MATEMÁTICAS
2.º ESO

somoslink

SOLUCIONES AL LIBRO DEL ALUMNO

Unidad 9. Funciones elementales

Unidad 9. Funciones elementales

SOLUCIONES PÁG. 171

1. **Indica si la relación entre magnitudes es una función lineal:**
   a. **Los kilos de naranjas y el precio.** → Sí, porque la relación entre las magnitudes es directamente proporcional.
   b. **El número de obreros y el tiempo que emplean en realizar un trabajo.** → No, porque la relación entre las magnitudes no es directamente proporcional.
   c. **La velocidad de un coche y la distancia que recorre.** → Sí, porque la relación entre las magnitudes es directamente proporcional.
   d. **El tiempo que está abierto un grifo y los litros que arroja.** → Sí, porque la relación entre las magnitudes es directamente proporcional.

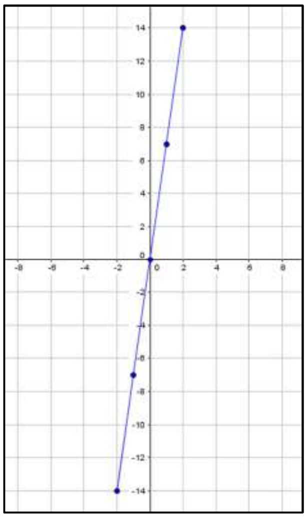
2. **Copia y completa en tu cuaderno la siguiente tabla de valores para las funciones lineales $y = 7x$ e $y = -\frac{1}{2}x$ y represéntalas:**

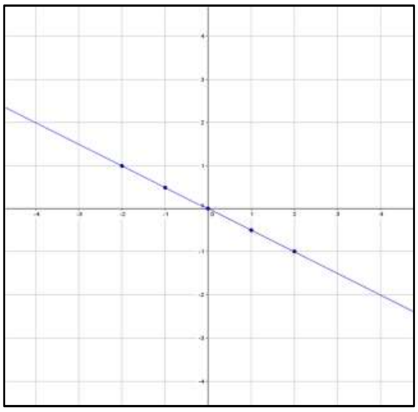
$y = 7x$

x	–2	–1	0	1	2
y	–14	–7	0	7	14

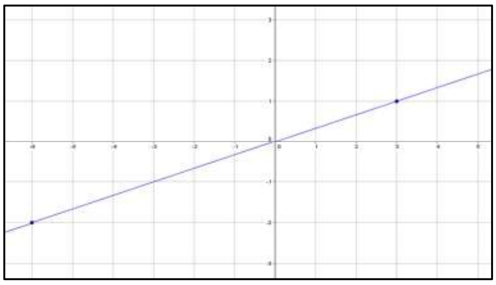
$y = -\frac{1}{2}x$

x	–2	–1	0	1	2
y	1	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	–1





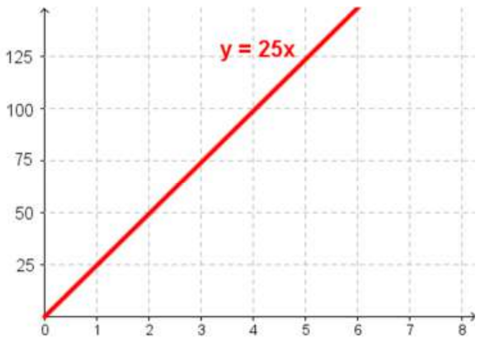
3. Representa la recta que pasa por los puntos A (–6 , –2) y B (3 , 1). ¿Se corresponde con una función lineal? En caso afirmativo, ¿cuál es su pendiente?



Sí es una función lineal
La pendiente se obtiene determinando el cociente de la variable *y* entre la variable *x* de un punto distinto del origen. Se coge, por ejemplo el punto B (3 , 1); la pendiente es m = $\frac{1}{3}$

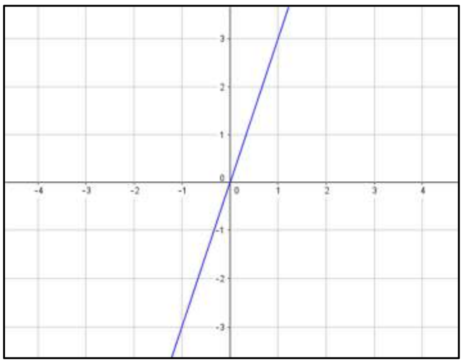
4. Un albañil alicata al día 25 m^2 de suelo. Halla la expresión algebraica de la función que relaciona el tiempo y los metros cuadrados de suelo. ¿Es una función lineal? Represéntala gráficamente.

$y = 25x \Rightarrow$ Sí es una función lineal porque es de la forma $y = mx$.

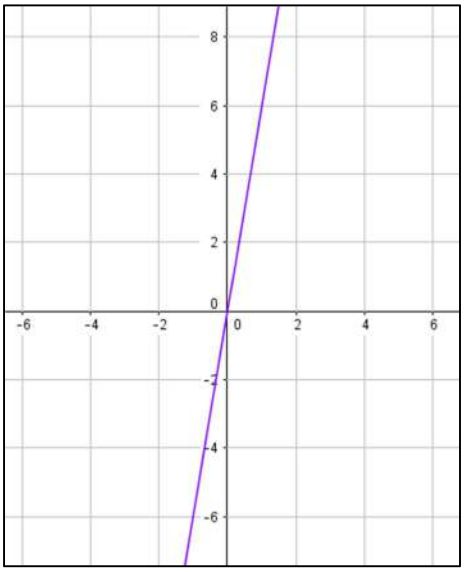


5. Indica, sin representarlas, si estas funciones son crecientes o decrecientes. Acto seguido, represéntalas gráficamente para comprobar tus respuestas.

