MATEMÁTICAS ORIENTADAS A LAS ENSEÑANZAS ACADÉMICAS
3.º ESO

somoslink

SOLUCIONES AL LIBRO DEL ALUMNO

UNIDAD 9. PROBABILIDAD

Unidad 9. Probabilidad

SOLUCIONES PÁG. 183

1 Completa en tu cuaderno las siguientes frases con el término que consideres más adecuado:

aleatorios – espacio muestral – deterministas – siempre – suceso elemental

a. Los experimentos se clasifican en aleatorios **y** deterministas**.**

b. En los experimentos deterministas siempre **sabemos cuál será el resultado.**

c. El conjunto de los resultados que se pueden obtener al realizar un experimento aleatorio se denomina espacio muestral**.**

d. Cada uno de los elementos que forma el espacio muestral en un experimento aleatorio se denomina suceso elemental**.**

2 Indica si estas acciones son experimentos aleatorios o deterministas:

a. Extraer una carta de una baraja.

Aleatorio, porque no es posible predecir el resultado antes de realizarlo.

b. Adivinar un número elegido al azar por un compañero.

Aleatorio, porque no es posible predecir el resultado antes de realizarlo.

c. Teclear el pin de un teléfono móvil.

Determinista, porque sí es posible predecir el resultado antes de realizarlo.

3 Indica el espacio muestral y un suceso elemental en los siguientes experimentos aleatorios:

a. Lanzar un dado dodecaedro numerado del 1 al 12.

E = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12}. Respuesta abierta, por ejemplo: {3}.

b. Adivinar con las hojas de una margarita si alguien nos quiere o no.

E = {me quiere, no me quiere}. Respuesta abierta, por ejemplo: {me quiere}.

c. Elegir al azar una pieza de ajedrez independientemente de su color.

E = {peón, torre, caballo, alfil, rey, reina}. Respuesta abierta, por ejemplo: {alfil}.

4 En una tienda de mascotas, un cliente elige al azar de entre los peces de agua fría que hay en una pecera carpines, kois, chupa-algas y cebritas.

a. ¿Cuál es el espacio muestral?

E = {carpín, koi, chupa-algas, cebrita}.

b. Indica un suceso elemental.

Respuesta abierta, por ejemplo: {cebrita}.

5 **Dos amigos deciden a pares o nones quién de los dos preguntará a María la edad que tiene.**

a. ¿Cuál es el espacio muestral?

E = {par, non}.

b. Indica un suceso elemental.

Respuesta abierta, por ejemplo: {par}.

c. ¿Es aleatorio el experimento?

Sí, porque no es posible predecir el resultado antes de realizarlo.

6 **Inventa un experimento que tenga el siguiente espacio muestral: E = {mal, regular, bien}**

Respuesta abierta, por ejemplo: calificaciones de un trabajo de matemáticas.

7 **Indica el espacio muestral y un suceso elemental en los siguientes casos:**

a. Lanzar un dado cúbico numerado del 1 al 6.

E = {1, 2, 3, 4, 5, 6}. Respuesta abierta, por ejemplo: {5}.

b. Elegir una vocal al azar.

E = {a, e, i, o, u}. Respuesta abierta, por ejemplo: {a}.

c. Escoger un mes del año para realizar una competición deportiva.

E = {enero, febrero, marzo, abril, mayo, junio, julio, agosto, septiembre, octubre, noviembre, diciembre}. Respuesta abierta, por ejemplo: {septiembre}.

d. Pensar un múltiplo de 10 entre los cien primeros números naturales para que lo adivine un compañero.

E = {10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100}. Respuesta abierta, por ejemplo: {80}.

8 **En una partida de ajedrez se decide a suerte el color de las piezas con las que se va a jugar.**

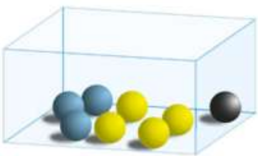
a. ¿Cuál es el espacio muestral?

E = {blanco, negro}.

b. Indica un suceso elemental.

Respuesta abierta, por ejemplo: {negro}.

9 **Se extrae una bola de la siguiente urna y se anota el color:**



a. ¿Es un experimento aleatorio? Razona tu respuesta.

Sí, porque no sabemos antes de realizar el experimento qué bola se extraerá.

b. Escribe el espacio muestral.

E = {negra, amarilla, azul}.

c. Indica un suceso elemental.

Respuesta abierta, por ejemplo: {amarilla}.

10 Se lanza un dado numerado del 1 al 6. Indica los resultados que comprenden los siguientes sucesos:

a. Sacar un 1.

{1}

b. Sacar un número par mayor que 4.

{5}, {6}

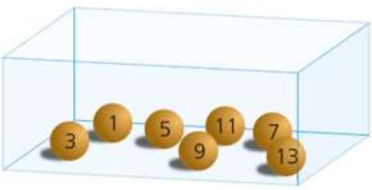
c. Sacar un número compuesto menor de 6.

{4}

d. Sacar un número divisor de 9 que sea mayor que 1.

{3}

11 Fíjate en la siguiente urna:



Si se extrae una bola al azar y se comprueba si es impar:

a. ¿Sería un experimento aleatorio? Razona tu respuesta.

No, sabemos de antemano que será impar.

b. Escribe el espacio muestral.

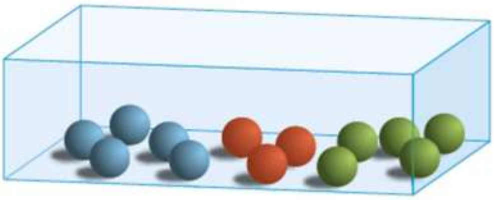
E = {1, 3, 5, 7, 9, 11, 13}.

c. Indica un suceso elemental.

Respuesta abierta, por ejemplo: {11}.

SOLUCIONES PÁG. 185

12 **En el experimento «sacar una bola y anotar su color», indica un ejemplo de cada uno de los siguientes sucesos, teniendo en cuenta la composición de esta urna:**



a. El espacio muestral.

E = {azul, roja, verde}.

b. Un suceso elemental.

Respuesta abierta, por ejemplo: {roja}.

c. Un suceso compuesto.

Respuesta abierta, por ejemplo: {roja o verde}.

d. Un suceso seguro.

Respuesta abierta, por ejemplo: {no amarilla}.

e. Un suceso imposible.

Respuesta abierta, por ejemplo: {negra}.

f. Dos sucesos compatibles.

Respuesta abierta, por ejemplo: {no roja y azul}.

13 **Se lanza un dado cúbico. Indica:**

a. Dos sucesos que sean incompatibles, pero no contrarios.

Respuesta abierta, por ejemplo: {2, 4} y {1, 3}.

b. Dos sucesos que sean contrarios.

Respuesta abierta, por ejemplo: {impar} y {par}.

c. Dos sucesos compatibles.

Respuesta abierta, por ejemplo: {1, 2, 3, 4} y {4, 5, 6}.

d. Un suceso compuesto.

Respuesta abierta, por ejemplo: {2, 4, 5}.

14 Completa en tu cuaderno las siguientes frases con el concepto que consideres más adecuado:

compatibles – elemental – imposible

a. **Dos sucesos que tienen en común algún suceso elemental son** compatibles**.**

b. **El suceso que no contiene ningún suceso elemental del espacio muestral es el** imposible**.**

c. **Todos los de este tipo forman el espacio muestral:** elemental**.**

15 En el experimento «pensar un día de la semana y que dos amigos lo adivinen» se consideran los siguientes sucesos:

A = {elegir un día el primer amigo} y B = {elegir un día el segundo amigo}.

a. **Si, al elegir el primer amigo, se indica si ha acertado, ¿serán los sucesos dependientes?**

Sí, porque la respuesta del segundo amigo viene condicionada por que sea falsa la primera respuesta de su amigo.

b. **¿Cómo realizarías el experimento para que ambos amigos tuvieran la misma probabilidad de acertar?**

No respondiendo si han acertado o fallado hasta que no hayan elegido los dos un día.

SOLUCIONES PÁG. 187

16 Se lanza un dado y se consideran los siguientes sucesos A= {3}, B = {1, 3, 6} y C = {2, 5}. Halla el resultado de estas operaciones:

a. $A \cup B$ = {1, 3, 6}.

b. $A \cup C$ = {2, 3, 5}.

c. $A \cap B$ = {3}.

d. $B \cap C$ = Ø.

