 15\right) + \left(8x^2 - 8x - 19\right) = 4x^2 + x - 34$

b) $\left(-4x^2 + 9x - 15\right) - \left(8x^2 - 8x - 19\right) = -12x^2 + 17x + 4$

c) $Q(x) + P(x) = P(x) + Q(x) = 4x^2 + x - 34$

d) $Q(x) - P(x) = -\left[P(x) - Q(x)\right] = -\left(-12x^2 + 17x + 4\right) = 12x^2 - 17x - 4$

e) $Q(x) + Q(x) = 2 \cdot Q(x) = 2 \cdot \left(8x^2 - 8x - 19\right) = 16x^2 - 16x - 38$

f) $\left(-4x^2 + 9x - 15\right) + \left(16x^2 - 16x - 38\right) = 12x^2 - 7x - 53$

g) $(P(x) + Q(x)) + Q(x) = P(x) + (Q(x) + Q(x)) = 12x^2 - 7x - 53$

h) $P(x) + P(x) + P(x) = 3 \cdot P(x) = 3 \cdot \left(-4x^2 + 9x - 15\right) - 12x^2 + 27x - 45$

62. **A partir de los tres polinomios $P(x) = 8x^3 + x^2 + 10x - 2$, $Q(x) = -7x^3 - 4x^2 + 14x + 20$, $R(x) = 8x^2 + 5x - 3$, efectúa las operaciones indicadas.**

a) $P(x) + Q(x)$

b) $P(x) - Q(x)$

c) $Q(x) - P(x)$

d) $P(x) + Q(x) + R(x)$

e) $P(x) - Q(x) + R(x)$

f) $P(x) - \left[Q(x) + R(x)\right]$

g) $P(x) - Q(x) - R(x)$

h) $R(x) - \left[P(x) - Q(x)\right]$

a) $\left(8x^3 + x^2 + 10x - 2\right) + \left(-7x^3 - 4x^2 + 14x + 20\right) = x^3 - 3x^2 + 24x + 18$

b) $\left(8x^3 + x^2 + 10x - 2\right) - \left(-7x^3 - 4x^2 + 14x + 20\right) = 15x^3 + 5x^2 - 4x - 22$

c) $Q(x) - P(x) = -\left[P(x) - Q(x)\right] = -\left(15x^3 + 5x^2 - 4x - 22\right) = -15x^3 - 5x^2 + 4x + 22$

d) $(8x^3 + x^2 + 10x - 2) + (-7x^3 - 4x^2 + 14x + 20) + \left(8x^2 + 5x - 3\right) = x^3 + 5x^2 + 29x + 15$

e) $(8x^3 + x^2 + 10x - 2) - (-7x^3 - 4x^2 + 14x + 20) + \left(8x^2 + 5x - 3\right) = 15x^3 + 13x^2 + x - 25$

f) $\left(8x^3 + x^2 + 10x - 2\right) - \left[\left(-7x^3 - 4x^2 + 14x + 20\right) + \left(8x^2 + 5x - 3\right)\right] =$

$= \left(8x^3 + x^2 + 10x - 2\right) - \left(-7x^3 + 4x^2 + 19x + 17\right) = 15x^3 - 3x^2 - 9x - 19$

g) $P(x) - Q(x) - R(x) = P(x) - \left[Q(x) + R(x)\right] = 15x^3 - 3x^2 - 9x - 19$

h) $R(x) - \left[P(x) - Q(x)\right] = -\left[P(x) - Q(x) - R(x)\right] = -\left(15x^3 - 3x^2 - 9x - 19\right) = -15x^3 + 3x^2 + 9x + 19$

63. **Resuelve las siguientes multiplicaciones.**

a) $(-10)\cdot(5x^3+6x^2+11x-31)$

b) $(-2x)\cdot(x^3-x^2+7x+19)$

c) $(x^{10})\cdot(4x^6-4x^3+5x+20)$

d) $(-5x^{10})\left(-2x^3+6x^2-8x\right)$

e) $\left(\frac{3}{5}x^2\right)\cdot(10x^4-20x^3-40x^2+15x+5)$

f) $\left(\frac{-3x}{4}\right)\cdot\left(\frac{4}{9}x^2-\frac{5}{3}x+\frac{4}{9}\right)$

a) $-50x^3-60x^2-110x+310)$

b) $-2x^4+2x^3-14x^2-38x$

c) $4x^{16}-4x^{13}+5x^{11}+20x^{10}$

d) $10x^{13}-30x^{12}+40x^{11}$

e) $6x^6-12x^5-24x^4+9x^3+3x^2$

f) $-\frac{1}{3}x^3+\frac{5}{4}x^2-\frac{1}{3}x$

64. **Calcula las siguientes multiplicaciones.**

a) $(-3x^3+6x^2-x-4)\cdot(3x^2-5x)$

b) $(6x-9)\cdot(7x^3-2x^2+3x+8)$

c) $(5x^2-6x-7)\cdot(7x^2-6x-5)$

d) $(4x^2-x-3)\cdot\left(3x+\frac{1}{2}\right)$

e) $\left(\frac{3}{4}x^2-\frac{1}{6}x-2\right)\cdot\left(\frac{-1}{3}x+\frac{1}{2}\right)$

f) $\left(\frac{2}{3}x^2+\frac{1}{9}x\right)\cdot\left(\frac{1}{3}x^2-\frac{3}{2}\right)$

a) $-9x^5+18x^4-3x^3-12x^2+15x^4-30x^3+5x^2+20x=-9x^5+33x^4-33x^3-7x^2+20x$

b) $42x^4-12x^3+18x^2+48x-63x^3+18x^2-27x-72=42x^4-75x^3+36x^2+21x-72$

c) $35x^4-30x^3-25x^2-42x^3+36x^2+30x-49x^2+42x+35=35x^4-72x^3-38x^2+72x+35$

d) $12x^3+2x^2-3x^2-\frac{1}{2}x-9x-\frac{3}{2}=12x^3-x^2-\frac{19}{2}x-\frac{3}{2}$

e) $-\frac{1}{4}x^3+\frac{3}{8}x^2+\frac{1}{18}x^2-\frac{1}{12}x+\frac{2}{3}x-1=-\frac{1}{4}x^3+\frac{31}{72}x^2+\frac{7}{12}x-1$

f) $\frac{2}{9}x^4-x^2+\frac{1}{27}x^3-\frac{1}{6}x=\frac{2}{9}x^4+\frac{1}{27}x^3-x^2-\frac{1}{6}x$