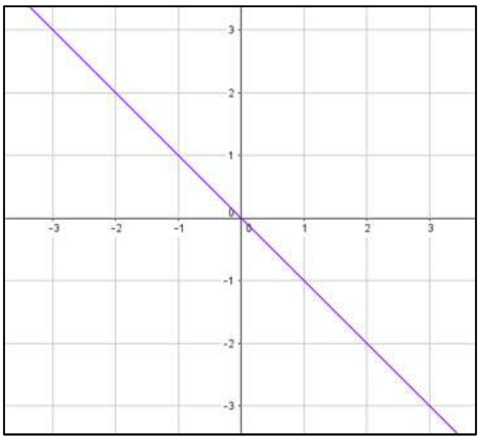
a. $\boldsymbol{y = 3x} \Rightarrow$ Función creciente, porque m > 0.



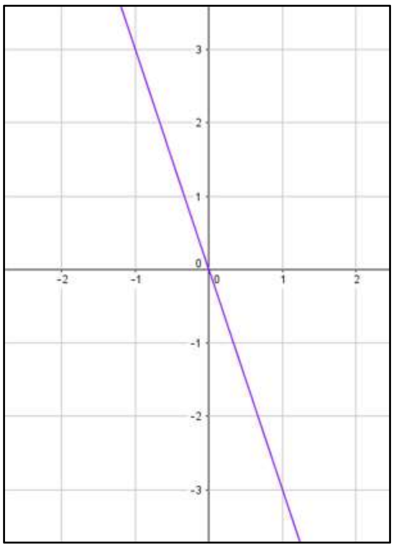
b. $\boldsymbol{y = 6x} \Rightarrow$ Función creciente, porque m > 0.



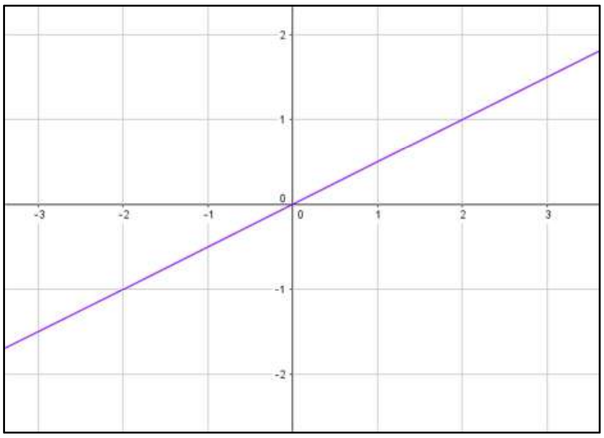
c. $\boldsymbol{y = -x} \Rightarrow$ Función decreciente, porque m < 0.



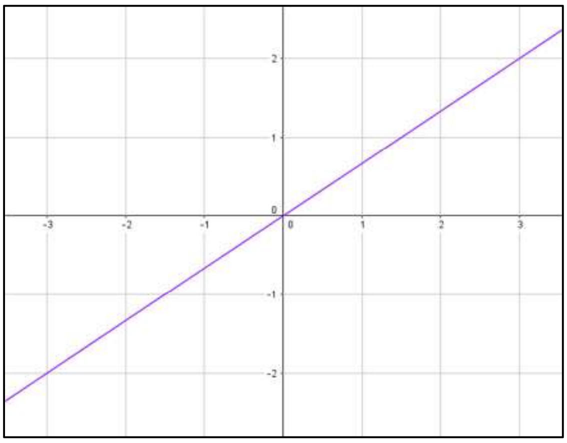
d. $\boldsymbol{y = -3x}$ $\Rightarrow$ Función decreciente, porque m < 0.



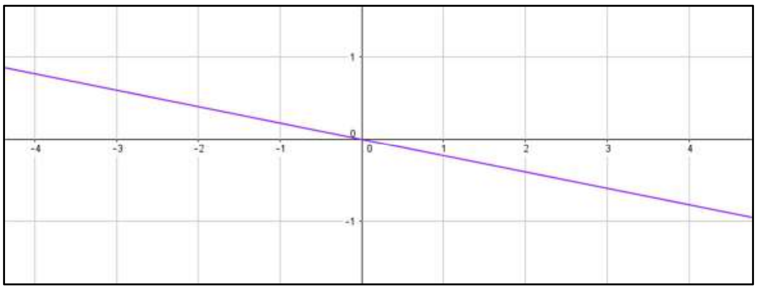
e. $\boldsymbol{y = 0{,}5x}$ $\Rightarrow$ Función creciente, porque m > 0.



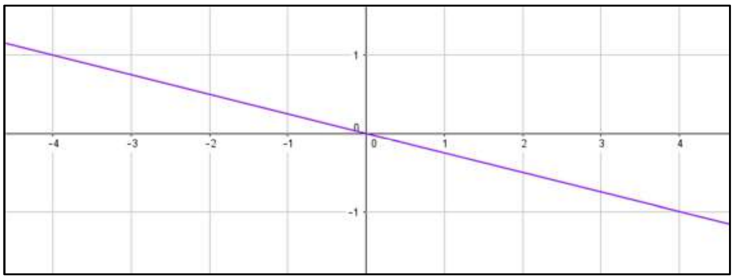
f. $\boldsymbol{y = \frac{2}{3}x}$ $\Rightarrow$ Función creciente, porque m > 0.



g. $\boldsymbol{y = -0{,}2x} \Rightarrow$ Función decreciente, porque m < 0.