17 El presupuesto destinado a pensiones en España se distribuye entre las siguientes clases: {jubilación, favor familiar, viudedad, orfandad, incapacidad permanente}. Si se consideran las siguientes subclases: A = {jubilación, viudedad}, B = {orfandad} y C = {viudedad, incapacidad permanente}, indica el resultado de cada una de estas operaciones:

a. $A \cup C$ = {jubilación, viudedad, incapacidad permanente}.

b. $B \cup C$ = {orfandad, viudedad, incapacidad permanente}.

c. $A \cap B$ = Ø.

d. $A \cap C$ = {viudedad}.

18 Se extrae una carta de una baraja española. Considera los sucesos A = «extraer una copa», B = «extraer un cinco» y C = «extraer un rey» e indica las cartas que forman cada una de estas operaciones:

a. $A \cup B$ = {todas las copas, 5 de oros, 5 de espadas, 5 de bastos}.

b. $A \cap B$ = {5 de copas}.

c. $A \cap C$ = {rey de copas}.

d. $B \cap C = \varnothing$.

e. $B \cup C$ = {todos los reyes, todos los cincos}.

f. $A \cup C$ = {todas las copas, rey de oros, rey de bastos, rey de espadas}.

g. $(A \cap C) \cup B$ = {rey de copas, cinco de oros, cinco de copas, cinco de espadas, cinco de bastos}.

h. $(B \cup C) \cap A$ = {rey de copas, cinco de copas}.

19 Se lanza un dado cúbico y se definen los sucesos A = «obtener número par», B = «obtener un número mayor que cuatro» y C = «obtener un número menor o igual que tres». Halla el resultado de las siguientes operaciones:

a. $A \cup B = \{2, 4, 5, 6\}$.

b. $A \cup C = \{1, 2, 3, 4, 6\}$.

c. $B \cup C = \{1, 2, 3, 5, 6\}$.

d. $A \cap B = \{6\}$.

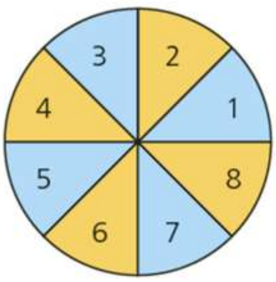
e. $B \cap C = \varnothing$.

f. $A \cap C = \{2\}$.

g. $(A \cap C) \cup B = \{2, 5, 6\}$.

h. $(B \cup C) \cap A = \{2, 6\}$.

20 Fíjate en esta ruleta:



Considera los sucesos A = {1, 2, 3, 4}, B = {3, 6} y C = {3, 5, 7} e indica:

a. El espacio muestral $\rightarrow E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$.

b. $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6\}$.

c. $A^c = \{5, 6, 7, 8\}$.

d. $B^c \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 8\}$.

e. $A \cap B = \{3\}$.

f. $A \cap C^c = \{1, 2, 4\}$.

21 Se realiza el experimento «lanzar un dado cúbico». Escribe dos sucesos compuestos, A y B, y realiza con ellos las operaciones indicadas:

Por ejemplo: A = {1, 3, 5} y B = {5, 6}. Y se resuelve con el ejemplo dado.

a. $A \cup B$

{1, 3, 5, 6}.

b. $A \cap B$

{5}.

c. A^c

{2, 4, 6}.

22 Un estudio realizado sobre el empleo que hacen de Internet las familias españolas destaca que se centra mayoritariamente a estas actividades: {uso del correo electrónico, información sobre bienes y servicios, lectura de periódicos online, utilización de redes sociales, búsqueda de servicios de viajes y alojamiento, sintonización de radio o TV}. Considera los sucesos A = «uso del correo electrónico, lectura de periódicos online, sintonización de radio o TV», B = «utilización de redes sociales, sintonización de radio o TV», C = «uso del correo electrónico, utilización de redes sociales, búsqueda de servicios de viajes y alojamiento». Indica el resultado de cada apartado.

a. $B \cup C$ = {redes sociales, radio o TV por Internet, correo electrónico, servicios de viajes y alojamiento}.

b. $A \cap C$ = {correo electrónico}.

c. $A^c \cap B^c$ = {buscar información sobre bienes y servicios, servicios de viajes y alojamiento}.

d. $(A \cup C)^c$ = {buscar información sobre bienes y servicios}.

23 Considera un experimento cuyo espacio muestral sea el conjunto de los días de la semana. Si se parte de los sucesos A = «días que comiencen por "m"», B = «días que acaben en "s"» y C = «días que contengan la letra "n"», halla el resultado de las siguientes operaciones:

a. $A \cap B$ = {martes, miércoles}.

b. $A^c \cup B$ = {lunes, martes, miércoles, jueves, viernes, sábado, domingo}.

c. $A \cap C^c$ = {martes, miércoles}.

d. $(C \cap B)^c$ = {martes, miércoles, jueves, sábado, domingo}.

24 Si consideramos un suceso, A, en un experimento, explica cuál es el resultado de realizar las siguientes operaciones:

a. $A \cup A^c = E \rightarrow$ Es el espacio muestral completo, ya que la unión de un suceso con su complementario es el total.

b. $A \cap A^c = \varnothing \rightarrow$ Es el vacío, ya que un suceso y su complementario no tienen ningún elemento común.

25 Indica si estas afirmaciones son verdaderas o falsas y corrige estas últimas:

a. La unión de dos sucesos siempre será mayor o igual que el mayor de los dos sucesos.

Verdadera.

b. Si dos sucesos son incompatibles, su unión formará el espacio muestral.

Falso, no tiene por qué. Este hecho solo ocurre cuando los dos sucesos son complementarios.

c. Si dos sucesos son compatibles, la intersección de sus respectivos sucesos contrarios es el conjunto vacío.

Falso, tienen en común todo lo que no pertenece a ninguno de los dos sucesos.

26 Considera el experimento consistente en extraer una bola de esta urna y los sucesos A = {sacar par}, B = {sacar impar} y C = {sacar múltiplo de 3}:

a. Si se hace la unión de dos sucesos, se forma el espacio muestral. ¿Cuáles son?

$A \cup B$.

b. Indica la intersección de dos sucesos que no sea el conjunto vacío.

$A \cap C$.

c. Comprueba que $(A \cup C)^c = A^c \cap C^c$.

$(A \cup C)^c = \{1, 5, 7\}$; $A^c \cap C^c = \{1, 5, 7\}$.

SOLUCIONES PÁG. 189

27 En una partida de parchís se saca ficha de casa al obtener un cinco en el lanzamiento del dado. Goyo prefiere cambiar las reglas y sacar ficha al conseguir un uno porque dice que le sale más veces. Realiza un experimento para comprobar si Goyo está en lo cierto. Con este fin, cada compañero de clase deberá lanzar 20 veces el dado y completar esta tabla en su cuaderno.

Dado	Frecuencia absoluta, n_i	Frecuencia relativa, f_i
1		
2		
3		
4		
5		
6		
Total		

a. ¿Cuál es la frecuencia relativa del suceso A = «sacar 1»? ¿Y la del suceso B = «sacar 5»?

Respuesta abierta. Debe acercarse a $\frac{1}{6}$.

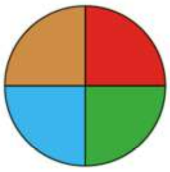
b. Si lanzamos el dado muchas veces más, ¿cuál crees que será el número con mayor frecuencia relativa?

Todos los números deben tener igual frecuencia o ser muy parecida.

c. A tenor de estos resultados, ¿con qué número crees que sería más justo sacar ficha de casa?

Da igual, porque todos tienen la misma probabilidad.

28 Se hace girar la ruleta de la figura 50 veces y se obtienen los siguientes resultados:



	Rojo	Marrón	Azul	Verde
Frecuencia absoluta, n_i	10	15	12	13

a. Calcula la frecuencia relativa de cada suceso elemental.

La frecuencia relativa de un suceso es el cociente entre la frecuencia absoluta de un suceso y el número de veces que se realiza el experimento.

f_i (rojo) = $\frac{10}{50} = 0{,}2$

f_i (marrón) = $\frac{15}{50} = 0{,}3$

f_i (azul) = $\frac{12}{50} = 0{,}24$

f_i (verde) = $\frac{13}{50} = 0{,}26$

b. Calcula la frecuencia relativa del suceso A = «sacar marrón o verde».

$f_i(A) = 0{,}3 + 0{,}26 = 0{,}56$

c. Calcula la frecuencia relativa del suceso B = «no sacar marrón».