65. **Actividad resuelta.**

66. **Realiza las siguientes divisiones.**

a) $(6x^4-9x^3-12x^2+6x):(-3x)$

b) $(4x^6+20x^4-16x^2+24):4$

c) $(13x^7+2x^6-19x^5):(-x^3)$

d) $(24x^8-12x^7+48x^6+54x^5+6x^4):(6x^4)$

e) $\left(x^4+6x^3-7x^2\right):\left(\frac{-2}{5}\right)$

f) $\left(\frac{2}{3}x^4+\frac{3}{4}x^3-2x^2\right):\left(\frac{4}{3}x\right)$

a) $-2x^3+3x^2+4x-2$

b) $x^6+5x^4-4x^2+6$

c) $-13x^4-2x^3+19x^2$

d) $4x^4-2x^3+8x^2+9x+1$

e) $\frac{-5}{2}x^4-15x^3+\frac{35}{2}x^2$

f) $\frac{1}{2}x^3+\frac{9}{16}x^2-\frac{3}{2}x$

67. **Dados los polinomios $P(x) = x^2 - 4x + 9$, $Q(x) = -x^2 + x - 7$, $R(x) = 3x^2 - 6$, realiza las siguientes operaciones.**

a) $4 \cdot P(x)$

b) $-2 \cdot Q(x)$

c) $4P(x) - 2Q(x)$

d) $3Q(x) + 2P(x) - 3R(x)$

e) $\frac{1}{2}P(x) - \frac{1}{4}Q(x)$

f) $P(x) + Q(x) \cdot R(x)$

a) $4 \cdot (x^2 - 4x + 9) = 4x^2 - 16x + 36$

b) $-2 \cdot (-x^2 + x - 7) = 2x^2 - 2x + 14$

c) $(4x^2 - 16x + 36) + (2x^2 - 2x + 14) = 6x^2 - 18x + 50$

d) $3(-x^2 + x - 7) + 2(x^2 - 4x + 9) - 3(3x^2 - 6) = -3x^2 + 3x - 21 + 2x^2 - 8x + 18 - 9x^2 + 18 = -10x^2 - 5x + 15$

e) $\frac{1}{2}(x^2 - 4x + 9) - \frac{1}{4}(-x^2 + x - 7) = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right)x^2 + \left(\frac{-4}{2} - \frac{1}{4}\right)x + \left(\frac{9}{2} + \frac{7}{4}\right) = \frac{3}{4}x^2 - \frac{9}{4}x + \frac{25}{4}$

f) $x^2 - 4x + 9 + (-x^2 + x - 7) \cdot (3x^2 - 6) = x^2 - 4x + 9 - 3x^4 + 6x^2 + 3x^3 - 6x - 21x^2 + 42 = -3x^4 + 3x^3 - 14x^2 - 10x + 51$

68. **Saca factor común en las siguientes expresiones.**

a) $25x^3 - 50x^2 + 100x - 200$

b) $35x^4 - 7x^3 + 15x^2 + 14x$

c) $16x^7 - 8x^6 + 24x^5 + 36x^3 - 88x$

d) $-6a^3b^5 + 21a^7b^2 + 48a^8b^2 - 33ab^5$

e) $60a^3b^5c^9 - 55a^4b^9c^3 + 45a^7b^7c^7 + 5a^2b$

a) $25x^3 - 50x^2 + 100x - 200 = 25(x^3 - 2x^2 + 4x - 8)$

b) $35x^4 - 7x^3 + 15x^2 + 14x = x(35x^3 - 7x^2 + 15x + 14)$

c) $16x^7 - 8x^6 + 24x^5 + 36x^3 - 88x = 4x(4x^6 - 2x^5 + 6x^4 + 9x^2 - 22)$

d) $-6a^3b^5 + 21a^7b^2 + 48a^8b^2 - 33ab^5 = 3ab^2(-2a^2b^3 + 7a^6 + 16a^7 - 11b^3)$

e) $60a^3b^5c^9 - 55a^4b^9c^3 + 45a^7b^7c^7 + 5a^2b = 5a^2b(12ab^4c^9 - 11a^2b^8c^3 + 9a^5b^6c^7 + 1)$

69. **Desarrolla las siguientes expresiones utilizando las identidades notables.**

a) $(5x^2 - 4)^2$

b) $(6x^7 + x^2)(6x^7 - x^2)$

c) $(10x^{10} + 5)(10x^{10} - 5)$

d) $(10x^{10} + 5)^2$

e) $\left(\frac{2}{3}x^2 - 5\right)^2$

f) $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}x\right)^2$

a) $25x^4 - 40x^2 + 16$

b) $36x^{14} - x^4$

c) $100x^{20} - 25$

d) $100x^{20} + 100x^{10} + 25$

e) $\frac{4}{9}x^4 - \frac{20}{3}x^2 + 25$

f) $\frac{1}{4} + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x^2$

70. **Utiliza las identidades notables para desarrollar las siguientes expresiones.**

a) $(3a^2-7b)^2$

b) $(3a^4b-ab^2)(3a^4b+ab^2)$

c) $(8a^2b^3+4a^6b^3)^2$

d) $\left(\frac{3}{5}x^2y-5yz^2\right)^2$

a) $9a^4-42a^2b+49b^2$

b) $9a^8b^2-a^2b^4$

c) $64a^4b^6+64a^8b^6+16a^{12}b^6$

d) $\frac{9}{25}x^4y^2-6x^2y^2z^2+25y^2z^4$

71. **Simplifica las siguientes expresiones utilizando las identidades notables y operando.**

a) $(3x^2+4)^2-(4x^2+3)^2$

b) $(3x^4-5x)^2-(5x-3x^4)^2$

c) $(x+1)^2+(x+1)(x-1)-2(x-1)^2$

d) $x(4x-6)-(2x+3)^2-9$

a) $9x^4+24x^2+16-\left(16x^4+24x^2+9\right)=-7x^4+7$

b) $9x^8-30x^5+25x^2-\left(25x^2-30x^5+9x^8\right)=0$

c) $x^2+2x+1+x^2-1-2\left(x^2-2x+1\right)=6x-2$

d) $4x^2-6x-\left(4x^2+12x+9\right)-9=-18x-18$

72. **Actividad resuelta.**

73. **Escribe en forma de potencia los siguientes polinomios utilizando las identidades notables.**