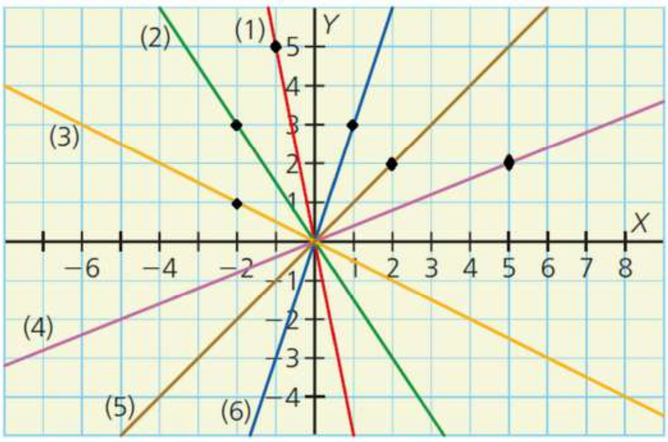
h. $\boldsymbol{y = -\frac{1}{4}x} \Rightarrow$ Función decreciente, porque m < 0.



6. **¿Pueden ser paralelas las rectas correspondientes a dos funciones lineales? Justifica tu respuesta.**
No, pues todas las rectas pasan por el punto (0 , 0). Luego son secantes.

7. **Halla la expresión algebraica de una función lineal que pasa por el punto (2, 5).**
La expresión algebraica de una función lineal es de la forma y = mx. Para calcular el valor de la pendiente, se sustituye en la expresión $\mathrm{m} = \frac{y}{x} \Rightarrow \mathrm{m} = \frac{5}{2}$. De esta forma, la expresión algebraica es: $y = \frac{5}{2}x$

8. **Determina las ecuaciones de estas funciones:**



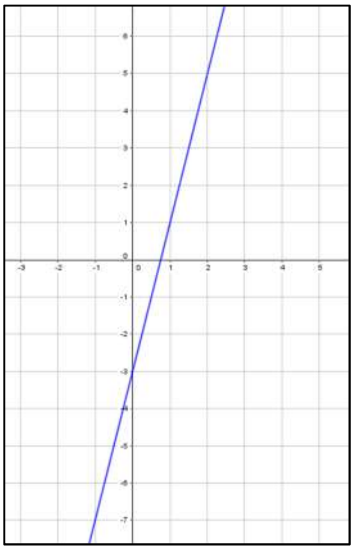
Para determinar la ecuación de una recta a partir de su representación, se elige un punto de dicha recta. Luego, para calcular el valor de la pendiente, se sustituye en la expresión $\mathrm{m} = \frac{y}{x}$. De esta forma, la expresión algebraica de cada recta es:

- Recta (1). Se elige el punto (–1 , 5). Entonces, $m = \frac{5}{-1} = -5$, por lo que la expresión es: $y = -5x$
- Recta (2). Se elige el punto (–2 , 3). Entonces, $m = \frac{3}{-2}$, por lo que la expresión es: $y = -\frac{3}{2}x$
- Recta (3). Se elige el punto (–2 , 1). Entonces, $m = \frac{1}{-2}$, por lo que la expresión es: $y = -\frac{1}{2}x$
- Recta (4). Se elige el punto (5 , 2). Entonces, $m = \frac{2}{5}$, por lo que la expresión es: $y = \frac{2}{5}x$
- Recta (5). Se elige el punto (2 , 2). Entonces, $m = \frac{2}{2} = 1$, por lo que la expresión es: $y = x$
- Recta (6). Se elige el punto (1 , 3). Entonces, $m = \frac{3}{1} = 3$, por lo que la expresión es: $y = 3x$