$f_i(B) = 1 - f_i(B^c) = 1 - 0{,}3 = 0{,}7$

d. Calcula la frecuencia relativa de la unión de los sucesos C = «sacar rojo» y B = «no sacar marrón».

$f_i(C \cup B) = f_i(C) + f_i(B) - f_i(C \cap B) = 0{,}2 + 0{,}7 - 0{,}2 = 0{,}7$

e. Calcula la frecuencia relativa de la intersección de los sucesos D = «sacar rojo o azul» y B = «no sacar marrón».

$f_i(D \cap B) = f_i(D) + f_i(B) - f_i(D \cup B) = (0{,}2 + 0{,}24) + (0{,}7) - (0{,}2 + 0{,}24 + 0{,}26) =$
$= 0{,}44$

29 Se hace girar la ruleta de la figura 100 veces y se obtienen los resultados que puedes ver en la tabla.

	Torre	Peón	Alfil	Caballo	Rey	Reina
Frecuencia absoluta, n_i	12	15	19	21	13	20

a. Calcula la frecuencia relativa de cada suceso elemental.

f_i (torre) = $\frac{12}{100} = 0{,}12$

f_i (peón) = $\frac{15}{100} = 0{,}15$

f_i (alfil) = $\frac{19}{100} = 0{,}19$

f_i (caballo) = $\frac{21}{100} = 0{,}21$

f_i (rey) = $\frac{13}{100} = 0{,}13$

f_i (reina) = $\frac{20}{100} = 0{,}20$

b. Calcula la frecuencia relativa del suceso A = «obtener rey o reina».

f_i (A) = 0,13 + 0,20 = 0,33

30 Contesta las siguientes preguntas, razonando tu respuesta.

a. ¿Es la frecuencia relativa de cualquier suceso mayor o igual que 0?

Sí, porque es la fracción que representa el número de veces que se repite un suceso entre el total, por lo que tiene que ser positiva.

b. ¿En qué suceso es 1 la frecuencia relativa?

En el suceso seguro.

c. ¿En qué suceso es 0 la frecuencia relativa?

En el suceso imposible.

d. ¿Es 1 la suma de las frecuencias relativas de todos los sucesos elementales?

Sí, porque es una suma de fracciones en las que los numeradores suman el número de veces que se realiza el experimento, que coincide con el denominador.

31 Se lanza 80 veces un dado tetraédrico numerado del 1 al 4 y se obtienen los siguientes resultados:

	1	2	3	4
Frecuencia absoluta, n_i	18	22	20	20

a. Calcula la frecuencia relativa de cada suceso elemental.

$f_i\,(1) = \dfrac{18}{80} = 0{,}225$

$f_i\,(2) = \dfrac{22}{80} = 0{,}275$

$f_i\,(3) = \dfrac{20}{80} = 0{,}250$

$f_i\,(4) = \dfrac{20}{80} = 0{,}250$

b. Halla la suma de todas las frecuencias del apartado anterior.

0,225 + 0,275 + 0,25 + 0,25 = 1

c. Calcula la frecuencia relativa del suceso A = «sacar número par».

$f_i\,(A) = 0{,}275 + 0{,}250 = 0{,}525$

d. Calcula la frecuencia relativa del suceso B = «no sacar 3».

$f_i\,(B) = 1 - f_i\,(B^c) = 1 - 0{,}250 = 0{,}750$

e. Calcula la frecuencia relativa del suceso C = «sacar 5».

$f_i\,(C) = 0$

f. Calcula la frecuencia relativa de la unión de los sucesos D = «sacar número impar» y F = «sacar 1 o 4».

$f_i\,(D \cup F) = f_i\,(D) + f_i\,(F) - f_i\,(D \cap F) = (0{,}225 + 0{,}250) + (0{,}225 + 0{,}250) - 0{,}225 =$
$= 0{,}725$

g. Halla la frecuencia relativa de la intersección G = «obtener un múltiplo de 3» y H = «no sacar 4».

$f_i\,(G \cap H) = f_i\,(G) + f_i\,(H) - f_i\,(G \cap H) = 0{,}250 + (1 - 0{,}250) - (0{,}250 + 0{,}275 +$
$+ 0{,}225) = 0{,}250$

SOLUCIONES PÁG. 191

32 Copia en tu cuaderno la siguiente escala:

Sitúa en ella los sucesos indicados por la probabilidad que asignes a cada uno según esta urna:

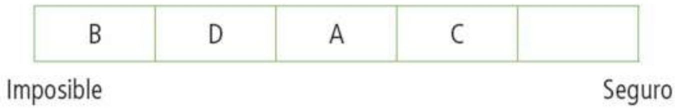
A = {extraer una bola roja} B = {extraer el 1} C = {extraer un número menor que 8} D = {extraer una bola verde}

P (extraer bola roja) = $= \frac{5}{10} = 0{,}5$

P (extraer el 1) = $= \frac{1}{10} = 0{,}1$

P (extraer un número menor que 8) = $= \frac{7}{10} = 0{,}7$

P (extraer bola verde) = $= \frac{3}{10} = 0{,}3$



33 Actividad resuelta.

34 Lanzamos una moneda 20 veces y en todas ellas ha salido cruz. Indica la opción que creas que es correcta si se vuelve a lanzar una vez más.

a. La próxima vez es más probable que salga cara.

b. La próxima vez es más probable que salga cruz de nuevo.

c. La próxima vez hay las mismas posibilidades de que salga cara que de que salga cruz.

La c. es la opción correcta, ya que el nuevo lanzamiento no dependerá de los anteriores.

35 Realiza el siguiente experimento en grupos de cinco compañeros. Cada integrante debe lanzar un dado cúbico 20 veces y anotar el resultado. Copiad cada uno la siguiente tabla en vuestro cuaderno y completadla con los resultados obtenidos:

Tandas	1	2	3	4	5	6
Frecuencia absoluta, n_i						
Frecuencia relativa, f_i						

Juntad todos los resultados de los cinco compañeros, de forma que se contabilicen los 100 lanzamientos.

a. ¿Hacia qué valor se aproximan las frecuencias relativas de cada número?

Todas se aproximan a $\frac{1}{6}$.

b. ¿Cuál es la probabilidad de obtener cada número?

La misma.

c. Contesta estas mismas preguntas, acumulando los lanzamientos de toda la clase. ¿Varían los resultados?

No varían, y se deberían aproximar más aún a $\frac{1}{6}$.

36 Actividad resuelta.

SOLUCIONES PÁG. 193

37 Se extrae una carta de una baraja española.

a. Halla la probabilidad de extraer el cuatro de espadas.

P (4 de espadas) = $\frac{\text{n.º de cuatro de espadas}}{\text{n.º de cartas}} = \frac{1}{40}$

b. Halla la probabilidad de extraer una espada.

P (una espada) = $\frac{\text{n.º de espadas}}{\text{n.º de cartas}} = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$

c. Halla la probabilidad de extraer una figura.

P (una figura) = $\frac{\text{n.º de figuras}}{\text{n.º de cartas}} = \frac{12}{40} = \frac{3}{10}$

38 El juego del dominó consta de 28 fichas. Determina la probabilidad de extraer:

a. Un seis doble.

P (seis doble) = $\frac{1}{28}$

b. Una blanca.

P (una blanca) = $\frac{7}{28} = \frac{1}{4}$

c. Una ficha que tenga en una de sus mitades una cifra que sea el doble que la de la otra mitad.

P (cifra doble que la otra) = $\frac{3}{28}$

39 Actividad resuelta.

40 Se lanza un dado cúbico y se definen los siguientes sucesos: A = «sacar un múltiplo de 3», B = «sacar un número impar» y C = «sacar un número menor que tres». Halla las siguientes probabilidades:

a. P (A) = $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

b. P (C) = $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

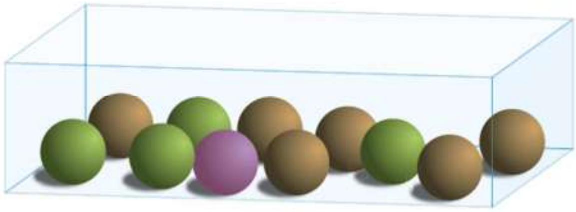
c. P (A^c) = $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

d. P (A $\cup$ C) = $P(A) + P(C) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

e. P (A $\cup$ B) = $P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{2}{6} + \frac{3}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

f. P (A^c $\cap$ B) = $P(A^c) + P(B) - P(A^c \cup B) = \frac{4}{6} + \frac{3}{6} - \frac{5}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

41 Fíjate en el contenido de la siguiente urna:



Calcula la probabilidad de los siguientes sucesos al extraer una bola:

a. A = «obtener bola verde»

P (A) = $\frac{4}{11}$

b. B = «obtener bola marrón»

P (B) = $\frac{6}{11}$

c. $A \cup B$, $A^c \cup B$ y $A \cap B^c$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{10}{11}$

$P(A^c \cup B) = P(A^c) + P(B) - P(A^c \cap B) = \frac{7}{11} + \frac{6}{11} - \frac{6}{11} = \frac{7}{11}$

$P(A \cap B^c) = P(A) + P(B^c) - P(A \cup B^c) = \frac{4}{11} + \frac{5}{11} - \frac{5}{11} = \frac{4}{11}$

42 De un juego de dominó (28 fichas) se elige una al azar y se forma una fracción con los dos números que figuran en la ficha, de forma que sea menor o igual que 1.