a) $16x^2+8x+1$

b) $36x^8-49x^4$

c) $100a^6+9a^4-60a^5$

d) $49x^8-81x^2$

e) $9x^6+9x^4+18x^5$

f) $\frac{1}{4}x^2-\frac{16}{25}$

g) $4x^2-4xy+y^2$

h) $16a^7b^5+16a^{14}$

a) $16x^2+8x+1=\left(4x+1\right)^2$

b) $36x^8-49x^4=\left(6x^4+7x^2\right)\left(6x^4-7x^2\right)$

c) $100a^6+9a^4-60a^5=\left(10a^3-3a^2\right)^2$

d) $49x^8-81x^2=\left(7x^4+9x\right)\left(7x^4-9x\right)$

e) $9x^6+9x^4+18x^5=\left(3x^3+3x^2\right)^2$

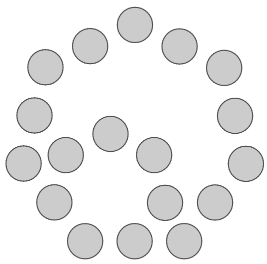
f) $\frac{1}{4}x^2-\frac{16}{25}=\left(\frac{1}{2}x+\frac{4}{5}\right)\left(\frac{1}{2}x-\frac{4}{5}\right)$

g) $4x^2-4xy+y^2=\left(2x-y\right)^2$

h) $16a^7b^5+16a^{14}$. No es una identidad notable.

74. **El número 18 es un número poligonal, pero no es triangular, cuadrado ni pentagonal. ¿De qué tipo es? Represéntalo en tu cuaderno.**

Es heptagonal.



75. Suma dos números triangulares consecutivos y contesta las siguientes cuestiones.

a) ¿El resultado es un número triangular?

b) ¿Es un número poligonal?

c) ¿Qué ocurre si sumas dos números cuadrados? ¿Y dos números pentagonales?

a) Sumamos $P(3,2)=3$ y $P(3,3)=6$.

$P(3,3)+P(3,3)=6+3=9$. No es un número triangular.

b) Sí, es un número poligonal cuadrado. $P(4,3)=9$. Se observa:

$P(3,\mathrm{n})+P(3,n+1)=(n+\frac{n\cdot(n-1)}{2})+(n+1+\frac{(n+1)\cdot n}{2})=2n+1+\frac{n^2-n+n^2+n}{2}=n^2+2n+1=(n+1)^2=P(4,n+1)$ con $n\in\mathbb{N}$.

c) Sumamos $P(4,2)=4$ y $P(4,3)=9$.

$P(4,3)+P(4,2)=9+4=13$. No es un número cuadrado pero sí es un número poligonal $P(13,2)=13$.

Sumamos $P(5,3)=12$ y $P(5,2)=5$.

$P(5,3)+P(5,2)=12+5=17$. No es un número pentagonal pero sí es número poligonal $P(17,2)=17$.

76. El número triangular de lado 5 es $1+2+3+4+5=15$. Halla el número triangular de lado 15.

$1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12+13+14+15=120$

77. Encuentra todos los números menores que 30 que se pueden hallar sumando tres números triangulares distintos.

Los primeros números triangulares son:

$P(3,1)=1$	$P(3,3)=6$	$P(3,5)=15$	$P(3,7)=28$
$P(3,2)=3$	$P(3,4)=10$	$P(3,6)=21$	

Las sumas de tres distintos son:

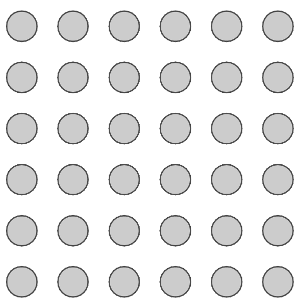
$1+3+6=10$	$1+3+15=19$	$3+6+15=24$	$1+6+21=28$
$1+3+10=14$	$3+6+10=19$	$1+3+21=25$	$3+10+15=28$
$1+6+10=17$	$1+6+15=22$	$1+10+15=26$	

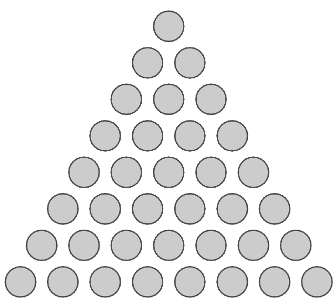
78. Algunos números se pueden escribir como números poligonales de dos formas distintas. Por ejemplo, el 36 es un número cuadrado triangular.

a) Represéntalo de las dos formas.

b) Encuentra otro número cuadrado triangular.

a)





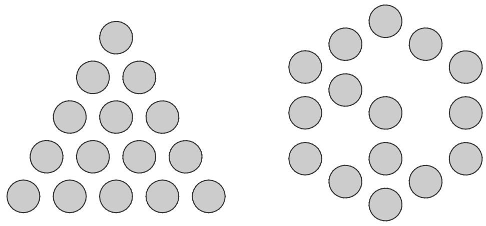
b) Otro número cuadrado triangular es el $P(3,49)=P(4,35)=1225$.

79. Calcula los 5 primeros números octogonales. ¿Cuál es el número octogonal de lado 20?

$P(8,1)=1$ $P(8,2)=8$ $P(8,3)=21$ $P(8,4)=40$ $P(8,5)=65$

El de lado 20 será $P(8,20)=20+\frac{20\cdot 19\cdot 6}{2}=1160$.

80. Hay muchos números que son triangulares y hexagonales al mismo tiempo, como se ve en el ejemplo:



Encuentra al menos dos de ellos y represéntalos en tu cuaderno. Para ello, empieza representando los primeros números hexagonales.

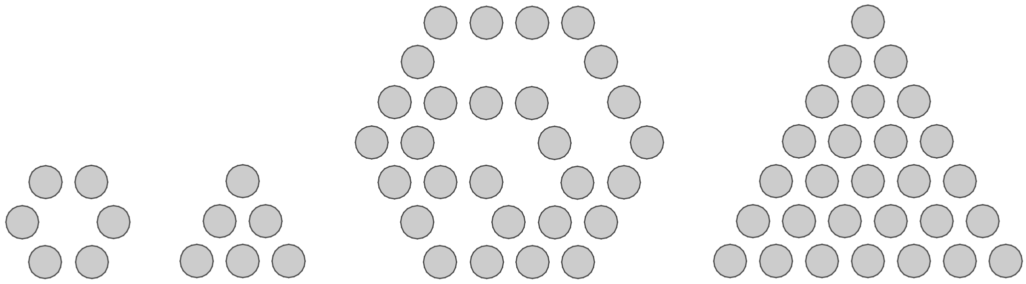
Los primeros números hexagonales son:

$P(6,1)=1$ $P(6,2)=6$ $P(6,3)=15$ $P(6,4)=28$

Los primeros números triangulares son:

$P(3,1)=1$ $P(3,3)=6$ $P(3,5)=15$ $P(3,7)=28$

Como el 15 aparece en el ejemplo, representamos 6 y 28**.**



81. Un número triangular se obtiene utilizando la siguiente fórmula:

$$\boldsymbol{A(n)=\frac{n(n+1)}{2}}$$

Donde *n* es la longitud del lado de un triángulo equilátero, y *A* el número triangular que se obtiene a partir de él.

a) Calcula los números triangulares para valores de *n* menores que 10.

b) Calcula el número triangular de *n* = 50.

c) ¿Es 5000 el número triangular de longitud de lado igual a 100?

a) $A(1)=\frac{1\cdot 2}{2}=1$ $A(4)=\frac{4\cdot 5}{2}=10$ $A(7)=\frac{7\cdot 8}{2}=28$

$A(2)=\frac{2\cdot 3}{2}=3$ $A(5)=\frac{5\cdot 6}{2}=15$ $A(8)=\frac{8\cdot 9}{2}=36$

$A(3)=\frac{3\cdot 4}{2}=6$ $A(6)=\frac{6\cdot 7}{2}=21$ $A(9)=\frac{9\cdot 10}{2}=45$

b) $A(50)=\frac{50\cdot 51}{2}=1275$

c) $A(100)=\frac{100\cdot 101}{2}=5050$. 5 000 no es el número triangular de lado igual a 100.

82. Los números poligonales se pueden obtener a partir de varias fórmulas.

$$P(d,n) = n + \frac{n(n-1)(d-2)}{2}$$

a) Utiliza la expresión algebraica para calcular los seis primeros números triangulares.

b) Utiliza la fórmula para calcular el número hexagonal de lado 12.

c) ¿Cuál es el número dodecagonal de lado 15?

d) ¿Cómo se puede obtener la fórmula de los números triangulares a partir de la fórmula de los poligonales?

a) $P(3,1) = 1 + \frac{1\cdot 0}{2} = 1$ $\quad P(3,3) = 3 + \frac{3\cdot 2}{2} = 6$ $\quad P(3,5) = 5 + \frac{5\cdot 4}{2} = 15$

$P(3,2) = 2 + \frac{2\cdot 1}{2} = 3$ $\quad P(3,4) = 4 + \frac{4\cdot 3}{2} = 10$ $\quad P(3,6) = 6 + \frac{6\cdot 5}{2} = 21$

b) $P(6,12) = 12 + \frac{12(12-1)(6-2)}{2} = 12 + \frac{12\cdot 11\cdot 4}{2} = 276$

c) $P(12,15) = 15 + \frac{15(15-1)(12-2)}{2} = 15 + \frac{15\cdot 14\cdot 10}{2} = 1065$

d) $P(3,n) = n + \frac{n(n-1)(3-2)}{2} = n + \frac{n(n-1)}{2} = \frac{2n + n(n-1)}{2} = \frac{2n + n^2 - n}{2} = \frac{n^2 + n}{2} = \frac{n(n+1)}{2}$

83. El portal de la casa de Sandra es un número que se puede escribir como suma de dos números poligonales. Los dos números se representan como polígonos distintos, pero ambos tienen dos fichas por lado.

Calcula todos los valores menores que 30 que puede tener el portal de Sandra.

Calculamos los números poligonales de lado 2 menores que 30.

$$P(d,2) = 2 + \frac{2(2-1)(d-2)}{2} = d$$

Por tanto, el problema se transforma en calcular las maneras de sumar menos de 30 usando dos números distintos mayores o iguales que 3.

El portal de Sandra será, como mínimo, $7(3+4)$ y como máximo, 29 ($3+26$, por ejemplo).

Hay 23 posibilidades, todos los números entre 7 y 29.

84. ¿Es posible que la suma de dos polinomios de grado 3 sea un polinomio de grado 1? En caso afirmativo, pon un ejemplo.

Sí, por ejemplo, sumando $x^3 + x$ y $-x^3 + 1$.

$$(x^3 + x) + (-x^3 + 1) = x + 1$$

85. ¿Es posible que la resta de dos polinomios de grado 4 siga siendo de grado 4? ¿Y de grado 3? Pon un ejemplo de cada uno.

Sí, por ejemplo:

$$(2x^4 + 3x) - (x^4 + x^2) = x^4 - x^2 + 3x$$

$$(2x^4 + 3x) - (2x^4 - x^3) = x^3 + 3x$$

86. Justifica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

a) El grado de un producto de monomios es el producto de sus grados.

b) Al multiplicar dos polinomios de grado 3 se obtiene un polinomio de grado 6.

c) Para cualquier polinomio $P(x)$, el valor de $P(0)$ es igual al término independiente.

d) Dos polinomios distintos no pueden tener los mismos coeficientes.

a) Falso, es la suma de sus grados. Por ejemplo, $x^2 \cdot x^5 = x^7$.

b) Verdadero, el grado del producto es la suma de los grados de los factores.

c) Verdadero, ya que todos los términos en los que aparece *x* se anulan.

d) Falso, por ejemplo, $2x + 3$ y $3x + 2$ tienen los mismos coeficientes, en distinto orden.

87. Actividad resuelta.

88. Utiliza la fórmula del ejercicio anterior para hallar una fórmula para calcular $(a - b + c)^2$. Ten en cuenta que $(a + b + c)^2 = [a + (-b) + c]^2$.

$$(a - b + c)^2 = [a + (-b) + c]^2 = a^2 + (-b)^2 + c^2 + 2a(-b) + 2ac + 2(-b)c = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab + 2ac - 2bc$$

89. Deduce la fórmula del cubo de un binomio, $(a + b)^3$ ayudándote de $(a + b)^2(a + b)$.

a) A partir de la fórmula obtenida en el apartado anterior, halla $(a - b)^3$ aplicando que $(a + b)^3 = [a + (-b)]^3$.

b) ¿Si calculas la potencia $(a - b)^3 = (a - b)^2(a - b)$ usando las identidades notables, obtienes el mismo resultado que en el apartado anterior?

a) $(a + b)^3 = (a + b)^2(a + b) = (a^2 + 2ab + b^2)(a + b) = a^3 + a^2b + 2a^2b + 2ab^2 + b^2a + b^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$(a - b)^3 = a^3 + a^2(-b) + 2a^2(-b) + 2a(-b)^2 + (-b)^2 a + (-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

b) $(a - b)^3 = (a - b)^2(a - b) = (a^2 - 2ab + b^2)(a - b) = a^3 - a^2b - 2a^2b + 2ab^2 + b^2a - b^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$.

Se obtiene la misma fórmula.