SOLUCIONES PÁG. 173

9. Copia y completa en tu cuaderno las tablas de valores para estas funciones y represéntala:

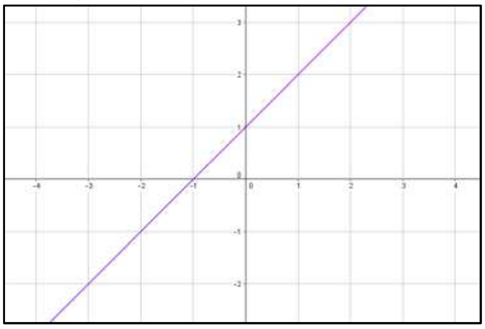
x	–2	–1	2	3
$y = 4x - 3$	–11	–7	5	9



10. Indica cuál es la pendiente y la ordenada en el origen de las siguientes funciones y represéntalas:

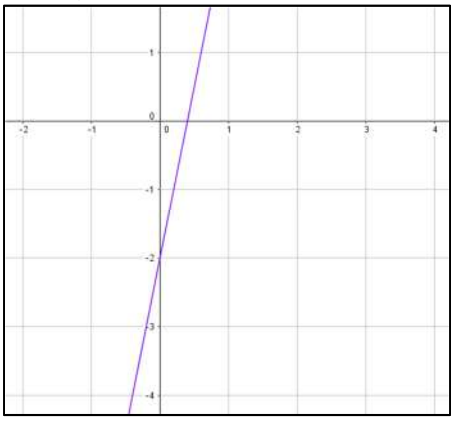
a. ***y* = *x* + 1**

m = 1, n = 1



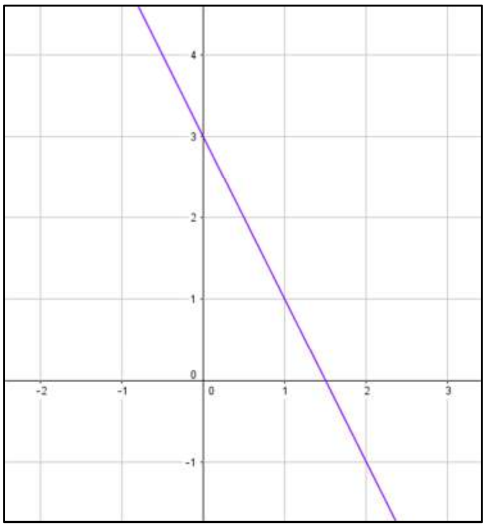
b. ***y* = 5*x* – 2**

m = 5, n = –2



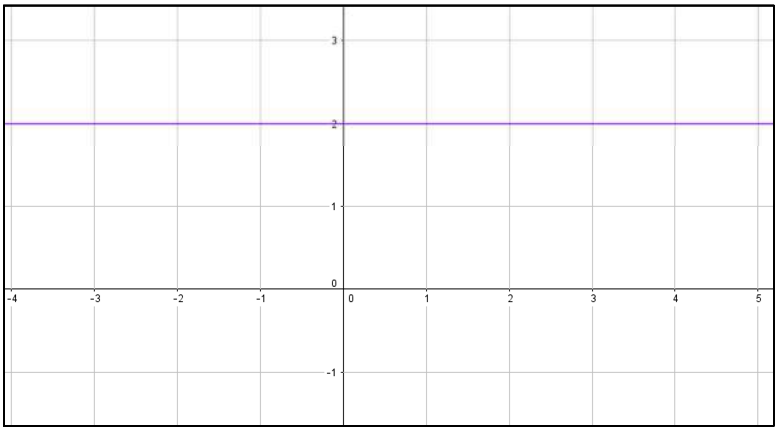
c. ***y* = –2*x* + 3**

m = –2, n = 3



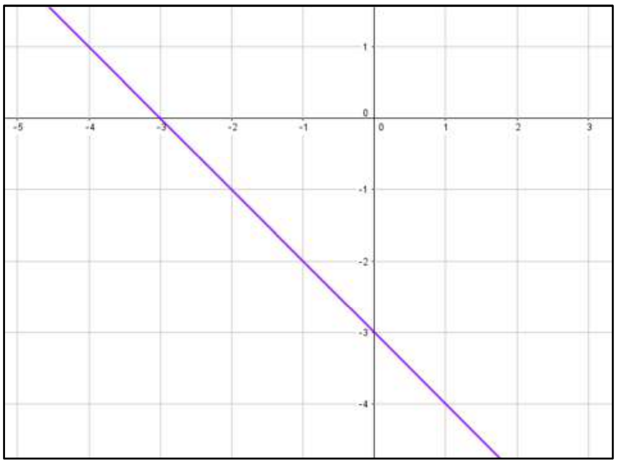
d. $y = 2$

m = 0, n = 2



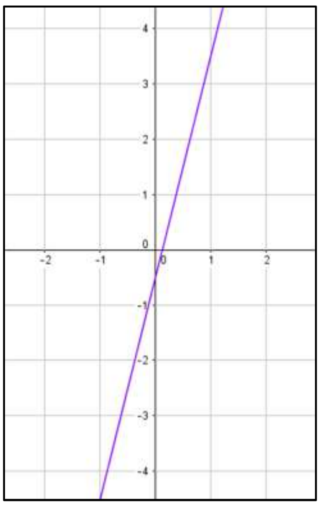
e. $y = -x - 3$

m = –1, n = –3



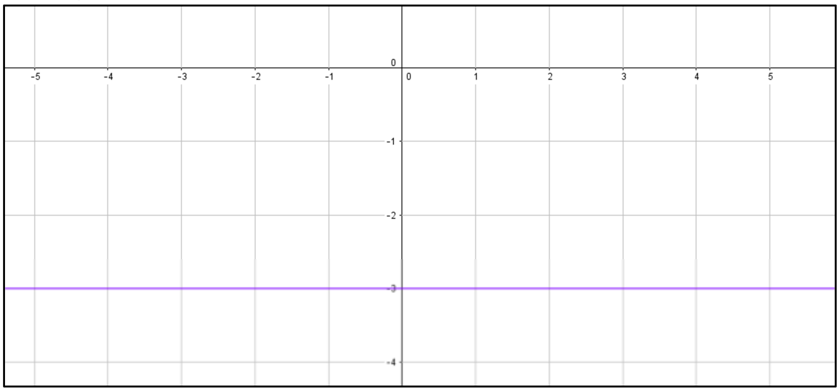
f. $y = 4x - \frac{1}{2}$

m = 4, n = $-\frac{1}{2}$



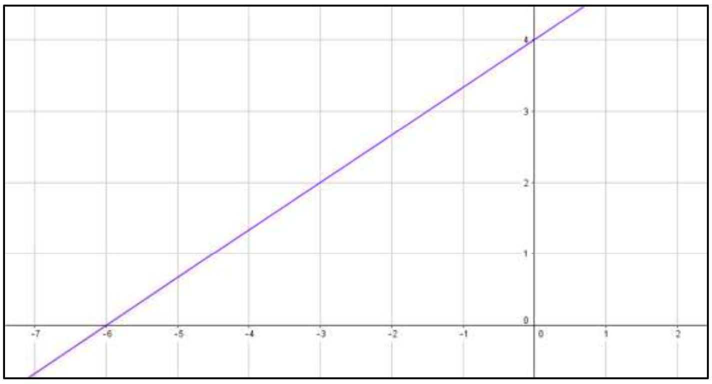
g. $\boldsymbol{y = -3}$

m = 0, n = –3



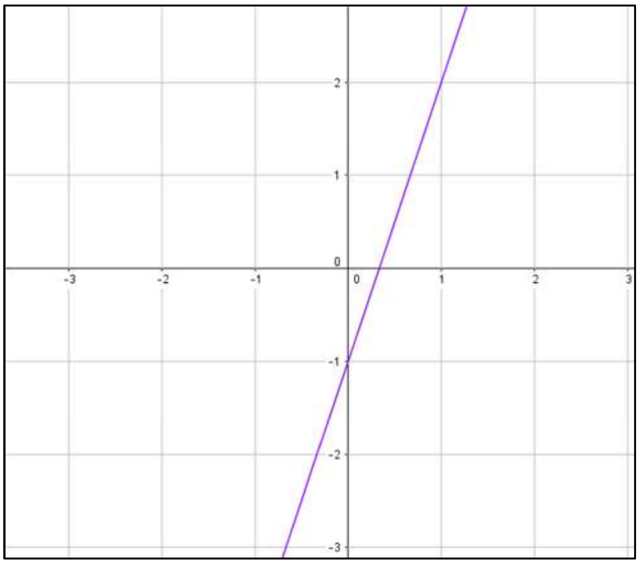
h. $\boldsymbol{y = \frac{2}{3}x + 4}$

m = $\frac{2}{3}$, n = 4

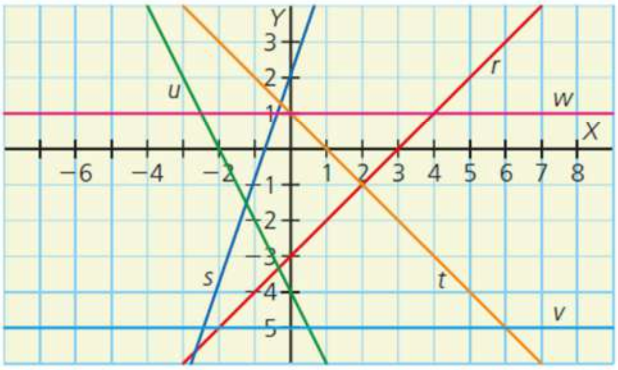


i. $\boldsymbol{y = -1 + 3x}$

m = 3, n = –1



11. Relaciona las siguientes funciones con sus correspondientes rectas:



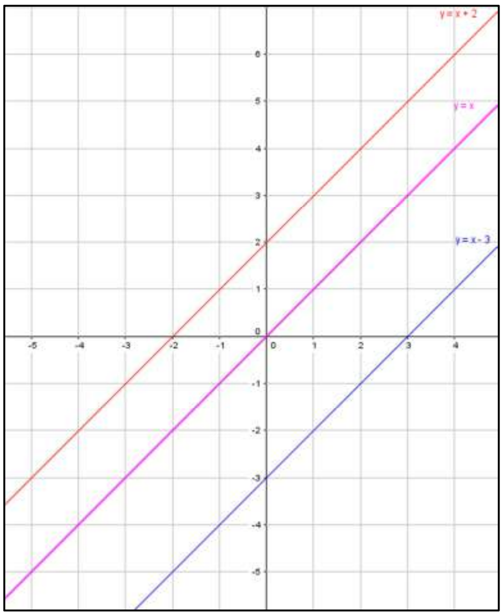
a. ***y* = 3*x* + 2** → Como m = 3 y n = 2, es la recta *s.*
b. ***y* = –*x* + 1** → Como m = –1 y n = 1, es la recta *t.*
c. ***y* = –2*x* – 4** → Como m = –2 y n = –4, es la recta *u.*
d. ***y* = –5** → Como n = –5, es la recta *v.*
e. ***y* = 1** → Como n = 1, es la recta *w.*
f. ***y* = *x* – 3** → Como m = 1 y n = –3, es la recta *r.*

12. Dibuja, en los mismos ejes de coordenadas, las funciones *y* = *x* + 2, *y* = *x* – 3 e *y* = *x*. ¿Cómo son las tres rectas?

x	–2	–1	2	3
y = *x* + 2	0	1	4	5

x	–2	–1	2	3
y = *x* – 3	–5	–4	–1	0

x	–2	–1	2	3
y = *x*	–2	–1	2	3



Las tres rectas son paralelas.

13. Encuentra la expresión algebraica de una función afín que pase por el punto (0 , 4) y es paralela a la recta de la función *y* = 5*x* – 2.

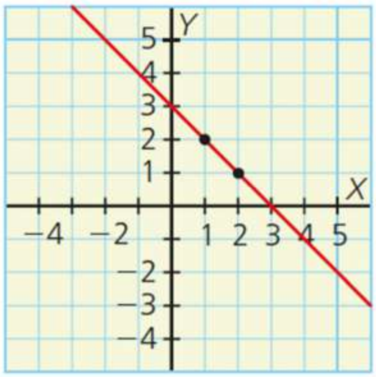
Como las rectas son paralelas, presentan la misma inclinación respecto al eje de abscisas, *X.* Por tanto, tienen la misma pendiente, m = 5.

Como el punto está sobre el eje de ordenadas, *Y*, es la ordenada en el origen, es decir, n = 4.

