

3 Potencias y raíz cuadrada

Analiza y saca conclusiones

En cada fila del tablero de ajedrez hay 8 casillas. ¿Cuántos granos de trigo habrá en la primera fila del tablero de ajedrez? ¿Y en la segunda? Mucho más del doble, ¿verdad?

1.ª fila: $1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 = 255$ granos de trigo

2.ª fila: $256 + 512 + 1024 + 2048 + 4096 + 8192 + 16384 + 32768 = 65280$ granos de trigo

Es mucho más del doble.

Si tuviésemos un minitablero de 4×4 casillas, es decir, la cuarta parte del tablero de ajedrez, ¿cuántos granos habría en la última casilla? ¿Y en todo el tablero?

En la última casilla: $2^{15} = 32768$ granos de trigo

En todo el tablero: $255 + 65280 = 65535$ granos de trigo

Actividades

1. Expresa en forma de potencia estas multiplicaciones.

a) $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6$

c) $(-5) \cdot (-5) \cdot (-5)$

e) $(-b) \cdot (-b) \cdot (-b) \cdot (-b)$

b) $37 \cdot 37 \cdot 37$

d) $a \cdot a$

f) $c \cdot c \cdot c \cdot c \cdot c$

a) 6^6

c) $(-5)^3$

e) $(-b)^4$

b) 37^3

d) a^2

f) c^5

2. Indica la base y el exponente de estas potencias.

a) 2^5

c) 4^7

e) a^3

b) $(-2)^3$

d) 5^1

f) $(-m)^n$

a) Base: 2; exponente: 5

c) Base: 4; exponente: 7

e) Base: a; exponente: 3

b) Base: -2; exponente: 3

d) Base: 5; exponente: 1

f) Base: -m; exponente: n

3. Calcula el valor de las siguientes potencias.

a) 2^3

c) 10^6

e) $(-5)^4$

b) 5^2

d) $(-2)^3$

f) $(-1)^{30}$

a) $2^3 = 8$

c) $10^6 = 1\,000\,000$

e) $(-5)^4 = 625$

b) $5^2 = 25$

d) $(-2)^3 = -8$

f) $(-1)^{30} = 1$

4. Copia y completa.

a) $2^\circ = 16$

e) $(-4)^\circ = 16$

b) $2^5 = \bullet$

f) $(-2)^\circ = 64$

c) $10^\circ = 100\,000$

g) $-2^\circ = -32$

d) $(-3)^\circ = 81$

h) $5^\circ = 125$

a) $2^4 = 16$

e) $(-4)^2 = 16$

b) $2^5 = 32$

f) $(-2)^6 = 64$

c) $10^5 = 100\,000$

g) $-2^5 = -32$

d) $(-3)^4 = 81$

h) $5^3 = 125$

5. Copia en tu cuaderno y completa la tabla.

Potencia	Base	Exponente	Resultado
3^4	• • •	• • •	• • •
• • •	-2	9	• • •
• • •	• • •	3	125
• • •	-a	5	• • •

Potencia	Base	Exponente	Resultado
3^4	3	4	81
$(-2)^9$	-2	9	-512
5^3	5	3	125
$(-a)^5$	-a	5	$-a^5$

6. Sin realizar la operación, indica el signo del resultado.

- | | | |
|-------------|----------------|---------------|
| a) $(-2)^5$ | c) 6^8 | e) x^{100} |
| b) 5^2 | d) $(-9)^{37}$ | f) y^{1001} |
| a) Negativo | c) Positivo | e) Positivo |
| b) Positivo | d) Negativo | f) Positivo |

7. Actividad resuelta

8. Escribe en forma de potencia de todas las formas que puedas los siguientes números.

- | | | |
|-------|-----------|--------|
| a) 81 | c) 10 000 | e) 1 |
| b) 64 | d) -27 | f) 625 |
- a) $81 = 3^4 = (-3)^4 = 9^2 = (-9)^2 = 81^1$
 b) $64 = 8^2 = (-8)^2 = 4^3 = 2^6 = (-2)^6 = 64^1$
 c) $10\ 000 = 10^4 = (-10)^4 = 100^2 = (-100)^2 = 10000^1$
 d) $-27 = (-3)^3 = (-27)^1$
 e) Cualquier potencia de base 1 y cualquier potencia de base -1 y exponente par.
 f) $625 = 25^2 = (-25)^2 = 5^4 = (-5)^4 = 625^1$

9. Un peligroso virus informático se propaga a través de Internet. Se calcula que cada minuto el número de ordenadores infectados se multiplica por 3.

- a) Inicialmente hay un solo ordenador infectado. ¿Cuántos habrá después de 2 minutos? ¿Y de 3 minutos? ¿Y de 5?
- b) Escribe la potencia que utilizarías para calcular el número de ordenadores infectados después de 9 minutos. Copia y completa la tabla en tu cuaderno para ayudarte.

Tiempo (min)	0	1	2	3	5
Número de virus	1	3	•	•	•

- a) $3^2 = 9$, $3^3 = 27$ y $3^5 = 243$, respectivamente
 b) 3^9

Tiempo (min)	0	1	2	3	5
Número de virus	1	3	3^2	3^3	3^5

10. Calcula $(2 \cdot 5)^6$ y $(40 : 4)^3$ de dos formas distintas.

$$(2 \cdot 5)^6 = 10^6 = 1\,000\,000$$

$$(2 \cdot 5)^6 = 2^6 \cdot 5^6 = 64 \cdot 15\,625 = 1\,000\,000$$

$$(40 : 4)^3 = 10^3 = 1\,000$$

$$(40 : 4)^3 = 40^3 : 4^3 = 64\,000 : 64 = 1\,000$$

11. Realiza estas operaciones.

a) $(5 \cdot 2 \cdot 4)^4$

b) $[2 \cdot (-3) \cdot 5]^3$

a) $(5 \cdot 2 \cdot 4)^4 = 40^4 = 2\,560\,000$

b) $[2 \cdot (-3) \cdot 5]^3 = (-30)^3 = -27\,000$

c) $[(-16) : 8]^3$

d) $[6 : (-3)]^5$

c) $[(-16) : 8]^3 = (-2)^3 = -8$

d) $[6 : (-3)]^5 = (-2)^5 = -32$

12. Copia y completa estas igualdades.

a) $(2 \cdot 5)^3 = \bullet \cdot \bullet \cdot \bullet \cdot 5^3 = 8 \cdot \bullet \cdot \bullet = \bullet$

b) $[(-3) \cdot 10]^3 = \bullet \cdot \bullet \cdot \bullet \cdot 10^3 = -27 \cdot \bullet = \bullet$

c) $[(-12) : (-2)]^3 = (-12)^3 : \bullet = \bullet : \bullet = \bullet$

a) $(2 \cdot 5)^3 = 2^3 \cdot 5^3 = 8 \cdot 125 = 1\,000$

b) $[(-3) \cdot 10]^3 = (-3)^3 \cdot 10^3 = -27 \cdot 1000 = -27\,000$

c) $[(-12) : (-2)]^3 = (-12)^3 : (-2)^3 = -1728 : (-8) = 216$

13. Reduce a una sola potencia y calcula.

a) $7^3 \cdot 5^3 \cdot 4^3$

b) $15^3 \cdot 6^3 : (-9)^3$

a) $7^3 \cdot 5^3 \cdot 4^3 = (7 \cdot 5 \cdot 4)^3 = 140^3 = 2\,744\,000$

b) $15^3 \cdot 6^3 : (-9)^3 = [15 \cdot 6 : (-9)]^3 = (-10)^3 = -1000$

c) $[10^4 : 2^4] : [20^4 : (-4)^4] = 5^4 : (-5)^4 = [5 : (-5)]^4 = (-1)^4 = 1$

d) $[(-24) : 6]^5 \cdot 3^5 = (-4)^5 \cdot 3^5 = (-12)^5 = -248\,832$

c) $[10^4 : 2^4] : [20^4 : (-4)^4]$

d) $[(-24) : 6]^5 \cdot 3^5$

14. Actividad resuelta

15. Expresa los números como producto de factores y reduce a una única potencia.

a) $8 \cdot 27 \cdot 125$

b) $32 \cdot 7^5$

c) $49 \cdot 9 \cdot 25$

a) $8 \cdot 27 \cdot 125 = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^3 = 30^3$

b) $32 \cdot 7^5 = 2^5 \cdot 7^5 = 14^5$

c) $49 \cdot 9 \cdot 25 = 7^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 105^2$