90. El matemático Carl F. Gauss demostró que cualquier número puede escribirse como suma de tres o menos números triangulares, que pueden repetirse. Por ejemplo, $8 = 1 + 1 + 6$.

Escribe utilizando el método empleado por Gauss los números 12, 17 y 27.

$12 = 3 + 3 + 6$ $17 = 10 + 6 + 1$ $27 = 15 + 6 + 6$

91. Cualquier número natural puede expresarse como suma de cuatro números al cuadrado o menos. Por ejemplo, 12 es igual a $9 + 1 + 1 + 1$, o también se puede hallar como $4 + 4 + 4$. Escribe los números 43, 87, 99 y 220 de esa forma.

$43 = 25 + 9 + 9$ $87 = 81 + 4 + 1 + 1$ $99 = 81 + 9 + 9$ $220 = 196 + 16 + 4 + 4$

92. Las identidades notables se pueden utilizar para realizar de forma sencilla algunas operaciones.

$99^2 = (100 - 1)^2 = 100^2 + 1^2 - 2 \cdot 100 \cdot 1 = 10000 + 1 - 200 = 9801$

$38 \cdot 42 = (40 - 2) \cdot (40 + 2) = 40^2 - 2^2 = 1600 - 4 = 1596$

Utiliza las identidades notables para realizar de esa forma las siguientes operaciones, y comprueba los resultados.

a) 49^2 **c)** $12 \cdot 28$ **e)** 81^2

b) $97 \cdot 103$ **d)** $24 \cdot 26$ **f)** 52^2

a) $49^2 = (50 - 1)^2 = 2500 + 1 - 100 = 2401$

b) $97 \cdot 103 = (100 - 3)(100 + 3) = 100^2 - 3^2 = 10\,000 - 9 = 9991$

c) $12 \cdot 28 = (20 - 8)(20 + 8) = 400 - 64 = 336$

d) $24 \cdot 26 = (25 - 1)(25 + 1) = 25^2 - 1^2 = 625 - 1 = 624$

e) $81^2 = (80 + 1)^2 = 6400 + 1 + 160 = 6561$

f) $52^2 = (50 + 2)^2 = 2500 + 4 + 200 = 2704$

93. En los casos siguientes, halla el valor o valores que hay que asignar a las letras para que el valor numérico de la expresión algebraica sea cero.

a) $x - y$ **b)** $a^2 - 1$ **c)** $x - 2x$ **d)** $t^3 + 27$

a) $x - y = 0 \Rightarrow x = y$

b) $a^2 - 1 = 0 \Rightarrow a^2 = 1 \Rightarrow a = \pm 1$

c) $x - 2x = -x = 0 \Rightarrow x = 0$

d) $t^3 + 27 = 0 \Rightarrow t^3 = -27 \Rightarrow t = -3$

94. El espacio recorrido por un móvil en función del tiempo se obtiene mediante la siguiente expresión algebraica: $S(t) = 4t + \frac{1}{5}t^2$, donde *t* se mide en segundos y *S* se mide en metros.

a) ¿Qué tipo de expresión es?

b) Calcula la distancia recorrida a los 5, 10, 15 y 30 segundos.

a) Es un polinomio de segundo grado.

b) $S(5) = 4 \cdot 5 + \frac{1}{5} 5^2 = 20 + 5 = 25\,\text{m}$

$S(10) = 4 \cdot 10 + \frac{1}{5} 10^2 = 40 + 20 = 60\,\text{m}$

$S(15) = 4 \cdot 15 + \frac{1}{5} 15^2 = 60 + 45 = 105\,\text{m}$

$S(30) = 4 \cdot 30 + \frac{1}{5} 30^2 = 120 + 180 = 300\,\text{m}$

95. Un pintor contrata un futuro trabajo del siguiente modo: 50 € al iniciar el trabajo y 0,85 € por metro cuadrado pintado.

a) Expresa mediante una fórmula el coste del trabajo en función del número de metros cuadrados pintados.

b) Calcula, aplicando la fórmula, cuánto costaría pintar 300 m^2 de pared.

c) Si otro pintor cobra solo 0,87 € por metro cuadrado, ¿sería más económico?

a) Si pinta *x* metros cuadrados, $c(x) = 50 + 0{,}85x$.

b) $c(300) = 50 + 0{,}85 \cdot 300 = 50 + 255 = 305\,€$

c) $c'(300) = 0{,}87 \cdot 300 = 261€$ .Sí, sería más económico.

96. Un coche consume 6,5 L de gasolina por cada 100 km recorridos.

a) ¿Cuánto consume por cada kilómetro recorrido?

b) Calcula el consumo si recorre 20 km, 50 km y 200 km.

c) Escribe una expresión algebraica que permita hallar el consumo de gasolina según los kilómetros recorridos *x*.

a) $6{,}5 : 100 = 0{,}065$ L

b) $20 \cdot 0{,}065 = 1{,}3$ L $\quad 50 \cdot 0{,}065 = 3{,}25$ L $\quad 200 \cdot 0{,}0625 = 13$ L

c) $c(x) = 0{,}065x$

97. Oiana tiene cuatro veces la de edad de su sobrina Lucía, que es 6 años mayor que su hermano León. Expresa de forma algebraica las edades de cada uno, en función de una sola variable *x*.

León $\Rightarrow x$ $\quad$ Lucía $\Rightarrow x+6$ $\quad$ Oiana $\Rightarrow 4(x+6)$

98. La piscina donde nada todos los días la abuela de Borja mide 50 m de largo y 25 m de ancho.

a) Halla la expresión que permite calcular el volumen de la piscina a partir de su profundidad *p*.

b) Halla el volumen de la piscina si tiene 2 m de profundidad.

c) Halla el volumen si la piscina solo tiene 1,5 m de profundidad.

a) $V(p) = 50 \cdot 25 \cdot p = 1250p$

b) $V(2) = 1250 \cdot 2 = 2500\ m^3$

c) $V(1{,}5) = 1250 \cdot 1{,}5 = 1875\ m^3$

99. El 25 % de la recaudación de un concierto benéfico se ha donado a una ONG que se encarga de construir escuelas en países que lo necesitan.