La expresión algebraica es: $y = 5x + 4$

14. Escribe la expresión de las siguientes funciones:

a.



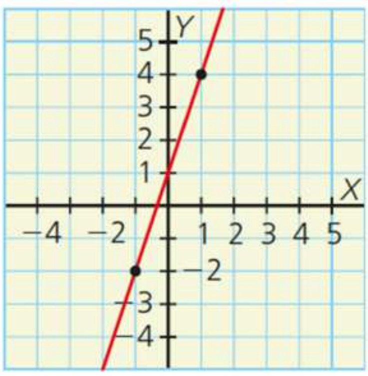
Se calcula la pendiente de la recta a partir de los puntos marcados en la recta:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \Rightarrow m = \frac{1-2}{2-1} = -1 \Rightarrow m = -1$$

La recta corta al eje de ordenadas, *Y,* en 3. Por tanto, la ordenada en el origen es n = 3.

La expresión de la recta es: $y = -x + 3$

b.



Se calcula la pendiente de la recta a partir de los puntos marcados en la recta:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \Rightarrow m = \frac{4-(-2)}{1-(-1)} = \frac{4+2}{1+1} = \frac{6}{2} = 3 \Rightarrow m = 3$$

La recta corta al eje de ordenadas, *Y,* en 1. Por tanto, la ordenada en el origen es n = 1.

La expresión de la recta es: $y = 3x + 1$

15. Al apuntarse en el equipo de baloncesto de su barrio, Alfonso ha pagado 30 € en concepto de tasa de inscripción. Si la cuota mensual es de 40 €, ¿cuál es la expresión algebraica de la función que relaciona el número de meses y el dinero desembolsado? ¿Cuánto habrá pagado en total Alfonso cuando lleve 5 meses en el equipo?

Se construye una tabla de valores:

x = número de meses	y = precio total (€)
1	$1 \cdot 40 + 30 = 70$
2	$2 \cdot 40 + 30 = 110$
3	$3 \cdot 40 + 30 = 150$
4	$4 \cdot 40 + 30 = 190$
…	…
x	$x \cdot 40 + 30$

Luego, la expresión algebraica de la función que relaciona el número de meses y el dinero desembolsado es: $y = 40x + 30$

En 5 meses habrá pagado: $40 \cdot 5 + 30 = 230$ €

16. La temperatura se puede medir en Kelvin, grados Celsius o Fahrenheit. Averigua cuál es la expresión algebraica que relaciona la temperatura en grados Celsius y Kelvin y la que relaciona grados Celsius y Fahrenheit.

K = ºC + 273 $\qquad$ ºF = $\frac{9}{5}$ ºC + 32

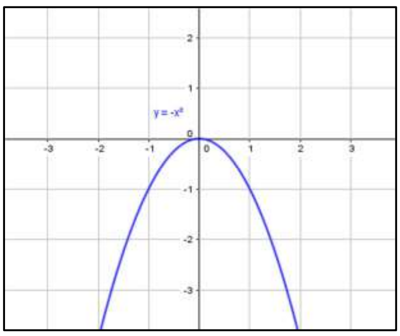
SOLUCIONES PÁG. 175

17. Dibuja las siguientes funciones cuadráticas:

a. $y = -x^2$

Como a < 0, las ramas de la parábola apuntan hacia abajo.

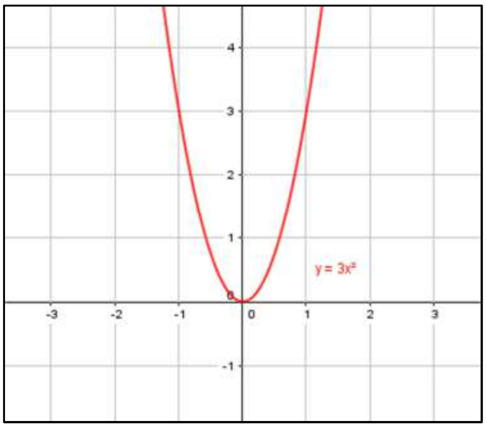
- Punto de corte con el eje *Y:*
  $x = 0 \Rightarrow y = -0^2 = 0$
  Luego el punto de corte es (0 , 0).
- Punto de corte con el eje *X:*
  $$y = 0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 0}}{2 \cdot (-1)} = \frac{0}{-2} = 0$$
  Luego el punto de corte es (0 , 0).



b. $\boldsymbol{y = 3x^2}$

Como a > 0, las ramas de la parábola apuntan hacia arriba.

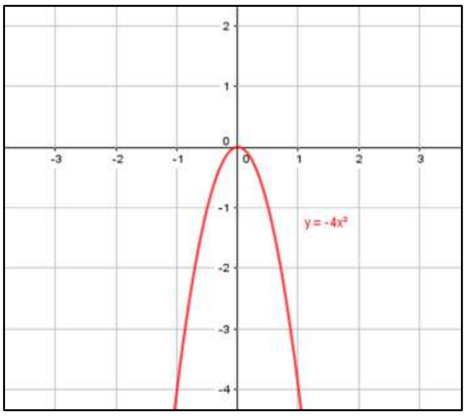
- Punto de corte con el eje *Y:*
  $x = 0 \Rightarrow y = 3 \cdot 0^2 = 0$
  Luego el punto de corte es (0 , 0).
- Punto de corte con el eje *X:*
  $$y = 0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot 3 \cdot 0}}{2 \cdot 3} = \frac{0}{6} = 0$$
  Luego el punto de corte es (0 , 0).



c. $\boldsymbol{y = -4x^2}$

Como a < 0, las ramas de la parábola apuntan hacia abajo.