d) $625 \cdot 16 \cdot 7^4$

e) $(-5)^2 \cdot 36 \cdot 100$

f) $(-6)^3 \cdot (-27) \cdot 1000$

d) $625 \cdot 16 \cdot 7^4 = 5^4 \cdot 2^4 \cdot 7^4 = 70^4$

e) $(-5)^2 \cdot 36 \cdot 100 = (-5)^2 \cdot 6^2 \cdot 10^2 = (-300)^2$

f) $(-6)^3 \cdot (-27) \cdot 1000 = (-6)^3 \cdot (-3)^3 \cdot 10^3 = 180^3$

16. Escribe los siguientes productos de potencias como una única potencia.

a) $2^5 \cdot 2^3 \cdot 2^4$

b) $3^4 \cdot 3^7 \cdot 3$

a) $2^5 \cdot 2^3 \cdot 2^4 = 2^{12}$

b) $3^4 \cdot 3^7 \cdot 3 = 3^{12}$

c) $(-5)^3 \cdot (-5) \cdot (-5)^2$

d) $3^2 \cdot 3^2 \cdot 3^2 \cdot 3^2$

c) $(-5)^3 \cdot (-5) \cdot (-5)^2 = (-5)^6$

d) $3^2 \cdot 3^2 \cdot 3^2 \cdot 3^2 = 3^8$

17. Calcula de dos formas diferentes estos productos de potencias.

a) $2^2 \cdot 2^3 \cdot 2$

b) $(-5)^4 \cdot (-5)$

a) $2^2 \cdot 2^3 \cdot 2 = 4 \cdot 8 \cdot 2 = 64$

b) $(-5)^4 \cdot (-5) = 625 \cdot (-5) = -3125$

c) $10^3 \cdot 10^4 \cdot 10 = 1\,000 \cdot 10\,000 \cdot 10 = 100\,000\,000$

d) $(-1)^6 \cdot (-1)^9 \cdot (-1)^8 = 1 \cdot (-1) \cdot 1 = -1$

c) $10^3 \cdot 10^4 \cdot 10$

d) $(-1)^6 \cdot (-1)^9 \cdot (-1)^8$

$2^2 \cdot 2^3 \cdot 2 = 2^6 = 64$

$(-5)^4 \cdot (-5) = (-5)^5 = -3125$

$10^3 \cdot 10^4 \cdot 10 = 10^8 = 100\,000\,000$

$(-1)^6 \cdot (-1)^9 \cdot (-1)^8 = (-1)^{23} = -1$

18. Escribe como una única potencia los siguientes cocientes.

a) $2^{25} : 2^5$

b) $3^{16} : 3^8$

a) 2^{20}

b) 3^8

c) $(-5)^4 : (-5)$

d) $9^9 : 9^3$

c) $(-5)^3$

d) 9^6

19. Calcula estos cocientes de potencias de dos formas diferentes.

a) $2^8 : 2^2$

b) $(-5)^3 : (-5)^2$

a) $2^8 : 2^2 = 256 : 4 = 64$

b) $(-5)^3 : (-5)^2 = -125 : 25 = -5$

c) $10^6 : 10 = 1\,000\,000 : 10 = 100\,000$

d) $(-10)^5 : (-10)^3 = -100\,000 : (-1\,000) = 100$

c) $10^6 : 10$

d) $(-10)^5 : (-10)^3$

$2^8 : 2^2 = 2^6 = 64$

$(-5)^3 : (-5)^2 = (-5)^1 = -5$

$10^6 : 10 = 10^5 = 100\,000$

$(-10)^5 : (-10)^3 = (-10)^2 = 100$

20. Escribe como una única potencia.

a) $(2^3)^4$

b) $((-5)^3)^7$

c) $((-1)^{10})^5$

d) $((-2)^3)^0$

a) $(2^3)^4 = 2^{12}$

b) $((-5)^3)^7 = (-5)^{21}$

c) $((-1)^{10})^5 = (-1)^{50}$

d) $((-2)^3)^0 = (-2)^0 = 1$

e) $(3^2)^5$

f) $((-2)^3)^7$

g) $((3^4)^5)^2$

h) $((-2)^3)^3$

e) $(3^2)^5 = 3^{10}$

f) $((-2)^3)^7 = (-2)^{21}$

g) $((3^4)^5)^2 = 3^{40}$

h) $((-2)^3)^3 = (-2)^{27}$

21. Corrige en tu cuaderno los resultados que sean incorrectos.

a) $(2^3)^2 = 2^5$

b) $(10^4)^2 = 10^8$

a) $(2^3)^2 = 2^5$ Incorrecto: $(2^3)^2 = 2^6$

b) $(10^4)^2 = 10^8$ Correcto

c) $((-2)^3)^4 = 2^{12}$

d) $((-1)^6)^4 = -1$

c) $((-2)^3)^4 = 2^{12}$ Correcto

d) $((-1)^6)^4 = -1$ Incorrecto: $((-1)^6)^4 = (-1)^{24} = 1$

22. Expresa cada una de las siguientes potencias como potencia de potencias.

a) 16^5

b) 27^3

a) $16^5 = (2^4)^5$

b) $27^3 = (3^3)^3$

c) 1000^4

d) 25^8

c) $1000^4 = (10^3)^4$

d) $25^8 = (5^2)^8$

e) 64^3

f) 8^5

e) $64^3 = (2^6)^3$

f) $8^5 = (2^3)^5$

23. Escribe como una única potencia y calcula.

- a) $2^2 \cdot 4^3$
 b) $(2^3)^2 \cdot 2^4$
 a) $2^2 \cdot 4^3 = 2^2 \cdot (2^2)^3 = 2^2 \cdot 2^6 = 2^8 = 256$
 b) $(2^3)^2 \cdot 2^4 = 2^6 \cdot 2^4 = 2^{10} = 1\ 024$
- c) $((-5)^3)^2 : (-5)^4$
 d) $4^6 : 2^5$
 c) $((-5)^3)^2 : (-5)^4 = (-5)^6 : (-5)^4 = (-5)^2 = 25$
 d) $4^6 : 2^5 = (2^2)^6 : 2^5 = 2^{12} : 2^5 = 2^7 = 128$

24. Copia y completa las siguientes igualdades.

- a) $3^0 = 81$
 b) $2^0 \cdot 2^3 = 2^8$
 c) $5^0 : 5^7 = 5$
 a) $3^4 = 81$
 b) $2^5 \cdot 2^3 = 2^8$
 c) $5^8 : 5^7 = 5$
- d) $3^6 : 3^0 = 3^6$
 e) $(3^0)^3 = 3^6$
 f) $((2^3)^5)^5 = 2^{45}$
 d) $3^6 : 3^0 = 3^6$
 e) $(3^2)^3 = 3^6$
 f) $((2^3)^3)^5 = 2^{45}$

25. Actividad resuelta

26. Reduce a una sola potencia.

- a) $(3^2 - 5)^3 \cdot 2^7$
 b) $(2^3 + 2)^2 \cdot 10^4$
 a) $(3^2 - 5)^3 \cdot 2^7 = (9 - 5)^3 \cdot 2^7 = 4^3 \cdot 2^7 = 2^6 \cdot 2^7 = 2^{13}$
 b) $(2^3 + 2)^2 \cdot 10^4 = (8 + 2)^2 \cdot 10^4 = 10^2 \cdot 10^4 = 10^6$
 c) $(5^2 - 4^2)^6 \cdot 3^2 = (25 - 16)^6 \cdot 3^2 = 9^6 \cdot 3^2 = 3^{12} \cdot 3^2 = 3^{14}$
 d) $(3^3 - 25)^5 \cdot 16^3 = (27 - 25)^5 \cdot (2^4)^3 = 2^5 \cdot 2^{12} = 2^{17}$
- c) $(5^2 - 4^2)^6 \cdot 3^2$
 d) $(3^3 - 25)^5 \cdot 16^3$

27. Reduce a una sola potencia.

- a) $a^5 \cdot a^3 \cdot a^7$
 b) $a^9 \cdot a \cdot a^6$
 a) $a^5 \cdot a^3 \cdot a^7 = a^{15}$
 b) $a^9 \cdot a \cdot a^6 = a^{16}$
- c) $(a^6 \cdot a^3) : a^8$
 d) $(a^{12} \cdot a^7)^3 : (a^4 \cdot a)^{11}$
 c) $(a^6 \cdot a^3) : a^8 = a^9 : a^8 = a$
 d) $(a^{12} \cdot a^7)^3 : (a^4 \cdot a)^{11} = (a^{19})^3 : (a^5)^{11} = a^{57} : a^{55} = a^2$

28. Actividad resuelta

29. Factoriza y escribe el resultado como producto, agrupando las potencias con la misma base.

- a) $6^2 \cdot 15^3$
 b) $40^3 : 16^2$
 c) $100^3 \cdot 10^7 \cdot 1000^2$
 a) $6^2 \cdot 15^3 = (2 \cdot 3)^2 \cdot (5 \cdot 3)^3 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^3 \cdot 3^3 = 2^2 \cdot 3^5 \cdot 5^3$
 b) $40^3 : 16^2 = (2^3 \cdot 5)^3 : (2^4)^2 = 2^9 \cdot 5^3 : 2^8 = 2 \cdot 5^3$
 c) $100^3 \cdot 10^7 \cdot 1000^2 = (2^2 \cdot 5^2)^3 \cdot (2 \cdot 5)^7 \cdot (2^3 \cdot 5^3)^2 = 2^6 \cdot 5^6 \cdot 2^7 \cdot 5^7 \cdot 2^6 \cdot 5^6 = 2^{19} \cdot 5^{19}$
 d) $15^2 \cdot 10^3 \cdot 18^4 = (3 \cdot 5)^2 \cdot (2 \cdot 5)^3 \cdot (2 \cdot 3^2)^4 = 3^2 \cdot 5^2 \cdot 2^3 \cdot 5^3 \cdot 2^4 \cdot 3^8 = 2^7 \cdot 3^{10} \cdot 5^5$
 e) $(12^3 \cdot 18)^5 : 9^6 = [(2^2 \cdot 3)^3 \cdot (2 \cdot 3^2)]^5 : (3^2)^6 = [2^6 \cdot 3^3 \cdot 2 \cdot 3^2]^5 : 3^{12} = [2^7 \cdot 3^5]^5 : 3^{12} = 2^{35} \cdot 3^{25} : 3^{12} = 2^{35} \cdot 3^{13}$
 f) $(32 : 16)^4 : (16 : 8)^3 = (2^5 : 2^4)^4 : (2^4 : 2^3)^3 = 2^4 : 2^3 = 2$
- d) $15^2 \cdot 10^3 \cdot 18^4$
 e) $(12^3 \cdot 18)^5 : 9^6$
 f) $(32 : 16)^4 : (16 : 8)^3$

30. Actividad interactiva

31. Escribe los cuadrados de los diez primeros números naturales.

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100

32. Encuentra los números de la lista que son cuadrados perfectos y cópialos en tu cuaderno.

111, 121, 135, 144, 158, 169, 188, 196, 200

Son cuadrados perfectos: $121 = 11^2$, $144 = 12^2$, $169 = 13^2$ y $196 = 14^2$.

33. Los invitados al concierto son entre 30 y 45 personas. Si las sillas se han colocado formando un cuadrado, ¿cuántos invitados asistirán?

El único cuadrado comprendido entre 30 y 45 es 36. Asistirán 36 invitados.