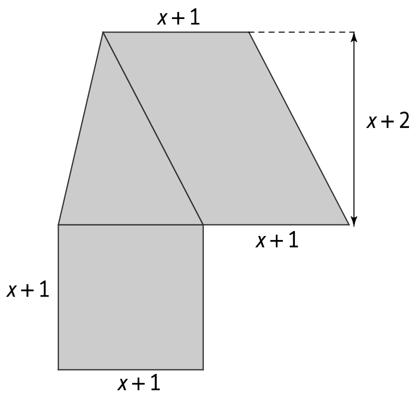
a) Escribe una expresión algebraica que permita calcular la cantidad donada dependiendo de la recaudación *x*. ¿Qué tipo de expresión algebraica has obtenido?

b) Utiliza la expresión obtenida para calcular la cantidad de dinero donada si se recaudaron 38 000 €.

a) $d(x) = \dfrac{25}{100}x = \dfrac{x}{4}$. Es un monomio.

b) $d(38\,000) = \dfrac{38\,000}{4} = 9500$ €

100. La siguiente figura se puede descomponer en polígonos más sencillos.



a) Expresa el área de cada uno de los polígonos en función del valor *x*.

b) ¿Cuál es la expresión algebraica que expresa el área total de la figura? Opera la expresión hasta obtener un polinomio de segundo grado.

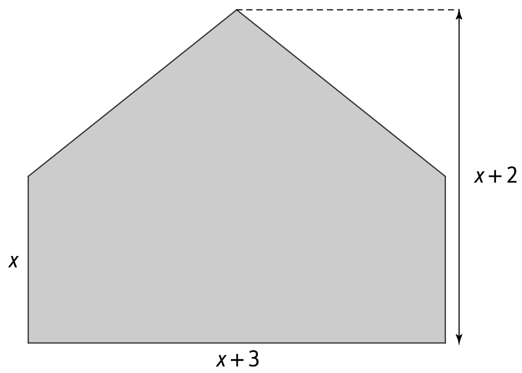
c) Calcula el área para *x* = 3 m.

a) Triángulo: $\dfrac{(x+1)(x+2)}{2}$ Cuadrado: $(x+1)^2$ Romboide: $(x+1)(x+2)$

b) $A(x) = \dfrac{(x+1)(x+2)}{2} + (x+1)^2 + (x+1)(x+2) = \dfrac{x^2+2x+x+2}{2} + x^2+2x+1+x^2+2x+x+2 = \dfrac{5x^2+13x+8}{2}$

c) $A(3) = \dfrac{5 \cdot 3^2 + 13 \cdot 3 + 8}{2} = 46\ \text{m}^2$

101. **El área de la siguiente figura se puede calcular de varias formas en función de *x*.**



a) Expresa el área como suma del área de un rectángulo más el área de un triángulo.

b) Expresa el área como diferencia del área de un rectángulo menos el área de dos triángulos.

c) Expresa el área como suma del área de dos trapecios.

d) Calcula el área para $x = 5$

e) ¿Cuál puede ser el valor de *x* si el área vale 15? ¿Cómo lo has calculado? Compara tu respuesta con un compañero.

a) $A(x) = x(x+3) + \dfrac{(x+3)\cdot 2}{2} = x^2 + 4x + 3$

b) $A(x) = (x+3)(x+2) - 2\cdot\dfrac{\frac{x+3}{2}\cdot 2}{2} = x^2 + 4x + 3$

c) $A(x) = 2\cdot\dfrac{(x+x+2)\frac{x+3}{2}}{2} = x^2 + 4x + 3$

d) $A(5) = 5^2 + 4\cdot 5 + 3 = 48$

e) Si $x^2 + 4x + 3 = 15 \Rightarrow x^2 + 4x - 12 = 0$, que solo se cumple para $x = 2$ o para $x = -6$. Como el lado debe ser un número positivo, $x = 2$.

102. **Utiliza las identidades notables y el factor común para efectuar las siguientes operaciones.**

a) $(-3x^2-4)^2$

b) $(-5x+6)^2$

c) $(2x+5)(-2x+5)$

d) $(-2x-5)(-2x+5)$

a) $(-3x^2-4)^2 = \left[(-1)(3x^2+4)\right]^2 = (-1)^2(3x^2+4)^2 = (3x^2+4)^2 = 9x^4 + 24x^2 + 16$

b) $(-5x+6)^2 = \left[(-1)(5x-6)\right]^2 = (5x-6)^2 = 25x^2 - 60x + 36$

c) $(2x+5)(-2x+5) = (2x+5)(-1)(2x-5) = -((2x+5)(2x-5)) = -(4x^2-25) = -4x^2 + 25$

d) $(-2x-5)(-2x+5) = (-1)(2x+5)(-1)(2x-5) = (2x+5)(2x-5) = 4x^2 - 25$

103. **Si $a+1 = b+2 = c+3 = d+4 = a+b+c+d+5$, ¿Cuál es el valor de $a+b+c+d$?**

A. -5 **B.** $\dfrac{-10}{3}$ **C.** $-\dfrac{7}{3}$ **D.** $\dfrac{5}{3}$

Sumando las expresiones $(a+1)+(b+2)+(c+3)+(d+4)$ obtenemos:

$a+1+b+2+c+3+d+4 = a+b+c+d+10$.

Por otro lado, como cada sumando es igual a $a+b+c+d+5$, obtenemos:

$$4\,(a+b+c+d+5) = (a+b+c+d+10) \Rightarrow 4\,(a+b+c+d)+20 = (a+b+c+d)+10 \Rightarrow a+b+c+d = \frac{-10}{3}$$

La respuesta correcta es B. $\dfrac{-10}{3}$.

104. **La edad de *Luis*, *T* años, es la suma de las edades de sus tres hijos. Hace *N* años, la edad de Luis era el doble de la suma de las edades de sus hijos en el aquel momento. ¿Cuál es el valor de T/N?**

A. 5 **B.** 4 **C.** 3 **D.** 2

Hace *N* años, las edades de sus hijos sumaban $T-3N$, y Luis tenía $T-N$.

Como $T-N=2(T-3N)=2T-6N\Rightarrow T=5N\Rightarrow\frac{T}{N}=5$.

La respuesta correcta es A. 5.

105. **Las letras *x* e *y* representan números y resulta que $8xy-12y+2x-3$ es siempre 0, valga lo que valga el número representado por *y*. ¿Qué número tiene que ser *x*?**

A. $\frac{-1}{4}$ **B.** 3 **C.** $\frac{3}{2}$ **D.** $\frac{2}{3}$

Si $y=0$, entonces $8xy-12y+2x-3=2x-3$. Como esta expresión debe ser 0, entonces $2x-3=0\Rightarrow x=\frac{3}{2}$.

Y si $x=\frac{3}{2}$, entonces $8xy-12y+2x-3=12y-12y+3-3=12y-12y=0$ para cualquier valor de *y.*

La respuesta correcta es C. $\frac{3}{2}$.