- Punto de corte con el eje *Y:*
  $x = 0 \Rightarrow y = -4 \cdot 0^2 = 0$
  Luego el punto de corte es (0 , 0).
- Punto de corte con el eje *X:*
  $$y = 0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot (-4) \cdot 0}}{2 \cdot (-4)} = \frac{0}{-8} = 0$$
  Luego el punto de corte es (0 , 0).



d. $\boldsymbol{y = x^2}$

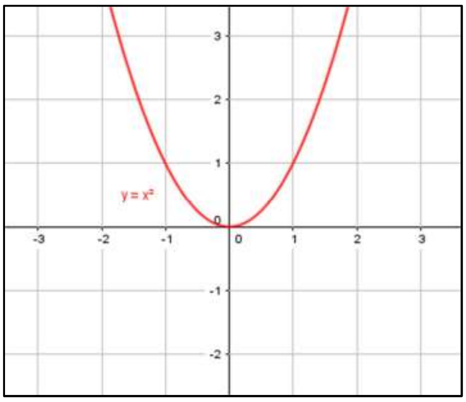
Como a > 0, las ramas de la parábola apuntan hacia arriba.

- Punto de corte con el eje *Y:*
  $x = 0 \Rightarrow y = 0^2 = 0$
  Luego el punto de corte es (0 , 0).

- Punto de corte con el eje *X:*

  $y = 0 \Rightarrow x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \dfrac{-0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0}}{2 \cdot 1} = \dfrac{0}{2} = 0$

  Luego el punto de corte es (0 , 0).



e. $\boldsymbol{y = -x^2 + 4}$

Como a < 0, las ramas de la parábola apuntan hacia abajo.

- Punto de corte con el eje *Y:*

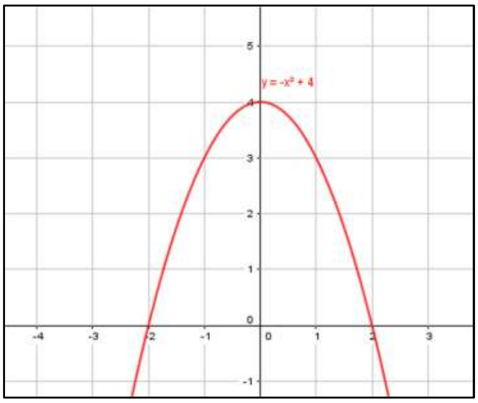
  $x = 0 \Rightarrow y = -0^2 + 4 = 4$

  Luego el punto de corte es (0 , 4).
- Puntos de corte con el eje *X:*

  $y = 0 \Rightarrow x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \dfrac{-0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 4}}{2 \cdot (-1)} = \dfrac{0 \pm \sqrt{16}}{-2} = \dfrac{0 \pm 4}{-2} \Rightarrow$

  $$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{4}{-2} = -2 \\ x_2 = \dfrac{-4}{-2} = 2 \end{cases}$$

  Luego los puntos de corte son (–2 , 0) y (2 , 0).



f. $\boldsymbol{y = x^2 + 3x}$

Como a > 0, las ramas de la parábola apuntan hacia arriba.

- Punto de corte con el eje *Y:*

  $x = 0 \Rightarrow y = 0^2 + 3 \cdot 0 = 0$

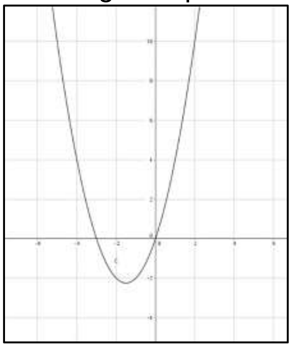
  Luego el punto de corte es (0 , 0).

- Puntos de corte con el eje *X:*

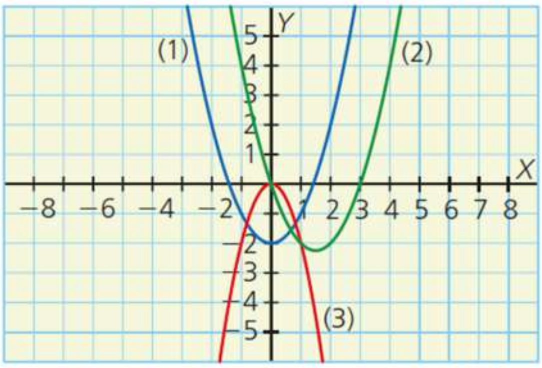
$$y = 0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0}}{2 \cdot 1} = \frac{-3 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{-3 \pm 3}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{-3+3}{2} = 0 \\ x_2 = \dfrac{-3-3}{2} = -3 \end{cases}$$

Luego los puntos de corte son (–3 , 0) y (0 , 0).



18. Asocia cada función con su correspondiente gráfica:



a. $\boldsymbol{y = -2x^2}$ → El valor de a < 0, por tanto, las ramas de la parábola apuntan hacia abajo. Es la función (3).

b. $\boldsymbol{y = x^2 - 3x}$ → El valor de a > 0, por tanto las ramas de parábola apuntan hacia arriba. Como c = 0, corta al origen de coordenadas. Es la función (2).

c. $\boldsymbol{y = x^2 - 2}$ → El valor de a > 0, por tanto las ramas de parábola apuntan hacia arriba. Como b = 0, su vértice está sobre el eje de ordenadas. Es la función (1).