34. Copia y completa en tu cuaderno.

- | | | |
|------------------------------|--|---|
| a) $\bullet < 157 < \bullet$ | La raíz entera de 157 es \bullet . | El resto es $\bullet - \bullet = \bullet - \bullet = \bullet$. |
| b) $\bullet < 875 < \bullet$ | La raíz entera de \bullet es \bullet . | El resto es $\bullet - \bullet = \bullet - \bullet = \bullet$. |
| c) $\bullet < 950 < \bullet$ | La raíz entera de \bullet es \bullet . | El resto es $\bullet - \bullet = \bullet - \bullet = \bullet$. |
| d) $32^2 < \bullet < 33^2$ | La raíz entera de \bullet es 32. | El resto es $\bullet - 32^2 = \bullet - 1024 = 26$. |
| a) $12^2 < 157 < 13^2$ | La raíz entera de 157 es 12. | El resto es $157 - 12^2 = 157 - 144 = 13$. |
| b) $29^2 < 875 < 30^2$ | La raíz entera de 875 es 29. | El resto es $875 - 29^2 = 875 - 841 = 34$. |
| c) $30^2 < 950 < 31^2$ | La raíz entera de 950 es 30. | El resto es $950 - 30^2 = 950 - 900 = 50$. |
| d) $32^2 < 1050 < 33^2$ | La raíz entera de 1050 es 32. | El resto es $1050 - 32^2 = 1050 - 1024 = 26$. |

35. Calcula las raíces cuadradas de los siguientes números. Indicar el resto si no son exactas.

- | | | |
|-----------------------------|------------------------------|------------------------------|
| a) 19 | d) 56 | g) 150 |
| b) 25 | e) 81 | h) 625 |
| c) 45 | f) 131 | i) 908 |
| a) Raíz entera: 4. Resto: 3 | d) Raíz entera: 7. Resto: 7 | g) Raíz entera: 12. Resto: 6 |
| b) Raíz exacta: 5 | e) Raíz exacta: 9 | h) Raíz exacta: 25 |
| c) Raíz entera: 6. Resto: 9 | f) Raíz entera 11. Resto: 10 | i) Raíz entera: 30. Resto: 8 |

36. Fíjate en la actividad anterior y contesta: ¿cuántas cifras puede tener la raíz cuadrada de un número de dos cifras? ¿Y de tres cifras? ¿Y los de 4 cifras?

La raíz cuadrada entera de un número de dos cifras tiene una cifra. La raíz cuadrada entera de un número de tres o de cuatro cifras tiene dos cifras.

37. Actividad resuelta

38. Calcula la raíz cuadrada entera y el resto.

- | | | |
|---------------------------------|--------------------------------|---------------------------------|
| a) 1385 | c) 2345 | e) 6478 |
| b) 2600 | d) 4390 | f) 16 214 |
| a) Raíz entera: 37. Resto: 16. | c) Raíz entera 48. Resto: 41. | e) Raíz entera: 80. Resto: 78. |
| b) Raíz entera: 50. Resto: 100. | d) Raíz entera: 66. Resto: 34. | f) Raíz entera: 127. Resto: 85. |

39. Si la raíz cuadrada entera de un número es 15, ¿qué valores puede tener dicho número? ¿Cuánto puede valer, como máximo, el resto?

Si la raíz es entera y no exacta, el número podrá ser $15^2 + 1 = 226$, $15^2 + 2 = 227$, ..., $15^2 + 30 = 255$.

El resto puede valer, como máximo, el doble de la raíz cuadrada entera, es decir, $r = 2 \cdot 15 = 30$.

40. Actividad resuelta

41. Resuelve las siguientes operaciones, escribiendo las potencias como base positiva, si es necesario.

a) $(-3)^2 \cdot 3^2$

b) $-5^2 \cdot 5^3$

c) $[(-6)^2]^3 : (-6^2)$

a) $(-3)^2 \cdot 3^2 = 3^2 \cdot 3^2 = 3^4$

b) $-5^2 \cdot 5^3 = -5^5$

c) $[(-6)^2]^3 : (-6^2) = 6^6 : 6^2 = 6^4$

d) $(-12^6)^5 : 12^{10}$

e) $(-12^3)^5 \cdot (-12^0)$

f) $[-(2^4)^5] : (2^5)^3$

d) $(-12^6)^5 : 12^{10} = -12^{30} : 12^{10} = -12^{20}$

e) $(-12^3)^5 \cdot (-12^0) = -12^{15} \cdot (-1) = 12^{15}$

f) $[-(2^4)^5] : (2^5)^3 = 2^{20} : 2^{15} = 2^5$

42. Calcula las siguientes expresiones.

a) $6 \cdot (-1)^3 - 3^2 \cdot 2 : \sqrt{6^2}$

b) $(4-3)^2 - 5 \cdot (2^2 - 7)$

c) $[(\sqrt{9} - \sqrt{25})^4]^5$

d) $5^2 \cdot (\sqrt{64} + 8 : 2)$

e) $(9^2 - 7^2) : \sqrt{64}$

f) $(-\sqrt{49} + 3^4 : 3^2)^5$

a) $6 \cdot (-1)^3 - 3^2 \cdot 2 : \sqrt{6^2} = 6 \cdot (-1) - 9 \cdot 2 : 6 = -6 - 18 : 6 = -6 - 3 = -9$

b) $(4-3)^2 - 5 \cdot (2^2 - 7) = 1^2 - 5 \cdot (-3) = 1 + 15 = 16$

c) $[(\sqrt{9} - \sqrt{25})^4]^5 = [(3-5)^4]^5 = [(-2)^4]^5 = 2^{20}$

d) $5^2 \cdot (\sqrt{64} + 8 : 2) = 25 \cdot (8 + 4) = 25 \cdot 12 = 300$

e) $(9^2 - 7^2) : \sqrt{64} = (81 - 49) : 8 = 32 : 8 = 4$

f) $(-\sqrt{49} + 3^4 : 3^2)^5 = (-7 + 3^2)^5 = (-7 + 9)^5 = 2^5 = 32$

43. Resuelve las siguientes operaciones.

a) $6^2 - 5^2 \cdot 4^2 + 7^2$

b) $(3-5)^2 : (-1) \cdot 6 - 5^2$

c) $3^4 - 2 \cdot 3^3 + 5 \cdot 3^2 - 6 \cdot 3 + 3^0$

d) $5 - 3 \cdot (4 - 12 : (-6))^2$

e) $-(-2^3) - 3 \cdot [5^2 - (4^2 - 2^2)]$

a) $6^2 - 5^2 \cdot 4^2 + 7^2 = 36 - 25 \cdot 16 + 49 = 36 - 400 + 49 = -315$

b) $(3-5)^2 : (-1) \cdot 6 - 5^2 = (-2)^2 : (-1) \cdot 6 - 25 = 4 : (-1) \cdot 6 - 25 = -4 \cdot 6 - 25 = -24 - 25 = -49$

c) $3^4 - 2 \cdot 3^3 + 5 \cdot 3^2 - 6 \cdot 3 + 3^0 = 81 - 2 \cdot 27 + 5 \cdot 9 - 18 + 1 = 81 - 54 + 45 - 18 + 1 = 55$

d) $5 - 3 \cdot (4 - 12 : (-6))^2 = 5 - 3 \cdot (4+2)^2 = 5 - 3 \cdot 6^2 = 5 - 3 \cdot 36 = 5 - 108 = -103$

e) $-(-2^3) - 3 \cdot [5^2 - (4^2 - 2^2)] = 8 - 3 \cdot [25 - (16 - 4)] = 8 - 3 \cdot [25 - 12] = 8 - 3 \cdot 13 = 8 - 39 = -31$

44. Copia en tu cuaderno y añade los paréntesis necesarios para que se cumplan las igualdades.

a) $5^2 - 2^4 \cdot 2^3 - 3^2 = -9$

b) $-2^2 - 2^4 + (-2)^3 = -12$

c) $7^2 - (2^6 - 5^2) + 8 = 18$

a) $(5^2 - 2^4) \cdot (2^3 - 3^2) = -9$

b) $-2^2 - (2^4 + (-2)^3) = -12$

c) $7^2 - (2^6 - 5^2) + 8 = 18 \rightarrow$ No hace falta añadir ningún paréntesis.

45. Realiza las siguientes operaciones.

a) $3^2 - \sqrt{(5-3)^4} \cdot (-2^2)$

b) $\sqrt{(-8)^2} : (-2)^2 \cdot (-1^6)$

c) $3 \cdot \sqrt{5^2} - 3^2 + 4^3 : (1^{23} + 3^0)^4$

d) $3^2 \cdot \sqrt{49} - \sqrt{36} \cdot (6^2 - 4^2)$

e) $\sqrt{10^2} - [2 \cdot (-2)^2]^2 - 2 \cdot 5^2$

f) $(6 - 2^2) - (-2)^3 \cdot [2^4 - 4^2 \cdot (5 - 3)^2]$

g) $5 - 2 \cdot 7 - (-1^4) \cdot [3^2 - (-2)^2 \cdot (-5) : (-2^2)]$

h) $[-2 \cdot (4 - 5)]^4 : (-4) - 2 \cdot [-(-1^3) \cdot (2 \cdot 3 - \sqrt{9})^2 - 4^2]$

a) $3^2 - \sqrt{(5-3)^4} \cdot (-2^2) = 9 - \sqrt{2^4} \cdot (-4) = 9 - \sqrt{16} \cdot (-4) = 9 - 4 \cdot (-4) = 9 + 16 = 25$

b) $\sqrt{(-8)^2} : (-2)^2 \cdot (-1^6) = \sqrt{64} : 4 \cdot 1 = 8 : 4 \cdot 1 = 2 \cdot 1 = 2$

c) $3 \cdot \sqrt{5^2} - 3^2 + 4^3 : (1^{23} + 3^0)^4 = 3 \cdot 5 - 9 + 64 : (1 + 1)^4 = 15 - 9 + 64 : 2^4 = 6 + 64 : 16 = 6 + 4 = 10$

d) $3^2 \cdot \sqrt{49} - \sqrt{36} \cdot (6^2 - 4^2) = 9 \cdot 7 - 6 \cdot (36 - 16) = 63 - 6 \cdot 20 = 63 - 120 = -57$

e) $\sqrt{10^2} - [2 \cdot (-2)^2]^2 - 2 \cdot 5^2 = 10 - [2 \cdot 4]^2 - 2 \cdot 25 = 10 - 8^2 - 50 = 10 - 64 - 50 = -104$

f) $(6 - 2^2) - (-2)^3 \cdot [2^4 - 4^2 \cdot (5 - 3)^2] = (6 - 4) - (-8) \cdot [16 - 16 \cdot 2^2] = 2 + 8 \cdot [16 - 16 \cdot 4] = 2 + 8 \cdot [16 - 64] = 2 + 8 \cdot [-48] = 2 - 384 = -382$

g) $5 - 2 \cdot 7 - (-1^4) \cdot [3^2 - (-2)^2 \cdot (-5) : (-2^2)] = 5 - 14 - (-1) \cdot [9 - 4 \cdot (-5) : (-4)] = -9 + 1 \cdot [9 + 20 : (-4)] = -9 + 1 \cdot [9 - 5] = -9 + 1 \cdot 4 = -9 + 4 = -5$

h) $[-2 \cdot (4 - 5)]^4 : (-4) - 2 \cdot [-(-1^3) \cdot (2 \cdot 3 - \sqrt{9})^2 - 4^2] = [-2 \cdot (-1)]^4 : (-4) - 2 \cdot [1 \cdot (6 - 3)^2 - 16] = 2^4 : (-4) - 2 \cdot [1 \cdot 3^2 - 16] = 16 : (-4) - 2 \cdot [9 - 16] = -4 - 2 \cdot (-7) = -4 + 14 = 10$