106. **El cuadrado que observas es mágico; es decir, la suma de cada fila, columna y diagonal es la misma, y está formado por los nueve primeros números positivos, uno por casilla.**

a + b	***a – b + c***	***a – c***
a – b – c	***a***	***a + b + c***
a + c	***a + b – c***	***a – b***

El producto $a\cdot b\cdot c$ es:

A. 21 **B.** 30 **C.** 15 **D.** 35

Como $1+2+3+4+5+6+7+8+9=45$ y la suma de cada fila, columna y diagonal es la misma, resulta $45:3=15$.

Sumando una de las diagonales, obtenemos: $(a+b)+a+(a-b)=15\Rightarrow 3a=15\Rightarrow a=5$.

Si *a*, *b*, *c* son números positivos, el mayor valor de su suma es $a+b+c=9\Rightarrow 5+b+c=9\Rightarrow b+c=4$.

Como *b* y *c* son dos números distintos $\Rightarrow b=1$ y $c=3$. De manera que $a\cdot b\cdot c=5\cdot 3\cdot 1=15$.

La respuesta correcta es C. 15.

107. **En cada una de estas operaciones se ha cometido al menos un error. ¿Sabrías decir cuáles? Corrígelas en tu cuaderno.**

a) $(3x^2+6x^5)^2=6x^4+36x^{10}+36x^7$

b) $(8+6)^2=64+36$

c) $(5x^3+7x^9)(5x^3-7x^9)=49x^{18}-25x^6$

d) $30x^9-6x^8+12x^7+3x^6=3x^6(10x^3-2x^2+4x)$

e) $(3x+6)^2=3(x+2)^2=3(x^2+4x+4)$

a) $(3x^2+6x^5)^2=9x^4+36x^{10}+36x^7$

b) $(8+6)^2=64+36+2\cdot 8\cdot 6$

c) $(5x^3+7x^9)(5x^3-7x^9)=25x^6-49x^{18}$

d) $30x^9-6x^8+12x^7+3x^6=3x^6(10x^3-2x^2+4x+1)$

e) $(3x+6)^2=3^2(x+2)^2=9(x^2+4x+4)$

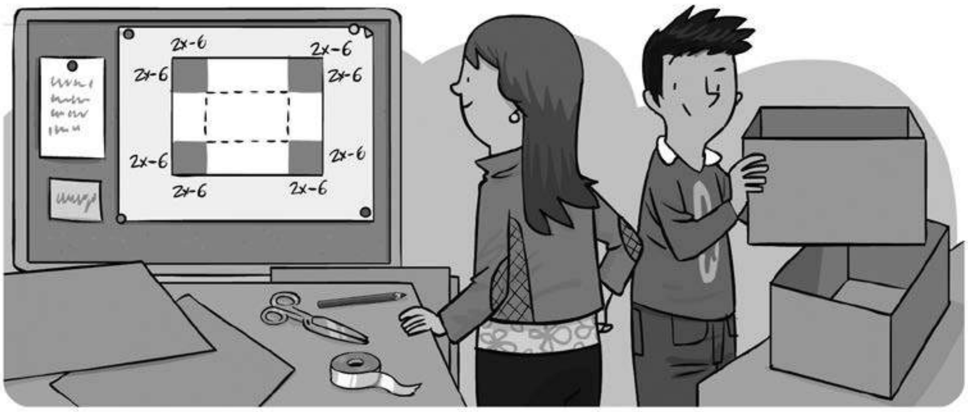
PONTE A PRUEBA

El examen

Actividad resuelta.

La caja

Para hacer una caja, Hugo y María recortan de una cartulina cuatro cuadrados de igual tamaño, uno de cada esquina.



El cuadrado que se recorta en cada esquina tiene el lado que aparece en la figura. La cartulina mide 18 cm por 14 cm.

1. **¿Cuánto tiene que valer *x* como mínimo?**
2. **Expresa la longitud de cada lado de la caja en función de *x*. ¿Cuánto puede valer *x* como máximo?**
3. **¿Cuánta superficie de cartón se utiliza para construir la caja si *x* es igual a 8?**
4. **Una vez recortados los cuadrados, se dobla la caja por las líneas discontinuas y se pega, formando la caja. Expresa su volumen en función de *x*.**
5. **Para *x* = 5, calcula el volumen de la caja.**

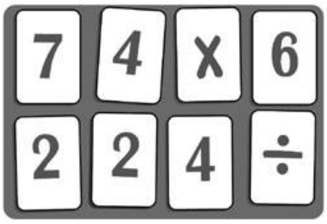
1. Como el cuadrado que se recorta debe tener un lado positivo, por tanto, $2x-6>0 \Rightarrow x>3\,\text{cm}$.
2. Los lados miden $18-2(2x-6)=30-4x$ y $14-2(2x-6)=26-4x$. Se debe cumplir que ambas medidas sean positivas, por tanto: $30-4x>0$ y $26-4x>0 \Rightarrow x<\frac{26}{4}$. Por lo que *x* debe ser menor que $\frac{26}{4}=6{,}5$ cm .
3. Si $x=8$ no se puede construir la caja, ya que habría que quitar $2\cdot(2\cdot 8-6)=20$ cm de cada lado y la cartulina mide 18 × 14 cm.
4. $V(x)=(30-4x)(26-4x)(2x-6)$
5. $V(5)=(30-4\cdot 5)(26-4\cdot 5)\cdot(2\cdot 5-6)=10\cdot 6\cdot 4=240\ \text{cm}^3$

El **concurso**

En un concurso de televisión, hay que elegir entre tres cartas tapadas.

- **Si al destaparlas aparece un número, el concursante suma esa cantidad en cientos de puntos a su marcador.**
- **Si aparece un signo por, multiplica los puntos que tiene por 2.**
- **Si aparece un signo de división, la cantidad de puntos se divide entre 4.**
- **Si aparece un bufón, lo pierde todo.**

Jaime está jugando en el concurso y ha sacado las siguientes cartas.



1. Escribe la expresión algebraica que permite conocer los puntos que consiguió si tenía en el marcador una cantidad *P*.

2. Si empezó con 200 puntos, ¿cuántos obtuvo al final?

3. Jaime se queja, y el presentador le dice: “Si esas mismas cartas hubieran salido en otro orden, habrías obtenido menos puntos”. Él responde: “Y en otro orden, hubiera ganado mucho más”. ¿Cuántos podría haberse llevado como mínimo y como máximo? Escribe las expresiones correspondientes.