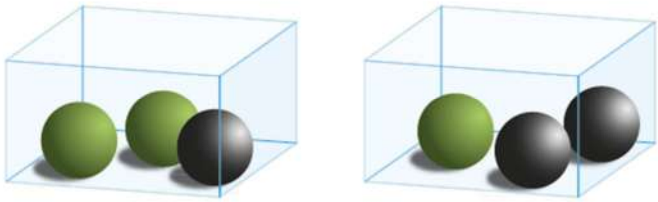
a. ¿Cuál es la probabilidad de que la ficha elegida tenga una parte blanca y no se pueda formar la fracción?

P (parte blanca y no formar fracción) = $\frac{7}{28} = \frac{1}{4}$

b. ¿Cuál es la probabilidad de que la fracción formada sea igual a 1?

P (fracción igual a 1) = $\frac{6}{28} = \frac{3}{14}$

43 Un participante de un concurso de televisión tiene la posibilidad de ganar un gran premio. Para ello, ha de realizar una extracción, sin mirar, de una de estas dos urnas y sacar una bola verde.



a. ¿Cuál es la probabilidad de conseguir el premio?

P (conseguir premio) = P (A) + P (B) – P (A ∩ B) = $\frac{2}{3} + \frac{1}{3} - \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

b. Si el concursante tuviera la oportunidad de repartir él mismo las seis bolas en las dos urnas, ¿cómo le interesaría distribuirlas para tener la máxima probabilidad de ganar el premio?

En una urna una bola verde y en la otra 3 negras y 2 verdes:

P (A) + P (B) – P (A ∩ B) = $1 + \frac{2}{5} - \frac{3}{6} = \frac{9}{10}$

c. ¿Y si fueran tres urnas?

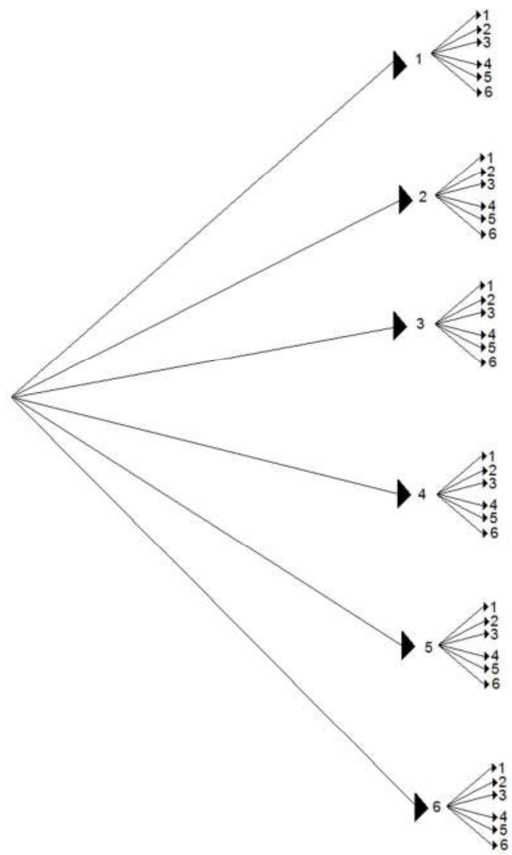
En dos urnas una bola verde, una bola en cada una, y en la otra urna el resto: 3 negras y 1 verde.

SOLUCIONES PÁG. 195

44 Esther y Rodrigo lanzan un dado cada uno.

a. Escribe los posibles resultados, ayudándote de un diagrama de árbol.

Los 36 resultados se obtienen con un diagrama en árbol. En la primera posición podemos colocar los 6 resultados posibles del dado, del 1 al 6, y para cada uno de ellos se puede colocar otros 6 resultados del otro dado.



b. Calcula la probabilidad de que ambos obtengan el mismo número en una tirada.

P (igual tirada) = $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

c. Calcula la probabilidad de que el resultado de uno de ellos sea doble que el del otro.

Está formado por los siguientes elementos:

(1 , 2), (2 , 4), (3 , 6), (4 , 2), (6 , 3)

P (resultado doble) = $\frac{5}{36}$

45 Tres amigos lanzan una moneda al aire cada uno y anotan el resultado.

E = {(c,c,c), (c,c,+), (c,+,+), (+,+,+), (+,c,c), (+,+,c), (+,c,+), (c,+,c)}

a. Halla la probabilidad de que salgan tres cruces.

P (tres cruces) = $\frac{1}{8}$

b. Halla la probabilidad de que salgan dos cruces.

P (dos cruces) = $\frac{3}{8}$

c. Halla la probabilidad de que salga una cruz.

P (una cruz) = $\frac{3}{8}$

d. Halla la probabilidad de que no salga ninguna cruz.

P (ninguna cruz) = $\frac{1}{8}$

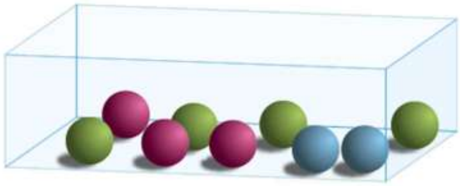
46 En un grupo de diez personas, ¿cuántas parejas diferentes se pueden hacer para disputar partidas de ajedrez?

E = {(1,2), (1,3), (1,4), …, (1,10), (2,3), (2,4), …, (2,10), …, (9,10)}

Se pueden hacer 45 parejas.

47 Actividad resuelta.

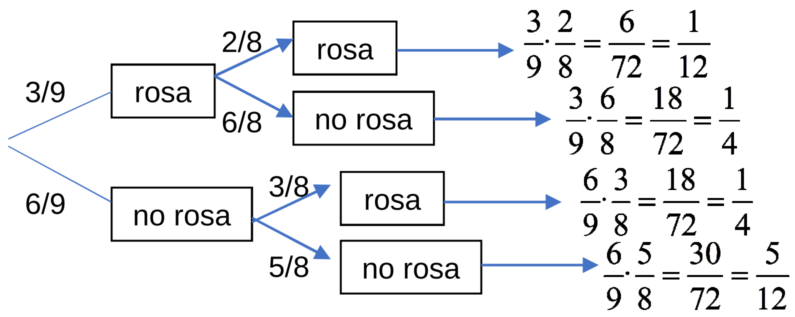
48 De una urna como la de la figura se extrae dos bolas sin reemplazamiento (es decir, las bolas, una vez extraídas, no se devuelven a la urna) y se anota su color.



Según esto, determina:

a. El espacio muestral del experimento.

E = {RR, AA, VV, RA, AR, RV, VR, AV, VA}



b. La probabilidad de extraer dos bolas rosas.

P (dos bolas rosas) = $\frac{3}{9}\cdot\frac{2}{8}=\frac{6}{72}=\frac{1}{12}$

c. La probabilidad de extraer una bola rosa.

P (una bola rosa) = $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$

d. La probabilidad de no extraer ninguna bola rosa.

P (ninguna bola rosa) = $\frac{5}{12}$

49 En la final de 50 metros estilo libre de natación compiten 8 nadadoras. ¿De cuántas formas diferentes se puede confeccionar el podio?

En el primer puesto pueden quedar las 8 nadadoras. En el segundo puesto, una vez que hay una ganadora, solo puede haber 7 nadadoras, y en el tercer puesto solamente puede haber 6. Por tanto:

$8 \cdot 7 \cdot 6 = 336$ formas

50 El príncipe de un reino lejano castigó con la pena de muerte a uno de sus súbditos por las fechorías cometidas. Sin embargo, haciendo gala de su buena voluntad, le permitió pedir un último favor. El ladrón pidió dos bolsas y cuatro monedas, dos de oro y dos de plata. Repartiría las monedas en las bolsas, de forma que ninguna estuviera vacía, y el príncipe extraería una moneda de la bolsa que quisiera. Si la moneda fuera de oro, se llevaría a cabo la ejecución, pero, si fuera de plata, quedaría en libertad. ¿Cómo tendría que distribuir el ladrón las monedas en las bolsas para que la probabilidad de salvarse fuese máxima? Realiza un diagrama de árbol donde se muestre la probabilidad de cada caso.