46. Actividad resuelta

47. En estas operaciones faltan algunos números. Cópialas en tu cuaderno y complétalas.

a) $\bullet^3 - (-1^3) = -8 + \bullet = \bullet$

c) $5 - \bullet^3 \cdot (3^2 - 2^2 \cdot 4)^2 = 5 - 8 \cdot \bullet = \bullet$

b) $\sqrt{\bullet^2 - 17} = \sqrt{64} = \bullet$

d) $10 - \bullet^3 : (-4) = 10 - \bullet = 8$

a) $(-2)^3 - (-1^3) = -8 + 1 = -7$

c) $5 - 2^3 \cdot (3^2 - 2^2 \cdot 4)^2 = 5 - 8 \cdot 49 = -387$

b) $\sqrt{9^2 - 17} = \sqrt{64} = 8$

d) $10 - (-2)^3 : (-4) = 10 - 2 = 8$

48. En estas operaciones faltan algunos números. Cópialas en tu cuaderno y complétalas.

a) $\bullet^3 - 2 \cdot 3 = 64 - \bullet = \bullet$

c) $\bullet^4 - (-\bullet^2)^3 = 1 - (-2^*) = \bullet$

b) $\bullet^2 - (5 - \sqrt{\bullet})^3 = \bullet - (-1)^3 = 10$

d) $(-2^2)^* + (\bullet^2)^3 = \bullet + 64 = 0$

a) $4^3 - 2 \cdot 3 = 64 - 6 = 58$

c) $1^4 - (-2^2)^3 = 1 - (-2^6) = 65$

b) $3^2 - (5 - \sqrt{36})^3 = 9 - (-1)^3 = 10$

d) $(-2^2)^3 + (2^2)^3 = -64 + 64 = 0$

49. Actividad interactiva.

50. Escribe en forma de potencia los siguientes productos.

a) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

d) $(-3) \cdot (-3)$

b) $(-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5)$

e) $100 \cdot 100 \cdot 100 \cdot 100 \cdot 100 \cdot 100$

c) $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$

a) 3^5

b) $(-5)^7$

c) 10^4

d) $(-3)^2$

e) 100^6

51. Desarrolla en forma de producto y calcula las siguientes potencias.

- | | |
|--|--|
| a) 2^6 | d) $(-1)^{10}$ |
| b) $(-3)^5$ | e) $(-1)^9$ |
| c) 10^7 | f) 6^3 |
| a) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 64$ | d) $(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = 1$ |
| b) $(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = -243$ | e) $(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = -1$ |
| c) $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10\,000\,000$ | f) $6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$ |

52. Indica la base, el exponente y el valor de cada una de las siguientes potencias.

- | | |
|---------------------------------------|---|
| a) 2^4 | d) $(-1)^{21}$ |
| b) $(-3)^3$ | e) $(-10)^4$ |
| c) 5^2 | f) 6^1 |
| a) Base: 2. Exponente: 4. Valor: 16 | d) Base: -1. Exponente: 21. Valor: -1 |
| b) Base: -3. Exponente: 3. Valor: -27 | e) Base: -10. Exponente: 4. Valor: 10 000 |
| c) Base: 5. Exponente: 2. Valor: 25 | f) Base: 6. Exponente: 1. Valor: 6 |

53. Completa la tabla en tu cuaderno.

Potencia	Base	Exponente	Resultado
$(-1)^5$	• • •	• • •	• • •
• • •	3	4	• • •
• • •	-2	• • •	16
• • •	• • •	3	-1000
• • •	-5	2	• • •
• • •	100	• • •	1

Potencia	Base	Exponente	Resultado
$(-1)^5$	-1	5	-1
3^4	3	4	81
$(-2)^4$	-2	4	16
$(-10)^3$	-10	3	-1000
$(-5)^2$	-5	2	25
100^0	100	0	1

54. Calcula la base de cada potencia en tu cuaderno.

- | | | |
|-----------------------|------------------------|------------------------------|
| a) $\bullet^2 = 49$ | c) $\bullet^4 = 10000$ | e) $\bullet^5 = 1024$ |
| b) $\bullet^3 = -125$ | d) $\bullet^3 = 8000$ | f) $\bullet^0 = 1$ |
| a) 7 | c) 10 | e) 4 |
| b) -5 | d) 20 | f) Cualquiera distinta de 0. |

55. Halla los exponentes de estas potencias y completa en tu cuaderno.

- | | | |
|---------------------|------------------------|-------------------------|
| a) $8^\bullet = 64$ | c) $(-8)^\bullet = 64$ | e) $4^\bullet = 64$ |
| b) $3^\bullet = 9$ | d) $5^\bullet = 25$ | f) $(-4)^\bullet = -64$ |
| a) 2 | c) 2 | e) 3 |
| b) 2 | d) 2 | f) 3 |

56. Copia en tu cuaderno y completa las igualdades.

- | | |
|-------------------|------------------|
| a) $2^5 = 32$ | e) $2^5 = 32$ |
| b) $(-2)^5 = -32$ | f) $2^0 = 1$ |
| c) $3^4 = 81$ | g) $23^0 = 23$ |
| d) $3^3 = 27$ | h) $12^0 = 1$ |
| a) $2^5 = 32$ | e) $(-1)^5 = -1$ |
| b) $(-2)^5 = -32$ | f) $1^9 = 1$ |
| c) $3^4 = 81$ | g) $23^1 = 23$ |
| d) $3^3 = 27$ | h) $12^0 = 1$ |

57. Averigua el valor de m , n , p y q .

- | | |
|------------------|-----------------------|
| a) $11^m = 121$ | c) $p^5 = -243$ |
| b) $(-14)^2 = n$ | d) $q^{10} = 1$ |
| a) $m = 2$ | c) $p = -3$ |
| b) $n = 196$ | d) $q = 1$ o $q = -1$ |

58. Sin hallar su valor, indica el signo de las siguientes potencias.

- | | | | |
|----------------|-------------|-------------|----------------|
| a) $(-2)^{17}$ | b) 2^{17} | c) 2^{16} | d) $(-2)^{16}$ |
| a) Negativo | b) Positivo | c) Positivo | d) Positivo |

59. Escribe los siguientes números en forma de potencia de dos formas distintas.

- | | | |
|---------------------------|--------------------------|-----------------------------------|
| a) 100 | c) 4 | e) 256 |
| b) 49 | d) 125 | f) 1 000 000 |
| a) $100 = 10^2 = (-10)^2$ | c) $4 = 2^2 = (-2)^2$ | e) $256 = 2^8 = (-2)^8$ |
| b) $49 = 7^2 = (-7)^2$ | d) $125 = 5^3 = -(-5)^3$ | f) $1\,000\,000 = 10^6 = (-10)^6$ |

60. Calcula las siguientes potencias.

- | | |
|--|--|
| a) $(2 \cdot 3)^2$ | e) $3^2 \cdot 7^2$ |
| b) $(3 \cdot 2 \cdot 7)^2$ | f) $6^4 : 3^4 \cdot 2^4$ |
| c) $(20 : 4)^3$ | g) $(-2)^3 \cdot 5^3 \cdot 2^3$ |
| d) $[(-2) \cdot 7]^2$ | h) $(-5)^4 \cdot (-5)^4 \cdot (-1)^4$ |
| a) $(2 \cdot 3)^2 = 6^2 = 36$ | e) $3^2 \cdot 7^2 = 9 \cdot 49 = 441$ |
| b) $(3 \cdot 2 \cdot 7)^2 = 42^2 = 1764$ | f) $6^4 : 3^4 \cdot 2^4 = 2^4 \cdot 2^4 = 4^4 = 256$ |
| c) $(20 : 4)^3 = 5^3 = 125$ | g) $(-2)^3 \cdot 5^3 \cdot 2^3 = (-20)^3 = -8000$ |
| d) $[(-2) \cdot 7]^2 = (-14)^2 = 196$ | h) $(-5)^4 \cdot (-5)^4 \cdot (-1)^4 = (-5)^8 \cdot (-1)^4 = 390\,625$ |

61. Actividad resuelta

62. Realiza estas operaciones de dos formas distintas.

- | | |
|-------------------------------------|---------------------------------|
| a) $(2 \cdot 3)^3$ | e) $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$ |
| b) $(16 : 8)^5$ | f) $10^3 : 5^3 \cdot 2^3$ |
| c) $(2 \cdot 5 \cdot 3)^3$ | g) $(-2)^3 \cdot 2^3 \cdot 2^3$ |
| d) $[(-2) \cdot (-3) \cdot (-1)]^5$ | h) $5^4 \cdot 2^4 : 10^3$ |
-
- | | |
|---|---|
| a) $(2 \cdot 3)^3 = 6^3 = 216$ | $(2 \cdot 3)^3 = 2^3 \cdot 3^3 = 8 \cdot 27 = 216$ |
| b) $(16 : 8)^5 = 2^5 = 32$ | $(16 : 8)^5 = 16^5 : 8^5 = 1\ 048\ 576 : 32\ 768 = 32$ |
| c) $(2 \cdot 5 \cdot 3)^3 = 30^3 = 27\ 000$ | $(2 \cdot 5 \cdot 3)^3 = 2^3 \cdot 5^3 \cdot 3^3 = 8 \cdot 125 \cdot 27 = 27\ 000$ |
| d) $[(-2) \cdot (-3) \cdot (-1)]^5 = (-6)^5 = -7776$ | $[(-2) \cdot (-3) \cdot (-1)]^5 = (-2)^5 \cdot (-3)^5 \cdot (-1)^5 = -32 \cdot (-243) \cdot (-1) = -7776$ |
| e) $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = (2 \cdot 3 \cdot 5)^2 = 30^2 = 900$ | $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 4 \cdot 9 \cdot 25 = 900$ |
| f) $10^3 : 5^3 \cdot 2^3 = (10 : 5 \cdot 2)^3 = 4^3 = 64$ | $10^3 : 5^3 \cdot 2^3 = 1\ 000 : 125 \cdot 8 = 8 \cdot 8 = 64$ |
| g) $(-2)^3 \cdot 2^3 \cdot 2^3 = -2^9 = -512$ | $(-2)^3 \cdot 2^3 \cdot 2^3 = -8 \cdot 8 \cdot 8 = -512$ |
| h) $5^4 \cdot 2^4 : 10^3 = (5 \cdot 2)^4 : 10^3 = 10^4 : 10^3 = 10$ | $5^4 \cdot 2^4 : 10^3 = 625 \cdot 16 : 1\ 000 = 10$ |