1. $T(p) = \left[(p + 700 + 400)\cdot 2 + 600 + 200 + 200 + 400\right] : 4 = \left[(p + 1100)\cdot 2 + 1400\right] : 4 = \dfrac{p + 1800}{2}$

2. $T(200) = \dfrac{200 + 1800}{2} = 1000$

3. El máximo se obtiene si la primera carta es la división y la última es la multiplicación:

$$\left(\frac{200}{4} + 700 + 400 + 600 + 200 + 200 + 400\right)\cdot 2 = 2550\cdot 2 = 5100 \ .$$

El mínimo se obtiene si la primera carta es la multiplicación y la última la división:

$$(200\cdot 2 + 700 + 400 + 600 + 200 + 200 + 400) : 4 = 2900 : 4 = 725$$

AUTOEVALUACIÓN

1. Cuatro personas se suben en un ascensor. Expresa en lenguaje algebraico la suma de sus pesos, sabiendo que la primera pesa 10 kg más que la segunda, la segunda pesa 5 kg más que la tercera y las dos últimas pesan lo mismo.

Si x es el peso de las dos últimas personas (la tercera y cuarta persona), la suma es $(x+5+10)+(x+5)+x+x=4x+20$

2. Indica el término principal, el coeficiente principal, el grado y término independiente de los siguientes polinomios:

a) $-6x^2-6x+6$

b) $\frac{5}{3}x^4y^9z$

c) $5x^2-4x^5+87x-1$

d) $-5a^6b^2+3a^8b-5$

	Polinomio	Término principal	Coeficiente principal	Grado	Término independiente
a)	$-6x^2-6x+6$	$-6x^2$	−6	2	6
b)	$\frac{5}{3}x^4y^9z$	$\frac{5}{3}x^4y^9z$	$\frac{5}{3}$	14	0
c)	$5x^2-4x^5+87x-1$	$-4x^5$	−4	5	−1
d)	$-5a^6b^2+3a^8b-5$	$3a^8b$	3	9	−5

3. Realiza las siguientes operaciones con monomios y simplifica cuando sea posible.

a) $5x^7-8x^7-13x^7-(-6x^7)$

b) $6a^2b\cdot(-5a^3b^5)\cdot 2a^8$

c) $(-16a^6b^4c^2):(2a^3c^2)$

d) $(-10x^6y^8)^3$

a) $[5-8-13-(-6)]x^7=-10x^7$

b) $-60a^{13}b^6$

c) $-8a^3b^4$

d) $-1000x^{18}y^{24}$

4. Dados los siguientes polinomios $P(x)=11x^2-15x-5$, $Q(x)=-x^3+11x^2+6x$, calcula:

a) $P(x)+Q(x)$

b) $P(x)-Q(x)$

c) $5P(x)-2Q(x)$

d) $P(x)\cdot Q(x)$

a) $(11x^2-15x-5)+(-x^3+11x^2+6x)=-x^3+22x^2-9x-5$

b) $(11x^2-15x-5)-(-x^3+11x^2+6x)=x^3-21x-5$

c) $5(11x^2-15x-5)-2(-x^3+11x^2+6x)=55x^2-75x-25+2x^3-22x^2-12x=2x^3+33x^2-87x-25$

d) $(11x^2-15x-5)(-x^3+11x^2+6x)=-11x^5+121x^4+66x^3+15x^4-165x^3-90x^2+5x^3-55x^2-30x=$
$=-11x^5+136x^4-94x^3-145x^2-30x$

5. Utiliza las identidades notables para desarrollar los siguientes productos.

a) $(3x^{10}-5x^7)^2$

b) $(8x^4+6)^2$

c) $(7x^6+4x^4)(7x^6-4x^4)$

d) $\left(\frac{3}{5}x-\frac{1}{2}\right)^2$

a) $(3x^{10}-5x^7)^2=9x^{20}-30x^{17}+25x^{14}$

b) $(8x^4+6)^2=64x^8+96x^4+36$

c) $(7x^6+4x^4)(7x^6-4x^4)=49x^{12}-16x^8$

d) $\left(\frac{3}{5}x-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{9}{25}x^2-\frac{3}{5}x+\frac{1}{4}$

6. **Extrae todos los factores comunes posibles.**

a) $\mathbf{6x^8 - 27x^6 + 45x^4 + 12x^3}$ **b)** $\mathbf{24x^5y^4 + 48x^4y^2 - 56x^3y^7 - 64x^3y^6}$

a) $3x^3\left(2x^5 - 9x^3 + 15x + 4\right)$ **b)** $8x^3y^2\left(3x^2y^2 + 6x - 7y^5 - 8y^4\right)$

7. **Simplifica las siguientes expresiones algebraicas.**

a) $\mathbf{(3x-5)^2 - 3x(3x-5) + 5(3x+5)}$

b) $\mathbf{(4x^3)^2 - 4(2x^3+3)(2x^3-3)}$

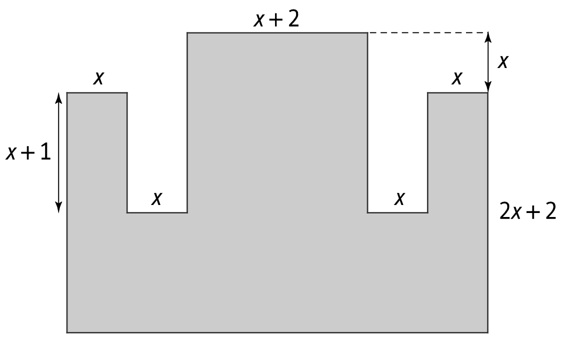
c) $\mathbf{(3a+b)^2 - (3b+a)^2 - 8(a+b)(a-b)}$

a) $9x^2 - 30x + 25 - 9x^2 + 15x + 15x + 25 = 50$

b) $16x^6 - 4(4x^6 - 9) = 16x^6 - 16x^6 + 36 = 36$

c) $9a^2 + 6ab + b^2 - (9b^2 + 6ab + a^2) - 8(a^2 - b^2) = 9a^2 + 6ab + b^2 - 9b^2 - 6ab - a^2 - 8a^2 + 8b^2 = 0$

8. **Expresa en función de *x* el área de la figura, y opera hasta obtener un polinomio de segundo grado. Calcula su valor numérico para *x* =10 cm.**



$$A(x) = (2x+2+x)(x+2+4x) - 2x^2 - 2x(x+1+x) = (3x+2)(5x+2) - 2x^2 - 2x(2x+1) =$$
$$= 15x^2 + 6x + 10x + 4 - 2x^2 - 4x^2 - 2x = 9x^2 + 14x + 4$$

$$A(10) = 9\cdot 10^2 + 14\cdot 10 + 4 = 900 + 140 + 4 = 1044 \text{ cm}^2$$