	Opción 1	Opción 2	Opción 3
	1	1	0
1.º bolsa	PP	P	O
2.º bolsa	OO	OOP	OPP
	0	1/3	2/3

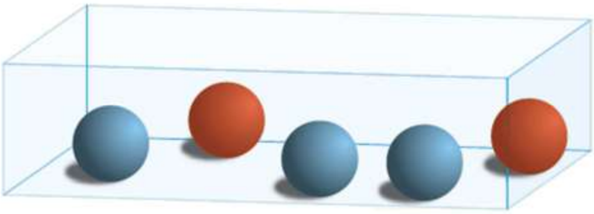
Opción 1 → $\frac{1}{2} \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 0 = \frac{1}{2}$

Opción 2 → $\frac{1}{2} \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

Opción 3 → $\frac{1}{2} \cdot 0 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

La opción 2 tiene mayor probabilidad. En una bolsa una moneda de plata y en la otra bolsa dos de oro y una de plata.

51 Se extraen dos bolas de la siguiente urna:



Investiga la diferencia de las probabilidades pedidas considerando extracciones con y sin devolución. Aplica la regla del producto y de la suma cuando sea necesario.

a. Sacar dos bolas rojas.

Con devolución, $\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{25}$, sin devolución, $\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$.

b. Sacar dos bolas azules.

Con devolución, $\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{25}$, sin devolución, $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$.

c. Sacar dos bolas de distinto color.

Con devolución, $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{5} + \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{6}{25} + \frac{6}{25} = \frac{12}{25}$, sin devolución, $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} + \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} =$

$= \frac{6}{20} + \frac{6}{20} = \frac{3}{5}$.

d. Sacar dos bolas del mismo color.

Con devolución, $\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} + \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{13}{25}$, sin devolución, $\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} + \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{2}{5}$.

SOLUCIONES PÁG. 197

52 Halla estos factoriales:

a. 7! = 7 · 6 · 5 · 4 · 3 · 2 · 1 = 5 040

b. 1! = 1

c. 10! = 10 · 9 · 8 · 7 · 6 · 5 · 4 · 3 · 2 · 1 = 3 628 800

d. 11! = 11 · 10 · 9 · 8 · 7 · 6 · 5 · 4 · 3 · 2 · 1 = 39 916 800

53 Simplifica las siguientes expresiones con factoriales:

a. $\frac{8!}{12!}=\frac{\cancel{8!}}{12\cdot 11\cdot 10\cdot 9\cdot \cancel{8!}}=\frac{1}{11880}$

b. $\frac{9!}{6!}=\frac{9\cdot 8\cdot 7\cdot \cancel{6!}}{\cancel{6!}}=504$

c. $\frac{10!}{13!}=\frac{\cancel{10!}}{13\cdot 12\cdot 11\cdot \cancel{10!}}=\frac{1}{1716}$

d. $\frac{7!}{5!}=\frac{7\cdot 6\cdot \cancel{5!}}{\cancel{5!}}=42$

54 Actividad resuelta.

55 Simplifica las siguientes expresiones con factoriales:

a. $\frac{9!}{8!+7!}=\frac{9\cdot 8\cdot 7!}{8\cdot 7!+7!}=\frac{9\cdot 8\cdot \cancel{7!}}{(8+1)\cdot \cancel{7!}}=8$

b. $\frac{9!+11!}{10!}=\frac{9!+11\cdot 10\cdot 9!}{10\cdot 9!}=\frac{\cancel{9!}\,(1+110)}{10\cdot \cancel{9!}}=\frac{111}{10}$

c. $\frac{6!+7!}{4!\cdot 5!}=\frac{6\cdot 5\cdot 4!+7\cdot 6\cdot 5\cdot 4!}{4!\cdot 5!}=\frac{(30+210)\cdot \cancel{4!}}{\cancel{4!}\cdot 5!}=\frac{240}{120}=2$

d. $\frac{10!+12!}{11!+9!}=\frac{10\cdot 9!+12\cdot 11\cdot 10\cdot 9!}{11\cdot 10\cdot 9!+9!}=\frac{(10+1320)\cdot \cancel{9!}}{(110+1)\cdot \cancel{9!}}=\frac{1330}{111}$

56 ¿Cuántos números de cinco cifras diferentes se pueden formar con los dígitos 1, 2, 3, 4 y 5?

$5!$ = 120

120 números diferentes se pueden formar.

57 ¿Cuántos números de cuatro cifras diferentes se pueden formar con los dígitos 0, 2, 4 y 6?

$4!$ = 24

Tenemos que quitar los números que empiecen por la cifra 0. Serían 6 opciones (3 · 2 · 1), por lo que 24 – 6 = 18.

Se pueden formar 18 números diferentes.

58 ¿De cuántas maneras se pueden colocar en una estantería seis libros diferentes?

$6!$ = 720

De 720 formas

59 Teniendo en cuenta las letras de la palabra PRÉSTAMO, responde a estas cuestiones:

a. ¿De cuántas formas se pueden ordenar?

$8!$ = 40 320

De 40 320 formas.

b. ¿Cuántas de las permutaciones anteriores comienzan con la letra T?

Fijamos la letra T en la primera posición, entonces solo tienen que permutar la otras 7 letras:

$7!$ = 5 040

De 5 040 formas.

c. ¿Cuál es la probabilidad de elegir una de las posibles ordenaciones y que comience por la letra P y termine con la letra O?

El número de ordenaciones que comienzan por P y terminan con la letra O son 6!, ya que fijamos dos letras y tienen que permutar las otras 6. Entonces, la probabilidad será el número de casos favorables entre el total:

P (comenzar por P y terminar con O) = $\frac{6!}{8!} = \frac{\cancel{6!}}{8\cdot 7\cdot \cancel{6!}} = \frac{1}{56}$

60 Considerando los dígitos impares:

a. ¿Cuántos números de cinco cifras se pueden formar?

$5!$ = 120

Se pueden formar 120 números.

b. Halla la probabilidad de que, al elegir una combinación al azar, el número resultante sea mayor que 50 000.

La cantidad de números mayores que 50 000 se puede calcular fijando en el primer lugar al 5, 7 o 9 y permutando los otros 4 elementos. Por tanto, la permutación de los 4 elementos es 4! Y teniendo en cuenta que puede comenzar con tres números (5, 7 o 9), entonces es 3 · 4!. Así:

P (mayor que 50 000) = $\frac{4! \cdot 3}{5!} = \frac{\cancel{4!} \cdot 3}{5 \cdot \cancel{4!}} = \frac{3}{5}$

61 Considerando las letras de la palabra PISTA:

a. Halla la probabilidad de que, al elegir una palabra, comience por la letra P.

P (comience por P) = $\frac{\cancel{4!}}{5 \cdot \cancel{4!}} = \frac{1}{5}$

b. Determina la probabilidad de que, al elegir una palabra, comience por vocal.

P (comience por vocal) = $\frac{2 \cdot 4!}{5!} = \frac{2 \cdot \cancel{4!}}{5 \cdot \cancel{4!}} = \frac{2}{5}$

c. Establece la probabilidad de que, al elegir una palabra, comience con vocal y termine en consonante.

P (comience por vocal y termine en consonante) = $\frac{2 \cdot 3 \cdot 3!}{5!} = \frac{2 \cdot 3}{4 \cdot 5} = \frac{3}{10}$

62 Actividad resuelta.

SOLUCIONES PÁG. 199

1 ¿En qué se distingue un experimento aleatorio de uno determinista?

En un experimento aleatorio no se puede predecir el resultado antes de realizarlo, mientras que en uno determinista sí.

2 Indica las diferencias entre dos sucesos compatibles y dos incompatibles.

Los sucesos compatibles tienen sucesos elementales en común, mientras que los incompatibles no.

3 ¿Entre qué valores está siempre la probabilidad de un suceso? ¿Cuál es la probabilidad del suceso seguro? ¿Y la del imposible?

Entre 0 y 1. P (seguro) = 1, P (imposible) = 0.