63. Expresa en forma de potencia.

- | | | |
|-----------------------------|-----------------------------|-------------------------------|
| a) $(2^2)^3$ | c) $[(-1)^6]^3$ | e) $[(-3)^3]^5$ |
| b) $(-10^3)^5$ | d) $(5^7)^3$ | f) $[(-3^2)^2]^3$ |
| a) $(2^2)^3 = 2^6$ | c) $[(-1)^6]^3 = (-1)^{18}$ | e) $[(-3)^3]^5 = (-3)^{15}$ |
| b) $(-10^3)^5 = (-10)^{15}$ | d) $(5^7)^3 = 5^{21}$ | f) $[(-3^2)^2]^3 = (-3)^{12}$ |

64. Actividad resuelta

65. Escribe como una única potencia.

- | | |
|-------------------------------|------------------------------|
| a) $2^5 \cdot 2^{10} \cdot 2$ | e) $(2^6)^7 \cdot 2^3$ |
| b) $(-3)^4 \cdot (-3)^9$ | f) $[(-3)^4]^4 \cdot (-3)$ |
| c) $(-3)^9 : (-3)^5$ | g) $(2^4)^3 : (2^2)^3$ |
| d) $(-2)^{10} : (-2)^5$ | h) $[((-5)^3)^1]^3 : (-5)^2$ |
-
- | | |
|--|---|
| a) $2^5 \cdot 2^{10} \cdot 2 = 2^{16}$ | e) $(2^6)^7 \cdot 2^3 = 2^{42} \cdot 2^3 = 2^{45}$ |
| b) $(-3)^4 \cdot (-3)^9 = (-3)^{13}$ | f) $[(-3)^4]^4 \cdot (-3) = (-3)^{16} \cdot (-3) = (-3)^{17}$ |
| c) $(-3)^9 : (-3)^5 = (-3)^4$ | g) $(2^4)^3 : (2^2)^3 = 2^{12} : 2^6 = 2^6$ |
| d) $(-2)^{10} : (-2)^5 = (-2)^5$ | h) $[((-5)^3)^1]^3 : (-5)^2 = (-5)^9 : (-5)^2 = (-5)^7$ |

66. Reduce a una sola potencia.

- | | |
|-----------------------------------|---|
| a) $2^5 \cdot (2^2)^7 : 2^{12}$ | d) $(5^6 : 5^3)^7 : (5^5 \cdot 5)^3$ |
| b) $(-3)^3 \cdot (-3)^5 : (-3)^6$ | e) $(7^2)^3 \cdot 7^5 : 7^7$ |
| c) $3^5 \cdot (3^4 \cdot 3^3)^6$ | f) $2^{10} : (2^2)^4 \cdot 2^7 \cdot (2^5 \cdot 2)^3$ |
-
- | |
|--|
| a) $2^5 \cdot (2^2)^7 : 2^{12} = 2^5 \cdot 2^{14} : 2^{12} = 2^{5+14-12} = 2^7$ |
| b) $(-3)^3 \cdot (-3)^5 : (-3)^6 = (-3)^{3+5-6} = (-3)^2$ |
| c) $3^5 \cdot (3^4 \cdot 3^3)^6 = 3^5 \cdot (3^7)^6 = 3^5 \cdot 3^{42} = 3^{47}$ |
| d) $(5^6 : 5^3)^7 : (5^5 \cdot 5)^3 = (5^3)^7 : (5^6)^3 = 5^{21} : 5^{18} = 5^3$ |
| e) $(7^2)^3 \cdot 7^5 : 7^7 = 7^6 \cdot 7^5 : 7^7 = 7^{6+5-7} = 7^4$ |
| f) $2^{10} : (2^2)^4 \cdot 2^7 \cdot (2^5 \cdot 2)^3 = 2^{10} : 2^8 \cdot 2^7 \cdot (2^6)^3 = 2^2 \cdot 2^7 \cdot 2^{18} = 2^{27}$ |

67. Reduce a una sola potencia.

a) $a^3 \cdot (a^5 \cdot a^4)^6$

c) $a^9 : (a^{12} : a^4)$

b) $(a^2 \cdot a^3)^4 : a^{17}$

d) $a^2 \cdot (a^3 \cdot a^2)^2$

a) $a^3 \cdot (a^5 \cdot a^4)^6 = a^3 \cdot (a^9)^6 = a^3 \cdot a^{54} = a^{57}$

c) $a^9 : (a^{12} : a^4) = a^9 : a^8 = a$

b) $(a^2 \cdot a^3)^4 : a^{17} = (a^5)^4 : a^{17} = a^{20} : a^{17} = a^3$

d) $a^2 \cdot (a^3 \cdot a^2)^2 = a^2 \cdot (a^5)^2 = a^2 \cdot a^{10} = a^{12}$

68. Factoriza las bases de las potencias y opera las que tengan la misma base.

a) $24^5 : 12^4$

c) $40^5 : 8^4 \cdot 5^6$

b) $100^5 \cdot (5^2)^2$

d) $27^6 \cdot 2^5 : 54^4$

a) $24^5 : 12^4 = (2^3 \cdot 3)^5 : (2^2 \cdot 3)^4 = (2^{15} \cdot 3^5) : (2^8 \cdot 3^4) = 2^7 \cdot 3$

b) $100^5 \cdot (5^2)^2 = (2^2 \cdot 5^2)^5 \cdot 5^4 = 2^{10} \cdot 5^{10} \cdot 5^4 = 2^{10} \cdot 5^{14}$

c) $40^5 : 8^4 \cdot 5^6 = (2^3 \cdot 5)^5 : (2^3)^4 \cdot 5^6 = 2^{15} \cdot 5^5 : 2^{12} \cdot 5^6 = 2^3 \cdot 5^{11}$

d) $27^6 \cdot 2^5 : 54^4 = (3^3)^6 \cdot 2^5 : (2 \cdot 3^3)^4 = 3^{18} \cdot 2^5 : (2^4 \cdot 3^{12}) = 3^6 \cdot 2$

69. Escribe como una sola potencia y después calcula el resultado.

a) $[(-2)^2 \cdot (-2)^4] : (-2)^5$

d) $[3^3 \cdot (3^2)^5]^2 : (3^6)^4$

b) $(8^3 : 4^3) : (6^2 : 3^2)$

e) $(27 \cdot 3^4) : (3^3)^2$

c) $(-2)^4 \cdot [(-8)^2 : (-4)^2]$

f) $(-25)^3 \cdot 5^4 : 5^2$

a) $[(-2)^2 \cdot (-2)^4] : (-2)^5 = (-2)^6 : (-2)^5 = -2$

b) $(8^3 : 4^3) : (6^2 : 3^2) = 2^3 : 2^2 = 2$

c) $(-2)^4 \cdot [(-8)^2 : (-4)^2] = (-2)^4 \cdot 2^2 = 2^4 \cdot 2^2 = 2^6$

d) $[3^3 \cdot (3^2)^5]^2 : (3^6)^4 = [3^3 \cdot 3^{10}]^2 : 3^{24} = [3^{13}]^2 : 3^{24} = 3^{26} : 3^{24} = 3^2$

e) $(27 \cdot 3^4) : (3^3)^2 = (3^3 \cdot 3^4) : (3^3)^2 = 3^7 : 3^6 = 3$

f) $(-5^2)^3 \cdot 5^4 : 5^2 = -5^6 \cdot 5^4 : 5^2 = -5^8$

70. Calcula la raíz cuadrada exacta.

a) 100

b) 144

c) 10 000

d) 256

a) 10

b) 12

c) 100

d) 16

71. Al calcular las raíces cuadradas exactas de varios números se han obtenido los resultados que aparecen a continuación. ¿Cuáles eran esos números?

a) 24

c) 30

e) 50

b) 27

d) 36

f) 81

a) 576

c) 900

e) 2500

b) 729

d) 1296

f) 6561

72. Actividad resuelta

73. Halla la raíz cuadrada entera de los siguientes números, indicando el resto en cada caso.

a) 77

d) 125

b) 99

e) 918

c) 101

f) 1000

a) Raíz entera: 8. Resto: 13

d) Raíz entera: 11. Resto: 4

b) Raíz entera: 9. Resto: 18

e) Raíz entera: 30. Resto: 18

c) Raíz entera: 10. Resto: 1

f) Raíz entera: 31. Resto: 39

74. Actividad resuelta

75. Halla el número conociendo su raíz cuadrada entera y su resto.

- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| a) Raíz = 20; resto = 10 | c) Raíz = 35; resto = 19 |
| b) Raíz = 12; resto = 10 | d) Raíz = 48; resto = 47 |
| a) $20^2 + 10 = 410$ | c) $35^2 + 19 = 1244$ |
| b) $12^2 + 10 = 154$ | d) $48^2 + 47 = 2351$ |

76. Observa los cuadrados de los números comprendidos entre 0 y el 9.

- a) ¿En qué cifras terminan?
 b) Calcula los cuadrados de 14, 24, 34 y 44. ¿En qué acaban los cuadrados de los números terminados en 4? ¿Y los de los números terminados en 7?
 c) ¿Qué terminaciones puede tener un cuadrado perfecto?
 d) ¿Puede ser 31 629 377 un cuadrado perfecto?
- a) Terminan en 0, 1, 4, 9, 6, 5, 6, 9, 4, 1, respectivamente.
 b) $14^2 = 196$; $24^2 = 576$; $34^2 = 1156$; $44^2 = 1936$. Terminan en 6, igual que el cuadrado de 4. El cuadrado de un número terminado en 7 acaba en 9.
 c) 0, 1, 4, 5, 6 o 9.
 d) No, ya que termina en 7.

77. Sin realizar la operación, indica en qué cifra acaban los siguientes cuadrados.

- | | | |
|-----------|------------|----------------|
| a) 70^2 | c) 123^2 | e) 455^2 |
| b) 89^2 | d) 224^2 | f) $87\ 368^2$ |
| a) En 0 | c) En 9 | e) En 5 |
| b) En 1 | d) En 6 | f) En 4 |

78. Indica cuáles de los siguientes números son cuadrados perfectos, razonando la respuesta.

- | | |
|--|---|
| a) 15 | c) 484 |
| b) 10 000 | d) 99 |
| a) No lo es, ya que $3^2 < 15 < 4^2$ | c) $484 = 22^2$ es un cuadrado perfecto |
| b) $10\ 000 = 100^2$ es un cuadrado perfecto | d) No lo es, ya que $9^2 < 99 < 10^2$ |

79. Escribe todos los números cuya raíz cuadrada (exacta o entera) vale 17. Indica en cada caso cuál es el resto de la raíz.

$17^2 = 289$. Los números cuya raíz cuadrada exacta o entera vale 17 van desde 289 hasta $289 + 2 \cdot 17 = 323$. Sus restos son, respectivamente, 0, 1, 2, ..., 34.

80. Actividad resuelta

81. Resuelve las siguientes operaciones combinadas.

- | | |
|---|--|
| a) $3^2 + 4 \cdot 5 - \sqrt{36}$ | d) $[2 \cdot (-4^2 - 3^2)] \cdot (-5)$ |
| b) $-3^4 + (4 - 5 \cdot 2)^2$ | e) $[\sqrt{5^2} \cdot (-1)^3 + 3]^2 - 28 : (-2^2)$ |
| c) $3 \cdot (4^2 - 3^2) : (-\sqrt{49})$ | f) $(-(-10^2)^3)^1 : (11^4 \cdot 11^2)$ |
- a) $3^2 + 4 \cdot 5 - \sqrt{36} = 9 + 20 - 6 = 23$
 b) $-3^4 + (4 - 5 \cdot 2)^2 = -81 + (4 - 10)^2 = -81 + (-6)^2 = -81 + 36 = -45$
 c) $3 \cdot (4^2 - 3^2) : (-\sqrt{49}) = 3 \cdot (16 - 9) : (-7) = 3 \cdot 7 : (-7) = -3$
 d) $[2 \cdot (-4^2 - 3^2)] \cdot (-5) = [2 \cdot (-16 - 9)] \cdot (-5) = [2 \cdot (-25)] \cdot (-5) = -50 \cdot (-5) = 250$
 e) $[\sqrt{5^2} \cdot (-1)^3 + 3]^2 - 28 : (-2^2) = [5 \cdot (-1) + 3]^2 - 28 : (-4) = [-5 + 3]^2 + 7 = (-2)^2 + 7 = 4 + 7 = 11$
 f) $(-(-10^2)^3)^1 : (11^4 \cdot 11^2) = (-10^6) : 11^6 = (10 : 11)^6$

82. Realiza las siguientes operaciones.

a) $(10^2 + 11^2 + 12^2) : (13^2 + 14^2)$

c) $(-2)^3 + (-2^3) - (-2^4) - (-2)^4$

b) $(3^2 + 4^2 + 3^2 \cdot 4^2) : (5 - 2 \cdot 3^2)$

d) $16 - 3 \cdot 2^2 - (-2)^2 \cdot [6 \cdot 2^0 - (3 - 5)^2]$

a) $(10^2 + 11^2 + 12^2) : (13^2 + 14^2) = (100 + 121 + 144) : (169 + 196) = 365 : 365 = 1$

b) $(3^2 + 4^2 + 3^2 \cdot 4^2) : (5 - 2 \cdot 3^2) = (9 + 16 + 9 \cdot 16) : (5 - 2 \cdot 9) = (25 + 144) : (5 - 18) = 169 : (-13) = -13$

c) $(-2)^3 + (-2^3) - (-2^4) - (-2)^4 = -8 - 8 - (-16) - 16 = -16$

d) $16 - 3 \cdot 2^2 - (-2)^2 \cdot [6 \cdot 2^0 - (3 - 5)^2] = 16 - 3 \cdot 4 - 4 \cdot [6 \cdot 1 - (-2)^2] = 16 - 12 - 4 \cdot (6 - 4) = 4 - 4 \cdot 2 = 4 - 8 = -4$

83. Resuelve las operaciones siguientes.

a) $5 - 7 \cdot (-1)^3 + \sqrt{(-1)^4} + 2 \cdot 5$

c) $\sqrt{2^2} - 3 \cdot (-2)^2 \cdot 5 + 4^3 : 2^4$

b) $3^2 - 2^2 \cdot [5 - 3 \cdot (-1)^5]$

d) $\sqrt{16} - 3 \cdot 2^2 - (-2)^0 \cdot [3 \cdot 2^2 - (5 - 3)^2]$

a) $5 - 7 \cdot (-1)^3 + \sqrt{(-1)^4} + 2 \cdot 5 = 5 - 7 \cdot (-1) + \sqrt{1} + 10 = 5 + 7 + 1 + 10 = 23$

b) $3^2 - 2^2 \cdot [5 - 3 \cdot (-1)^5] = 9 - 4 \cdot [5 - 3 \cdot (-1)] = 9 - 4 \cdot (5 + 3) = 9 - 4 \cdot 8 = 9 - 32 = -23$

c) $\sqrt{2^2} - 3 \cdot (-2)^2 \cdot 5 + 4^3 : 2^4 = \sqrt{4} - 3 \cdot 4 \cdot 5 + 64 : 16 = 2 - 60 + 4 = -54$

d) $\sqrt{16} - 3 \cdot 2^2 - (-2)^0 \cdot [3 \cdot 2^2 - (5 - 3)^2] = 4 - 3 \cdot 4 - 1 \cdot [3 \cdot 4 - 2^2] = 4 - 12 - (12 - 4) = 4 - 12 - 8 = -16$

84. En estas operaciones faltan algunos números. Cópialas en tu cuaderno y complétalas.

a) $\bullet^3 - 5 \cdot 2^2 = 8 - \bullet = \bullet$

c) $\bullet^5 - (-\bullet^2) = -1 - \bullet = 8$

b) $\sqrt{\square - 20} = 4$

d) $\sqrt{24 + 37^\bullet} = \sqrt{25} = \bullet$

a) $2^3 - 5 \cdot 2^2 = 8 - 20 = -12$

c) $(-1)^5 - (-3^2) = -1 - (-9) = 8$

b) $\sqrt{6^2 - 20} = 4$

d) $\sqrt{24 + 37^0} = \sqrt{25} = 5$

85. ¿Cuántos números naturales tienen como cuadrado 16? ¿Y cuántos números enteros?

Naturales: 4. Enteros: 4 y -4.

86. Si un número acaba en 12, ¿cuáles serán las dos últimas cifras de su cuadrado? Averígualo elevando al cuadrado varios números terminados en 12.

$12^2 = 144$, $112^2 = 12544$, $212^2 = 44944$... Termina en 44.

87. El cuadrado de la suma de dos números no es igual a la suma de los cuadrados de ambos. Compruébalo con algunos ejemplos.

Respuesta libre. Por ejemplo, $(3 + 4)^2 = 7^2 = 49$ y $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$.

88. Los cuadrados de los números que acaban en 5 son fáciles de obtener mentalmente. Para calcularlos, se siguen los siguientes pasos:

- Se toma el número quitando la última cifra, el 5.
- Se multiplica por el número siguiente.
- Se añade al final la terminación 25.

Por ejemplo, 35^2 se halla multiplicando $3 \cdot 4 = 12$ y añadiendo la terminación 25; es decir, $35^2 = 1225$.

a) Calcula mentalmente estos cuadrados: 25^2 , 45^2 , 75^2 , 85^2 , 105^2 , 1005^2 .

b) El número 4225 tiene raíz cuadrada exacta. ¿Podrías hallarla mentalmente?

a) $25^2 \rightarrow 2 \cdot 3 = 6 \rightarrow 625$; $45^2 \rightarrow 4 \cdot 5 = 20 \rightarrow 2025$; $75^2 \rightarrow 7 \cdot 8 = 56 \rightarrow 5625$; $85^2 \rightarrow 8 \cdot 9 = 72 \rightarrow 7225$; $105^2 \rightarrow 10 \cdot 11 = 110 \rightarrow 11025$; $1005^2 \rightarrow 100 \cdot 101 = 10100 \rightarrow 1010025$

b) Como $42 = 6 \cdot 7$, la raíz de 4225 es 65.

89. Actividad resuelta

90. Comprueba si los siguientes números tienen raíz cuadrada exacta factorizándolos.

- a) 256 b) 72 c) 2401 d) 512

- a) $256 = 2^8 = (2^4)^2 = 16^2$, su raíz cuadrada exacta es 16.
 b) $72 = 2^3 \cdot 3^2$, no tiene raíz cuadrada exacta, hay un exponente impar.
 c) $2401 = 7^4 = (7^2)^2 = 49^2$, su raíz cuadrada exacta es 49.
 d) $512 = 2^9$, no tiene raíz cuadrada exacta, el exponente es impar.

91. Un cubo perfecto es un número que es igual al cubo de otro. Por ejemplo, 8 es un cubo perfecto, ya que $8 = 2^3$.

- a) Escribe los 10 primeros cubos perfectos.
 b) ¿Alguno de ellos es un cuadrado perfecto?
 a) 1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729, 1000
 b) Sí: 1, 64 y 729

92. ¿Es posible encontrar algún número primo que tenga raíz cuadrada exacta? Justifícalo.

No. Si un número tiene raíz cuadrada exacta se puede escribir como el cuadrado de otro, y por tanto no es primo.

93. Al hallar $(2^4 \cdot 5^2)^3$ se obtiene un número cuya raíz cuadrada es exacta. ¿Cuánto vale esa raíz?

$$(2^4 \cdot 5^2)^3 = 2^{12} \cdot 5^6 = (2^6 \cdot 5^3)^2. \text{ La raíz es } 2^6 \cdot 5^3 = 8000$$

94. Unos caramelos vienen en envases de 10. A su vez, estos envases se empaquetan en cajas de 10 unidades, y estas cajas se almacenan en contenedores con capacidad para 10 cajas. ¿Cuántos caramelos hay en total en un contenedor?

Hay $10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$ caramelos.

95. Una caja contiene ocho packs de botes de refrescos, y cada pack está formado por ocho botes. Expresa el número total de botes de las siguientes formas:

- a) Usando potencias de 8.
 b) Usando potencias de 2.
 c) Usando potencias de 4.

En total hay 64 botes.

- a) 8^2 b) 2^6 c) 4^3

96. Los alumnos de una clase se han colocado formando un cuadrado con cinco alumnos en cada fila y han sobrado 3. ¿Cuántos alumnos hay?

Hay $5^2 + 3 = 25 + 3 = 28$ alumnos.

97. Silvia se entera de un rumor, y al minuto se lo ha contado a 2 amigos, con lo que en total hay 3 personas que lo saben. Un minuto después, cada una se lo ha contado a otras dos personas distintas, así que ya lo saben en total 9 personas. Cada una de ellas hace lo mismo, y así sucesivamente.