4 ¿Cuál es el resultado de la intersección de dos sucesos incompatibles? ¿Cuál es su probabilidad?

El conjunto vacío. Su probabilidad es cero.

5 ¿Cuál es el resultado de la unión entre un suceso y su contrario? ¿Y el de su intersección? ¿Cuál es la probabilidad de cada uno de estos resultados?

El espacio muestral. El conjunto vacío. Las probabilidades son 1 y 0, respectivamente.

6 ¿Qué relación hay entre la probabilidad de que ocurra un suceso y su frecuencia relativa?

Cuando el experimento se repite un número muy elevado de veces la frecuencia relativa de un suceso se aproxima a su probabilidad.

7 ¿Cuál es la probabilidad del espacio muestral?

La probabilidad del espacio muestral es 1, puesto que es el total.

8 Realiza una presentación a tus compañeros. Puedes hacer un documento PowerPoint, usar Glogster…

Respuesta abierta.

SOLUCIONES PÁG. 200 - REPASO FINAL

EXPERIMENTOS ALEATORIOS. ESPACIO MUESTRAL

1 Indica si los siguientes experimentos son aleatorios o deterministas, el espacio muestral y un suceso elemental:

a. Elegir un mes del año.

Es un experimento aleatorio, porque no se puede predecir el resultado sin realizar el experimento.

E = {enero, febrero, marzo, abril, mayo, junio, julio, agosto, septiembre, octubre, noviembre, diciembre}.

Respuesta abierta, por ejemplo: {octubre}.

b. Elegir un curso de Educación Secundaria Obligatoria.

Es un experimento aleatorio, porque no se puede predecir el resultado sin realizar el experimento.

E = {1.º, 2.º, 3.º, 4.º}.

Respuesta abierta, por ejemplo: {3º}.

c. Apostar por el resultado del partido del próximo fin de semana.

Es un experimento aleatorio, porque no se puede predecir el resultado sin realizar el experimento.

E = {ganar, empatar, perder}.

Respuesta abierta, por ejemplo: {ganar}.

d. Medir la temperatura a la que hierve el agua.

Es un experimento determinista, porque se puede predecir el resultado sin realizar el experimento.

E = {100º}.

A = {100º}.

SUCESOS. TIPOS DE SUCESOS

2 En relación con el juego del dominó (28 fichas), escribe:

a. Un suceso elemental.

Respuesta abierta, por ejemplo A = {(1,1)}.

b. Un suceso compuesto.

Respuesta abierta, por ejemplo A = {(0,1), (1,1), (2,1), (3,1), (4,1), (5,1), (6,1)}.

c. Un suceso seguro.

Respuesta abierta, por ejemplo A = {todas las piezas de dominó}.

d. Un suceso imposible.

Respuesta abierta, por ejemplo A = {(1,7)}.

e. Dos sucesos incompatibles.

Respuesta abierta, por ejemplo A = {(0,2), (1,2), (2,2), (3,2), (4,2), (5,2), (6,2)} y B = {(1,1), (1,3), (1,5), (3,3), (3,5), (5,5)}.

f. Dos sucesos compatibles.

Respuesta abierta, por ejemplo A = {(4,4), (4,5), (4,6), (5,5), (5,6), (6,6)} y B = {(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)}

3 **En un juego de azar se lanza un dado que tiene seis caras con diferentes colores: rojo las numeradas con 1, 2 y 3, blanco las caras 4 y 5 y rosa la cara 6. Indica un ejemplo de cada uno de estos sucesos:**

a. El espacio muestral.

E = {rojo, rosa, blanco}

b. Un suceso seguro.

A = {rojo, rosa, blanco}

c. Un suceso compuesto.

Respuesta abierta, por ejemplo {rojo, rosa}

d. Un suceso imposible.

Respuesta abierta, por ejemplo {amarillo}

e. Dos sucesos incompatibles.

Respuesta abierta, por ejemplo {rojo} y {4, 5}

f. Dos sucesos compatibles.

Respuesta abierta, por ejemplo {rosa} y {pares}

OPERACIONES CON SUCESOS

4 **Señala si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones. Escribe las falsas de forma correcta.**

a. La unión de dos sucesos compatibles nunca puede ser el espacio muestral.

Falso, por ejemplo en un dado A = {1, 2, 3, 5} B = {par} son compatibles y su unión es el espacio muestral.

b. La intersección de un suceso y su contrario es el conjunto vacío.

Verdadero.

c. La unión de dos sucesos incompatibles puede ser menor que el espacio muestral.

Verdadero.

d. Un suceso seguro puede ser incompatible con un suceso compuesto.

Falso, todos los sucesos compuestos deben ser subconjuntos del espacio muestral o suceso seguro.

e. Un suceso imposible es compatible con un suceso elemental.

Falso, el suceso imposible no puede contener sucesos elementales.

f. El contrario de la unión de dos sucesos es igual a la unión de los contrarios de esos dos sucesos.

Falso, es la intersección.

5 El espacio muestral de un experimento es $E = \{3, 5, 8, 9, 11, 12, 13\}$. Considerando los siguientes sucesos: $A = \{5, 8\}$, $B = \{3, 9, 12\}$ y $C = \{11, 12, 13\}$, halla:

a. $A \cup C = \{5, 8, 11, 12, 13\}$

b. $B \cup C = \{3, 9, 11, 12, 13\}$

c. $A \cap B = \varnothing$

d. $B^c = \{5, 8, 11, 13\}$

e. $A^c \cap C = \{11, 12, 13\}$

f. $A^c \cap B^c = \{11, 13\}$

6 En una encuesta sobre la preferencia por el tipo de películas se obtienen estos resultados:

Considerando los siguientes sucesos A = {cómica, comedia romántica, infantil}, B = {de suspense, drama, de terror} y C = {de suspense, cómica, de acción}, indica el resultado de cada apartado.

a. $A \cup B$ = {de suspense, cómica, drama, comedia romántica, de terror, infantil}

b. $B \cap C$ = {de suspense}

c. B^c = {cómica, comedia romántica, de acción, infantil}

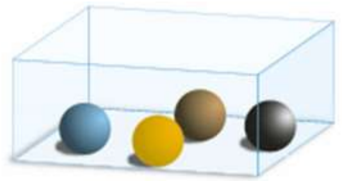
d. $(A \cup C)^c$ = {drama, de terror}

e. $A^c \cup B^c$ = {de suspense, cómica, drama, comedia romántica, de acción, de terror, infantil}

f. $A^c \cap C$ = {de suspense, de acción}

FRECUENCIA DE UN SUCESO

7 Se realizan 80 extracciones de la siguiente urna:



Se han obtenido estos resultados:

	Negro	Marrón	Azul	Naranja
Frecuencia absoluta, n_i	18	20	22	20

Calcula la frecuencia relativa de:

a. Cada suceso elemental.

f_i (negro) = $\frac{18}{80} = 0,225$

f_i (marrón) = $\frac{20}{80} = 0,250$

f_i (azul) = $\frac{22}{80} = 0,275$

f_i (naranja) = $\frac{18}{80} = 0,225$

b. El suceso {extraer negro, azul}.

0,225 + 0,275 = 0,5

c. El suceso {no extraer marrón}.

1 – 0,250 = 0,75

d. La unión de los sucesos {extraer azul} y {no extraer negro}.

0,275 + (1 – 0,225) – 0,275 = 0,775

SOLUCIONES PÁG. 201

8 Junto con tu compañero, diseñad una ruleta como la de la figura, utilizando para ello papel, un lápiz y un clip.

A continuación, realizad el siguiente experimento: uno de vosotros golpea el clip con el dedo para que gire alrededor del lápiz, mientras que el otro registra el color en el que se detiene el clip. Averiguad la frecuencia relativa con la que el clip se detiene en cada sector que pintéis en vuestra ruleta al realizar 20 veces el experimento.

Respuesta abierta.

PROBABILIDAD. PROPIEDADES

9 Lanza una moneda 10 veces en 5 tandas. Cada vez que salga cara anota el resultado. Para ello, copia en tu cuaderno esta tabla y complétala:

Tanda	1	2	3	4	5
Frecuencia absoluta, n_i					
Frecuencia relativa, f_i					

Respuesta abierta.

a. ¿Hacia qué valor se aproximan las frecuencias relativas de obtener cara?

Se aproximan a 0,5.

b. ¿Cuál es la probabilidad de obtener cara?