- a) ¿Cuántas personas conocerán el rumor a los 5 min?
 b) ¿Cuántas lo sabrán a los 60 min? Exprésalo como potencia. Ayúdate de la tabla para contestar a estas preguntas:

Tiempo transcurrido (en minutos)	0	1	2	5	60	n
N.º de personas que lo saben	1	3	9	•	•	•

- a) Lo conocerán $3^5 = 243$ personas.
 b) Lo conocerán 3^{60} personas.

Tiempo transcurrido (en minutos)	0	1	2	5	60	n
N.º de personas que lo saben	1	3	9	243	3^{60}	3^n

98. Problema resuelto

99. David tiene 12 camisetas y 12 pantalones, distintos. ¿De cuántas formas puede vestirse combinando una camiseta y un pantalón?

De $12 \cdot 12 = 144$ formas.

100. En informática, 1 GB equivale a 2^{10} MB. Si un lápiz de memoria tiene 32 GB, ¿cuántos MB son?

- A. 2^{15} B. 2^{50} C. 4^{15} D. 4^{50}

A. 2^{15} , ya que $32 \text{ GB} = 32 \cdot 2^{10} \text{ MB} = 2^5 \cdot 2^{10} \text{ MB} = 2^{15} \text{ MB}$

101. Juan participa en el desfile de carnaval. Su comparsa forma 9 filas de 6 personas cada una.

a) ¿Podrían desfilar formando un cuadrado, sin que sobrara nadie? Si no es así, ¿cuántas personas sobrarían?

b) ¿Cuántas personas más necesitarían para formar un cuadrado?

a) Son $9 \cdot 6 = 54$ personas. La raíz de 54 no es exacta, su raíz entera es 7 y el resto vale 5. Sobran 5 personas.

b) El siguiente cuadrado perfecto es $8^2 = 64$. Faltarían 10 personas.

102. Un contenedor tiene forma cúbica y su arista mide 120 cm. En su interior se apilan cajas de forma cúbica de 10 centímetros de arista.

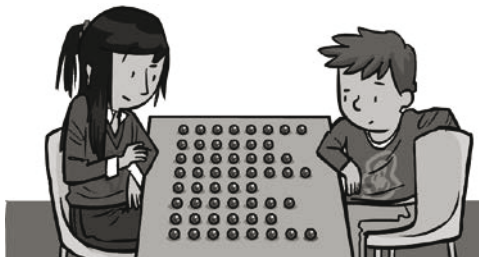
a) ¿Cuántas cajas se necesitan para hacer una torre de la misma altura del contenedor?

b) ¿Cuántas cajas serán necesarias para rellenar completamente el contenedor?

a) Apilando $120 : 10 = 12$ cajas una encima de otra se tendría una torre de la altura del contenedor.

b) Harían falta $12 \cdot 12 \cdot 12 = 12^3 = 1728$ cajas.

103. Elena cuenta sus canicas. Para hacerlo, las coloca en filas. Su hermano menor intenta ayudar, pero no coloca en todas las filas el mismo número de canicas. El resultado es el siguiente:



a) ¿Cuántas canicas tiene?

b) ¿Se pueden volver a colocar todas las canicas formando un cuadrado?

c) ¿Cuál es la raíz cuadrada entera del número de canicas? ¿Y el resto?

d) ¿Cuál es el número mínimo de canicas que habría que añadir para formar un cuadrado?

a) Tiene 55 canicas.

b) No, 55 no es un cuadrado exacto.

c) La raíz entera es 7, y el resto es 6.

d) Debe añadir al menos 9 canicas.

104. Un póster cuadrado mide 8100 cm^2 . ¿Cuánto mide su lado? ¿Y su perímetro?

El lado se averigua hallando la raíz cuadrada de 8100, que es 90. Mide 90 cm de lado y $90 \cdot 4 = 360$ cm de perímetro.

105. Jesús tiene colocados todos sus cromos formando un cuadrado de 13 cromos de lado. Un amigo se ha llevado varios cromos, de forma que el número que queda tiene raíz entera 12 y resto 8. ¿Cuántos cromos se llevó su amigo?

Se llevó $13^2 - (12^2 + 8) = 169 - 152 = 17$ cromos.

106. Una de las preguntas de un concurso televisivo es el año del descubrimiento de América. El concursante no lo recuerda y el presentador le da unas pistas.

– Su raíz cuadrada entera es 38, y le faltan 29 años para ser un cuadrado perfecto.

– ¡Pues vaya ayuda! – piensa el concursante

Con estas pistas, ¿serías capaz de averiguar el año?

Si al sumar 29 se obtiene el siguiente cuadrado perfecto, que es $39^2 = 1521$, el año buscado es $1521 - 29 = 1492$.

107. Un cuadrado está formado por 64 puntos.

a) ¿Cuántos puntos habría que quitar para formar un cuadrado cuyo lado tuviera 3 puntos menos?

b) ¿Y cuántos habría que añadir para formar un cuadrado cuyo lado tuviera 3 puntos más?

a) El cuadrado tiene 8 puntos de lado. Para tener $5^2 = 25$ puntos, sobran $64 - 25 = 39$ puntos.

b) Para llegar a uno de lado 11, con $11^2 = 121$ puntos, faltan $121 - 64 = 57$ puntos.

108. La raíz cuadrada exacta de un número es 63. ¿Cuántas unidades como mínimo habrá que sumarle para obtener otro cuya raíz cuadrada sea exacta?

Para llegar a 64^2 faltan $64^2 - 63^2 = 4096 - 3969 = 127$ unidades.

109. ¿A qué número hay que elevar 4^4 para obtener 8^8 ?

A. 2

B. 3

C. 4

D. 8

B. 3. $4^4 = 2^8$ y $8^8 = 2^{24}$

110. ¿Cuál es el valor de $\sqrt{2^4 + \sqrt{3^4}}$?

A. 4

B. 20

C. 5

D. 97

C. 5. $\sqrt{2^4 + \sqrt{3^4}} = \sqrt{2^4 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$

111. ¿Cuántas cifras tiene el número $5^{17} \cdot 4^9$?

A. 3

B. 5

C. 17

D. 18

D. $5^{17} \cdot 4^9 = 5^{17} \cdot 2^{18} = 2 \cdot (5 \cdot 2)^{17} = 2 \cdot 10^{17}$, tiene 18 cifras.

112. Si m y n son dos números enteros positivos, ¿cuál es el menor valor de m para el que se cumple que $2940 \cdot m = n^2$?

A. 3

B. 5

C. 15

D. 30

Como $2940 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7^2$, para llegar a un cuadrado perfecto falta un 3 y un 5, es decir, hay que multiplicar por 15. La respuesta correcta es la C.

113. María y Esteban tienen algunos euros. María tiene más que Esteban, de hecho, el número de euros que tiene Esteban es la raíz cuadrada del doble del número de euros que tiene María. Si entre los dos tienen más de 80 €, ¿cuánto tiene, como poco, María?

A. 128

B. 98

C. 72

D. 50

C. 72 Como mínimo tiene 72 €. $72 + \sqrt{72 \cdot 2} = 72 + \sqrt{144} = 72 + 12 = 84$.

114. ¿Cuántos enteros positivos verifican que su cuadrado es un factor de 2000?

- A. 3 B. 6 C. 10 D. 12
- B. $6. 2\ 000 = 2^4 \cdot 5^3$. Los cuadrados que dividen a 2000 son $1, 2^2, 2^4, 5^2, (2 \cdot 5)^2$ y $(2^2 \cdot 5)^2$.

115. Algunas de estas igualdades no son ciertas. Averigua cuáles son y corrige el resultado.

- a) $10^2 + 5^2 = 15^2$ e) $\sqrt{10^2 - 6^2} = 10 - 6$
 b) $3^2 \cdot 5^2 = 15^2$ f) $\sqrt{5^2} + \sqrt{4^2} = 5 + 4$
 c) $7^4 \cdot 7^4 = 14^4$ g) $(2^3)^3 = 2^6$
 d) $(7 + 7)^2 = 7^2 + 7^2$ h) $\sqrt{3^4} = 3^{4:2}$
- a) $10^2 + 5^2 = 15^2$ Falsa. $10^2 + 5^2 = 100 + 25 = 125$, y $15^2 = 225$
 b) $3^2 \cdot 5^2 = 15^2$ Cierta
 c) $7^4 \cdot 7^4 = 14^4$ Falsa. $7^4 \cdot 7^4 = 49^4$
 d) $(7 + 7)^2 = 7^2 + 7^2$ Falsa. $(7 + 7)^2 = 14^2 = 196$ y $7^2 + 7^2 = 49 + 49 = 98$
 e) $\sqrt{10^2 - 6^2} = 10 - 6$ Falsa. $\sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8$ y $10 - 6 = 4$
 f) $\sqrt{5^2} + \sqrt{4^2} = 5 + 4$ Cierta
 g) $(2^3)^3 = 2^6$ Falsa. $(2^3)^3 = 2^9$
 h) $\sqrt{3^4} = 3^{4:2}$ Cierta

116. Victoria ha encontrado una forma de calcular la raíz de una diferencia. Para hacerlo, se ha fijado en un par de ejemplos:

$$\sqrt{10^2 - 6^2} = (10 + 6) : 2 = 8$$

$$\sqrt{5^2 - 3^2} = (5 + 3) : 2 = 4$$

- a) Comprueba las dos igualdades anteriores.
 b) ¿Se podrá hallar la raíz de cualquier diferencia de dos cuadrados de esta forma? Compruébalo.
- a) $\sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8$ y $\sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4$. Los resultados coinciden.
 b) No se puede hallar así. Por ejemplo, $\sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} = 3$ y $(5 + 4) : 2 = 4,5$.
 Otro ejemplo: $\sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{100 - 64} = \sqrt{36} = 6$, pero $(10 + 8) : 2 = 18 : 2 = 9$

PONTE A PRUEBA

El carbono 14

Problema resuelto

El mensaje

Imagina que quieres distribuir una información y eliges alguna de las redes sociales de Internet. Mandas la información a todos tus contactos (20 personas) a las 10.00 y cada una de estas personas reenvía tu mensaje a todos sus contactos en el plazo de una hora, y así sucesivamente. Como habrá contactos repetidos, supón que cada persona tiene 10 contactos nuevos.

1. ¿Cuántas personas habrán recibido la información a las 13.00? ¿Y a las 14.00?

Hora	10.00	11.00	12.00	13.00	14.00
N.º de personas	20	$20 \cdot 10 = 2 \cdot 10^2$	$20 \cdot 10 \cdot 10 = 2 \cdot 10^3$	• • •	• • •

2. ¿Cuánto tiempo debe pasar para que 2 000 000 personas hayan recibido tu mensaje?

A. 3 h

B. 4 h

C. 5 h

D. 6 h

3. Si suponemos que en la Tierra hay 6000 millones de personas, ¿a qué hora habrá llegado el mensaje a todas las personas del mundo, si todas usan la misma red social?

4. Y si los mensajes se hubieran reenviado en el plazo de media hora, ¿a qué hora hubiera llegado a todas las personas del mundo?

A. En la mitad de tiempo

B. En la cuarta parte de tiempo

C. En el doble de tiempo

D. En la décima parte de tiempo

1. Completamos la tabla de los mensajes nuevos que llegan cada hora:

Hora	13.00	14.00
N.º de personas	$20 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 2 \cdot 10^4$	$20 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 2 \cdot 10^5$

A las 13:00 el mensaje habrá llegado a $20 + 200 + 2000 + 20\ 000 = 22\ 220$ personas, y a las 14:00, a 222 220.

2. C. 5 horas

3. A las 18.00 habría llegado a $2 \cdot 10 + 2 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^5 + 2 \cdot 10^6 + 2 \cdot 10^7 + 2 \cdot 10^8 = 222\ 222\ 220$. A las 20.00 habría llegado a 22 222 222 220. Entre las 19.00 y las 20.00 llegaría a todo el mundo.

4. Habrían pasado el mismo número de períodos, pero de la mitad de tiempo. La respuesta correcta es A.

Números grandes

Cuando trabajamos con números muy grandes, suele ser útil utilizar potencias de 10. Por ejemplo, hay 14 348 907 formas de rellenar una quiniela. Para hacernos una idea, podemos redondear el número a 14 000 000, 14 millones, o $14 \cdot 10^6$. El uso de potencias de 10 permite estimar de forma sencilla la relación entre dos números muy grandes y operar con ellos.

1. En 2011 la población terrestre llegó a los siete mil millones de habitantes. Expresa ese número usando potencias de 10.

$$7 \cdot 10^9$$

2. Según los especialistas, el peso medio de un ser humano es de algo más de 60 kg. ¿Cuánto pesan todos los habitantes de la Tierra?

$$60 \cdot 7 \cdot 10^9 = 42 \cdot 10^{10} \text{ (en notación científica, } 4,2 \cdot 10^{11}\text{)}$$

3. Si la Tierra pesa unos $6 \cdot 10^{24}$ kg, ¿a cuántos humanos equivale?

$$6 \cdot 10^{24} : 60 = 10^{23}. \text{ Equivale a } 10^{23} \text{ humanos.}$$

4. ¿Cuál es la masa de Marte si es, aproximadamente, la décima parte de la masa de la Tierra?
- A. $6 \cdot 10^{14}$ B. $6 \cdot 10^{23}$ C. $6 \cdot 10^{25}$ D. $6 \cdot 10^{22}$
 B. $6 \cdot 10^{23}$

5. Para calcular de forma aproximada el valor de algunas potencias, es conveniente compararlas con potencias de 10. Por ejemplo:

$$2^{10} = 1024 \text{ se puede aproximar por } 1000 = 10^3$$

$$2^{20} = (2^{10})^2 = 1\,048\,576 \Rightarrow 1000^2 = 1\,000\,000$$

¿A qué potencia de base 2 se aproxima el peso de todos los habitantes de la Tierra?

- A. 2^{10} B. 2^{30} C. 2^{39} D. 2^{40}

2^{30} se aproxima a 10^9 . La respuesta correcta es C.

6. Una bacteria se divide en dos cada minuto. Dentro de 64 minutos, habrá 2^{64} bacterias. Halla el número aproximado (descompón $2^{64} = 2^{60} \cdot 2^4$).

Como $2^{64} = 2^{60} \cdot 2^4 = (2^{10})^6 \cdot 16$, con la aproximación anterior se obtiene que hay unas $16 \cdot 10^{18}$ bacterias, es decir, unos 16 trillones.

AUTOEVALUACIÓN

1. Indica la base y el exponente de estas potencias y calcula el resultado.

- a) 2^7 b) 3^6 c) 3^4 d) 1^{53}
- a) Base: 2. Exponente: 7. Resultado: 128
 b) Base: 3. Exponente: 6. Resultado: 729
 c) Base: 3. Exponente: 4. Resultado: 81
 d) Base: 1. Exponente: 53. Resultado: 1

2. Copia y completa las siguientes expresiones.

- a) $3^4 = 81$ c) $10^4 = 10\ 000$
 b) $(-2)^5 = -32$ d) $5^0 = 1$
 a) $3^4 = 81$ c) $10^4 = 10\ 000$ o $(-10)^4 = 10\ 000$
 b) $(-2)^5 = -32$ d) $5^0 = 1$

3. Expresa como producto o cociente de potencias.

- a) $(5 \cdot 7)^3$ c) $[(-2) \cdot 7 \cdot (-2)]^5$
 b) $(42 : 7)^6$ d) $[(-18) : 2]^4$
 a) $(5 \cdot 7)^3 = 5^3 \cdot 7^3$ c) $[(-2) \cdot 7 \cdot (-2)]^5 = (-2)^5 \cdot 7^5 \cdot (-2)^5 = (-2)^{10} \cdot 7^5$
 b) $(42 : 7)^6 = 42^6 : 7^6$ d) $[(-18) : 2]^4 = (-18)^4 : 2^4$

4. Realiza las siguientes operaciones utilizando las propiedades de las potencias.

- a) $2^2 \cdot 2^4 \cdot 2^5$ c) $2^{100} : 2^{97}$ e) $(2^5)^2$
 b) $(-3)^2 \cdot (-3)^3$ d) $(-4)^3 : (-4)$ f) $(-2^2)^5$
 a) $2^2 \cdot 2^4 \cdot 2^5 = 2^{11}$ c) $2^{100} : 2^{97} = 2^3$ e) $(2^5)^2 = 2^{10}$
 b) $(-3)^2 \cdot (-3)^3 = (-3)^5$ d) $(-4)^3 : (-4) = (-4)^2$ f) $(-2^2)^5 = -2^{10}$

5. Factoriza y opera usando las propiedades de las potencias.

- a) $(12^3 \cdot 2)^2 : 2^{12}$ c) $16^3 : 8^3 \cdot 2^3$
 b) $400^3 \cdot 100^2 : 200^5$ d) $(-16)^3 : [2^3 \cdot (-4)^4]$
 a) $(12^3 \cdot 2)^2 : 2^{12} = [(2^2 \cdot 3)^3 \cdot 2]^2 : 2^{12} = [2^6 \cdot 3^3 \cdot 2]^2 : 2^{12} = [2^7 \cdot 3^3]^2 : 2^{12} = 2^{14} \cdot 3^6 : 2^{12} = 2^2 \cdot 3^6 = 2916$
 b) $400^3 \cdot 100^2 : 200^5 = 4^3 \cdot 100^3 \cdot 100^2 : (2 \cdot 100)^5 = 4^3 \cdot 100^5 : (2 \cdot 100)^5 = 2^6 : 2^5 = 2$
 c) $16^3 : 8^3 \cdot 2^3 = (16 : 8 \cdot 2)^3 = (2^2)^3 = 2^6 = 64$
 d) $(-16)^3 : [2^3 \cdot (-4)^4] = (-2^4)^3 : [2^3 \cdot (-2^2)^4] = -2^{12} : [2^3 \cdot (-2^8)] = -2^{12} : 2^{11} = -2$

6. Entre los siguientes números, ¿cuáles son cuadrados perfectos? Cópialos en tu cuaderno y justifica tu respuesta.

36, 55, 81, 101, 120, 144, 169, 194, 200, 225

$36 = 6^2$ $81 = 9^2$ $144 = 12^2$ $169 = 13^2$ $225 = 15^2$

7. Halla la raíz cuadrada de los siguientes números. Indica cuál es el resto si la raíz cuadrada no es exacta.

- a) 61 b) 196 c) 420 d) 6400
- a) Raíz entera: 7. Resto: 12 c) Raíz entera: 20. Resto: 20
 b) Raíz exacta: 14 d) Raíz exacta: 80

8. El número 7000 está entre 80^2 y 90^2 . Halla su raíz entera y su resto.

Raíz entera: 83. Resto: $7000 - 83^2 = 111$

9. Un pastelero coloca sus 130 pasteles en una bandeja, formando el mayor cuadrado posible.

a) ¿Cuántos sobrarán?

b) ¿Cuántos más tendrá que preparar para formar un cuadrado que tenga 3 pasteles más de lado?

a) El cuadrado inmediatamente inferior es $11^2 = 121$. Sobran 9.

b) Para un cuadrado de 14 pasteles de lado necesita $14^2 - 130 = 196 - 130 = 66$

10. Realiza las siguientes operaciones combinadas.

a) $5^2 - 2^2 \cdot \sqrt{4^2 + 9}$

c) $\sqrt{4 - 3 \cdot (\sqrt{4^3} - 7)}$

b) $(5 - 2)^2 - 3^2 \cdot (-2^2 \cdot 2)^3$

d) $-(-3^2)^2 \cdot (-2)^4 : 6^3 + 4^3$

a) $5^2 - 2^2 \cdot \sqrt{4^2 + 9} = 25 - 4 \cdot \sqrt{16 + 9} = 25 - 4 \cdot \sqrt{25} = 25 - 4 \cdot 5 = 25 - 20 = 5$

b) $(5 - 2)^2 - 3^2 \cdot (-2^2 \cdot 2)^3 = 3^2 - 9 \cdot (-2^3)^3 = 9 - 9 \cdot (-2^9) = 9 - 9 \cdot (-512) = 9 + 4608 = 4617$

c) $\sqrt{4 - 3 \cdot (\sqrt{4^3} - 7)} = \sqrt{4 - 3 \cdot (\sqrt{64} - 7)} = \sqrt{4 - 3 \cdot (8 - 7)} = \sqrt{4 - 3 \cdot 1} = \sqrt{4 - 3} = 1$

d) $-(-3^2)^2 \cdot (-2)^4 : 6^3 + 4^3 = -3^4 \cdot 2^4 : (2 \cdot 3)^3 + 4^3 = -3^4 \cdot 2^4 : (2^3 \cdot 3^3) + 64 = -3 \cdot 2 + 64 = -6 + 64 = 58$