P (obtener cara) = $\frac{1}{2} = 0,5$

10 Considera los siguientes sucesos en el lanzamiento de un dado cúbico: A = «sacar múltiplo de 2», B = «sacar múltiplo de 4» y C = «sacar impar». Si sus probabilidades son P (A) = 0,5, P (B) = 0,2 y P (C) = 0,5, halla:

a. P (A $\cup$ B) = 0,5 + 0,2 – 0,2 = 0,5

b. P (A $\cup$ C) = 1

c. P (A^c) = 1 – P (A) = 1 – 0,5 = 0,5

REGLA DE LAPLACE

11 Se lanza un dado con forma de dodecaedro numerado del 1 al 12. Halla la probabilidad de obtener:

a. A = «Un 4»

P (obtener un 4) = $\frac{1}{12}$

b. B = «Un número par»

P (obtener un número par) = $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

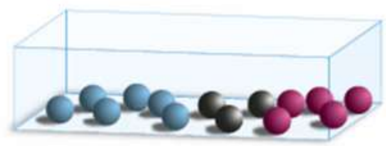
c. C = «Un número impar»

P (obtener un número impar) = $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

d. D = «Un número primo»

P (obtener un número primo) = $\frac{5}{12}$

12 Se extrae una bola de la siguiente urna y se anota de qué color es:



Calcula estas probabilidades:

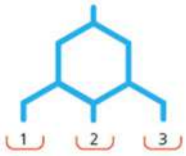
a. P {extraer rosa} = $\frac{5}{14}$

b. P {no extraer rosa} = $\frac{9}{14}$

c. P {extraer negra} = $\frac{3}{14}$

13 Actividad resuelta.

14 Si dejamos caer 20 bolas por la parte superior de la máquina, y suponiendo las posibilidades de ir por cada bifurcación se reparten equitativamente, ¿cuántas bolas crees que saldrán por cada una de las aberturas?



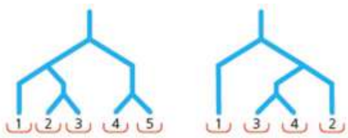
P (1) = $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$, saldrán 5 bolas.

P (2) = $\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$, saldrán 10 bolas.

P (3) = $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$, saldrán 5 bolas.

SOLUCIONES PÁG. 202

15 Paola va a una feria y allí encuentra un puesto en el que hay estas dos máquinas:



Debe elegir una de las máquinas, soltar una bola y, si sale por la abertura 2, gana un premio.

a. ¿En qué máquina aconsejarías jugar a Paola?

En la segunda máquina.

b. Calcula la probabilidad que tiene la bola de salir por cada una de las aberturas en ambas máquinas.

Maquina 1:

P (1) = $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

P (2) = $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

P (3) = $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

P (4) = $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

P (5) = $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

Máquina 2:

P (1) = $\frac{1}{2}$

P (2) = $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

P (3) = $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

P (4) = $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

P (5) = 0

16 ¿Cuál es la probabilidad de que un cuadrado del ajedrez, escogido al azar entre los 64, no linde con ningún lado del tablero?

P (A) = $\frac{36}{64} = \frac{9}{16}$

17 Visita la siguiente página de Internet. En ella encontrarás actividades para aplicar la ley de Laplace.

http://conteni2.educarex.es/mats/11968/contenido/

Respuesta abierta.

EXPERIMENTOS COMPUESTOS. DIAGRAMAS DE ÁRBOL

18 El código morse es un sistema para formar letras y números mediante dos símbolos, el punto «·» y la raya «–».

a. ¿Cuántos grupos distintos de cuatro símbolos se pueden formar?

$2^4 = 16$

E = {. . . . , - - - -, . - - -, . . - - , . . . -, - . . . , - - - ., . - . -, - . . -, - . - ., . - - ., -. - - , - - . -, . - . ., . . - ., - - . .}

b. ¿En cuántos de ellos hay solamente una raya?

En 4

c. ¿Cuál es la probabilidad de seleccionar entre todos los grupos uno que tenga tres rayas?

P (tres rayas) = $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$

19 Utiliza un diagrama de árbol para obtener todos los segmentos diferentes que se pueden trazar entre los cinco puntos A, B, C, D y E.

A → B , C , D , E

B → C , D , E

C → D , E

D → E

Se pueden trazar 10 segmentos diferentes entre cinco puntos.

20 En un juego de estrategia se lanzan dos dados en cada turno para hacer avanzar las fichas. Si sale el mismo número en cada dado, es decir, un doble, hay opción de volver a tirar. ¿Cuál es la probabilidad de que salga un doble?

P (salir un doble) = $\frac{1}{6}$

21 ¿Cuántos números de tres cifras se pueden obtener con los dígitos 0, 2, 4, 6, sin repetir ninguno?

En la primera posición pueden ir 3 números (todos menos el 0), en la segunda otros 3 (se incluye al 0 pero se omite el escogido en primera posición) y en la última ya solo quedan dos opciones. Por tanto:

$3 \cdot 3 \cdot 2 = 18$

Se pueden obtener 18 números.

22 Se forman números de tres cifras con los dígitos 1, 2, 3 y 4. Calcula cuántos números se obtienen si:

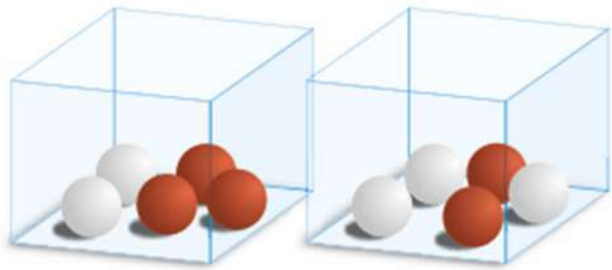
a. No se repite ningún dígito.

24 números: ordenamos 3 números por 4 opciones: $3! \cdot 4 = 24$.

b. Se repiten los dígitos.

64 números: ordenamos 4 números de 3 en 3: $4^3 = 64$

23 Se dispone de dos urnas, cuya composición es la siguiente:



Se elige una urna al azar (la elección de urnas es equiprobable) y se extrae una bola. Calcula la probabilidad de que la bola extraída sea roja.

P (R) = $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} = \frac{1}{2}$

24 Toni ha invitado a merendar esta tarde a su casa a 7 amigos. Al acabar la merienda, todos se despiden con un apretón de manos. ¿Cuántos saludos se realizan?

Supongamos que sus amigos son A, B, C, D, E, F y G. Entonces los apretones de manos son:

Toni $\rightarrow$ A, B, C, D, E, F, G $\rightarrow$ 7 saludos.

A $\rightarrow$ B, C, D, E, F, G $\rightarrow$ 6 saludos.

B $\rightarrow$ C, D, E, F, G $\rightarrow$ 5 saludos.

C $\rightarrow$ D, E, F, G $\rightarrow$ 4 saludos.

D $\rightarrow$ E, F, G $\rightarrow$ 3 saludos.

E $\rightarrow$ F, G $\rightarrow$ 2 saludos.

F $\rightarrow$ G $\rightarrow$ 1 saludo.

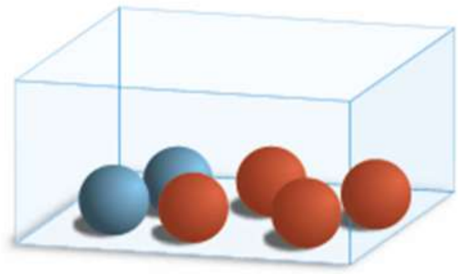
7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 28

25 Halla la probabilidad de que, al lanzar dos dados cúbicos, la suma de los resultados sea 7.

Hay 36 posibles resultados y de esos 36, 6 suman 7, por lo que la probabilidad es:

$\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

26 Observa la siguiente urna:



Si se extraen dos bolas con reemplazamiento, halla la probabilidad de que:

a. Las dos bolas extraídas sean azules.

P (2 azules) = $\frac{2}{6} \cdot \frac{2}{6} = \frac{1}{9}$

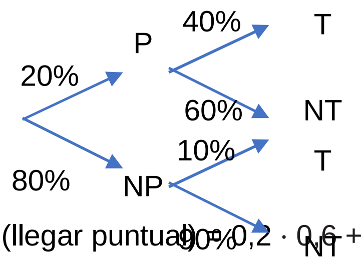
b. Solamente una bola sea azul.

P (1 azul) = $\frac{2}{6} \cdot \frac{4}{6} + \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{6} = \frac{4}{9}$

c. Ninguna bola sea azul.

P (0 azules) = $\frac{4}{6} \cdot \frac{4}{6} = \frac{4}{9}$

27 Un trabajador debe tomar el tren de cercanías para desplazarse a su centro de trabajo. Si coge el tren de las 07:30 h, la probabilidad de llegar puntual al trabajo es de 0,9. Sin embargo, si lo pierde, la probabilidad de llegar tarde es de 0,4. Sabiendo que lo pierde el 20 % de las veces, calcula la probabilidad de que llegue puntual.



P (llegar puntual) = 0,2 · 0,6 + 0,8 · 0,9 = 0,84

SOLUCIONES PÁG. 203

28 Susana tiene en el bolsillo 3 monedas de 1 €, 2 de 50 céntimos y 4 de 10 céntimos. Si saca dos monedas al azar, halla las probabilidades de los siguientes sucesos:

a. A = «sacar más de 1 €»

$$P\ (+1€) = \frac{3}{9}\cdot\frac{2}{8}+\frac{3}{9}\cdot\frac{2}{8}+\frac{3}{9}\cdot\frac{4}{8}+\frac{2}{9}\cdot\frac{3}{8}+\frac{4}{9}\cdot\frac{3}{8}=\frac{42}{72}=\frac{7}{12}$$

b. B = «sacar menos de 1 €»

$$P\ (-1€) = \frac{2}{9}\cdot\frac{4}{8}+\frac{4}{9}\cdot\frac{2}{8}+\frac{4}{9}\cdot\frac{3}{8}=\frac{28}{72}=\frac{7}{18}$$

c. C = «sacar exactamente 1 €»

$$P\ (1€) = \frac{2}{9}\cdot\frac{1}{8}=\frac{2}{72}=\frac{1}{36}$$

29 Un jugador de baloncesto encesta el 70 % de los tiros libres que lanza. Si realiza 4 lanzamientos, halla la probabilidad de:

a. Encestar todos los lanzamientos.

P (4 A) = $0{,}7^4$ = 0,24

b. Fallar todos los lanzamientos.

P (4 F) = $0{,}3^4$ = 0,008

PROBABILIDAD MEDIANTE FACTORIALES

30 Considerando las letras de la palabra PELOTA averigua cuántas palabras, con o sin sentido, se pueden formar con todas sus letras y a continuación halla las siguientes probabilidades al elegir una de ellas al azar:

a. Comience por la letra T.

P (comience por T) = $\frac{5!}{6!} = \frac{1}{6}$

b. Comience por consonante.

P (comience por consonante) = $\frac{3\cdot 5!}{6!} = \frac{3\cdot 5!}{6\cdot 5!} = \frac{1}{2}$

c. Comience y termine por vocal.

P (comience y acabe por vocal) = $\frac{3!\cdot 4!}{6!} = \frac{3\cdot 4!}{6\cdot 5\cdot 4!} = \frac{6}{30} = \frac{1}{5}$

d. Comience con la letra A y termine exactamente con dos consonantes.

La cantidad de palabras que empiezan por A y terminan por dos consonantes son: en primer lugar, la primera posición solo la puede ocupar la letra A, las dos ultimas solo pueden ser ocupadas por 3 y 2 letras respectivamente, por lo que las otras tres letras permutan entre sí. Entonces hay 3 · 2 · 3! palabras de este tipo.

P (comience por A y termine con dos consonantes) =

$= \frac{3\cdot 2\cdot 3!}{6!} = \frac{6\cdot 3!}{6\cdot 5\cdot 4\cdot 3!} = \frac{1}{20}$

31 Con los dígitos 9, 8, 7 y 6, formamos números de cuatro cifras sin que se repita ninguna cifra.

a. Indica todos los números posibles que se pueden obtener.

Se pueden obtener 24 números ($4! = 24$).

b. ¿Cuál es la probabilidad de que al elegir uno al azar sea mayor que 8 000?

Tiene que empezar o bien por 8 o bien por 9, por lo que hay dos opciones de permutar los otros tres números.

P (mayor que 8 000) = $\frac{2\cdot 3!}{4!} = \frac{1}{2}$

c. ¿Cuál es la probabilidad de que al elegir uno al azar sea número par?

Tiene que terminar o bien por 6 o bien por 8, por lo que hay dos opciones de permutar los otros tres números.

P (par) $= \frac{2\cdot 3!}{4!} = \frac{1}{2}$

32 ¿De cuántas formas se pueden sentar cinco personas en sendas sillas colocadas en una mesa circular?

$5! = 120$

33 Contesta a las siguientes preguntas usando los dígitos 1, 2, 3, 4, 5 y 6:

a. ¿Cuántos números de seis dígitos pueden formarse sin repetir ninguno?

Se pueden formar 720 números ($6! = 720$).

b. Halla la probabilidad de que, al elegir uno de esos números al azar, sea múltiplo de 5.

Para ello tiene que acabar en 5, por lo que hay 5! opciones:

P (múltiplo de 5) = $\frac{5!}{6!} = \frac{1}{6}$

c. Calcula la probabilidad de que, al elegir un número al azar, tenga sus cifras correlativas.

P (tener cifras correlativas) = $\frac{2}{720} = \frac{1}{360}$

EVALUACIÓN

1 ¿Qué tipo de suceso es «obtener impar en el lanzamiento de un dado»?

a. Elemental. b. Compuesto.

c. Seguro. **d. Imposible.**

2 El suceso contrario a obtener un 2 en el lanzamiento de un dado cúbico es:

a. {Sacar 1, 3, 6} **b. {Sacar 3, 5, 7}**

c. {Sacar 1, 3, 4, 5, 6} **d. {Sacar 3, 5}**

3 Al lanzar un dado cúbico se consideran los sucesos A = {1, 2} y B = {1, 3, 6}. La intersección $A \cap B^c$ es:

a. {2, 3, 4, 5, 6} **b. {1}** **c. {4, 5, 6}** d. {2}

4 En un bombo hay 100 bolas numeradas del 0 al 99. Si extraemos una bola al azar, la probabilidad de que en sus cifras esté el 7 es:

a. 0,3 b. 0,19 **c. 0,1** **d. 0,20**

Hay 19 números que tienen al 7: 7, 17, 27, 37, 47, 57, 67, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 87, 97. Entonces:

$\frac{19}{100}$ = 0,19

5 De la palabra VECINDARIO se elige una letra al azar. La probabilidad de «elegir vocal» es:

a. $\frac{1}{2}$ **b.** $\mathbf{\frac{1}{10}}$ **c. 5** **d. 0,05**

Hay 5 vocales y 10 letras en total, entonces: $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

6 Un dado cúbico está trucado, de modo que la probabilidad de sacar un 5 es tres veces mayor que la de sacar los otros números. La probabilidad de conseguir un 5 es:

a. $\mathbf{\frac{1}{3}}$ **b.** $\mathbf{\frac{3}{5}}$ c. $\frac{3}{8}$ **d.** $\mathbf{\frac{3}{6}}$

Llamamos p a la probabilidad de sacar cualquier número. Como la probabilidad de sacar un 5 es el triple, será 3p y la suma de todas las probabilidades es 1, entonces:

$5p + 3p = 1 \Rightarrow 8p = 1 \Rightarrow p = \frac{1}{8}$. Por tanto, la probabilidad de sacar un 5 es: $3 \cdot \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$.

7 Si A y B son dos sucesos tales que P (A) = 0,64, P (B) = 0,36 y P (A ∩ B) = 0,12, la P (A ∪ B) es:

a. 0,28 **b. 0,52** **c. 1** d. 0,88

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0{,}64 + 0{,}36 - 0{,}12 = 0{,}88$.

8 La probabilidad de que, al lanzar dos dados cúbicos, los resultados sumen 5 es:

a. $\mathbf{\frac{5}{36}}$ **b.** $\mathbf{\frac{1}{6}}$ c. $\frac{1}{9}$ **d.** $\mathbf{\frac{4}{6}}$

Hay 4 opciones de sumar 5 con dos dados: 1 + 4, 2 + 3, 3 + 2 y 4 + 1. Por tanto:

$\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

9 Con las letras de la palabra SABIO se forman todas las ordenaciones posibles. La probabilidad de que, al elegir una secuencia entre todas ellas, comience por la letra B es:

a. $\mathbf{\frac{20}{120}}$ **b.** $\mathbf{\frac{10}{60}}$ c. $\frac{1}{5}$ **d.** $\mathbf{\frac{5}{12}}$

Como fijamos la letra B en la primera posición, tenemos que el número de palabras que empiezan por B es 4!, por lo tanto: $\frac{4!}{5!} = \frac{1}{5}$