19. Observa las expresiones de las funciones $y = 4x^2$, $y = -2x^2 + 3$, $y = 5x^2 - 1$ e $y = x^2 + 3$ y determina:

a. ¿Qué parábolas tienen sus ramas apuntando hacia arriba? ¿Y más abiertas?

Las parábolas que tienen sus ramas apuntando hacia arriba son las que tienen a > 0. Por tanto son: $y = 4x^2$, $y = 5x^2 - 1$ e $y = x^2 + 3$. Las parábolas más abiertas son las que tienen el coeficiente a más pequeño en valor absoluto. Por tanto son: $y = -2x^2 + 3$ e $y = x^2 + 3$

b. ¿Cuáles tienen el mismo punto de corte con el eje *Y*?

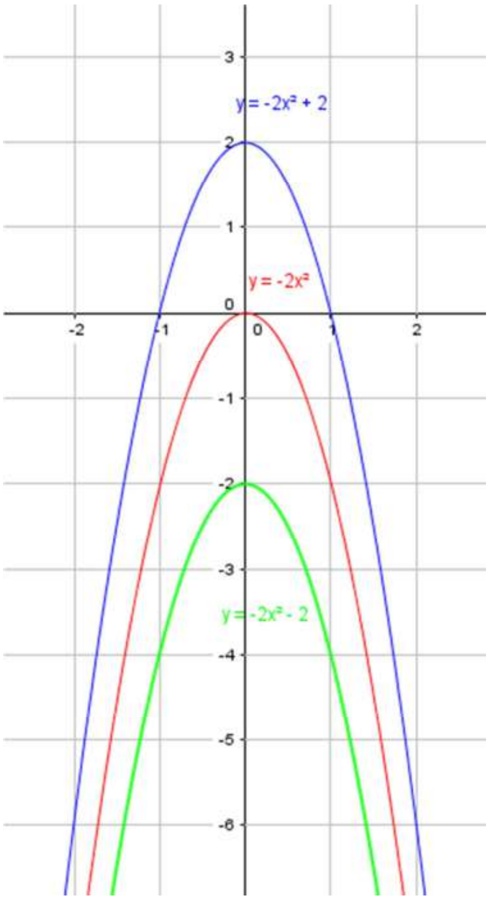
Tienen el mismo punto de corte con el eje *Y* las parábolas: $y = -2x^2 + 3$ e $y = x^2 + 3$

20. Representa, en los mismos ejes de coordenadas, las gráficas de las funciones $y = -2x^2$, $y = -2x^2 + 2$ e $y = -2x^2 - 2$. ¿En qué se parecen y se diferencian las gráficas? ¿Qué tienen que ver estas diferencias con sus expresiones?

x	–2	–1	2	3
$y = -2x^2$	–8	–2	–8	–18

x	–2	–1	2	3
$y = -2x^2 + 2$	–6	0	–6	–16

x	–2	–1	2	3
$y = -2x^2 - 2$	–10	–4	–10	–20



Todas las parábolas se parecen en que tienen la misma abertura de sus ramas y su vértice está sobre el eje *Y*. Las tres parábolas tienen la misma forma, pero están desplazadas. Se diferencian en lo desplazadas que están las parábolas respecto al eje *X*.

Estas diferencias tienen que ver con el valor *c* de la expresión. Si $c > 0$ la gráfica se desplaza *c* lugares hacia arriba con respecto a la parábola que tiene $c = 0$ y si $c < 0$ la gráfica se desplaza *c* lugares hacia abajo.

21. Indica, sin representar las siguientes funciones, en cuántos puntos cortan al eje *X* y hállalos.

a. $\boldsymbol{y = x^2 + 9}$

Se resuelve la ecuación de segundo grado $x^2 + 9 = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9}}{2 \cdot 1} = \frac{0 \pm \sqrt{-36}}{2}$$

Como la raíz es negativa, la función no corta al eje *X*.

b. $\boldsymbol{y = x^2 - 5x}$

Se resuelve la ecuación de segundo grado $x^2 - 5x = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{5 \pm 5}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{5+5}{2} = \dfrac{10}{2} = 5 \\ x_2 = \dfrac{5-5}{2} = \dfrac{0}{2} = 0 \end{cases}$$

Como la ecuación tiene dos soluciones, la función corta al eje *X* en los puntos (0 , 0) y (5 , 0).

c. $\boldsymbol{y = x^2 - 6x + 9}$

Se resuelve la ecuación de segundo grado $x^2 - 6x + 9 = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 36}}{2} = \frac{6 \pm 0}{2} = 3$$

Como la ecuación tiene una solución, la función corta al eje *X* en el punto (3 , 0).

22. Escribe la expresión algebraica de la función que relaciona el área de un círculo y su radio.

Si *x* es el radio de la circunferencia e *y* el área del círculo correspondiente: $y = \pi x^2$

SOLUCIONES PÁG. 177

23. Representa las siguientes funciones de proporcionalidad inversa:

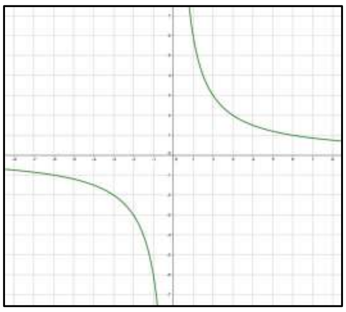
a. $\boldsymbol{y = \dfrac{6}{x}}$

Como k > 0, la función es decreciente. Se encuentra en el primer y tercer cuadrante.

El producto de las coordenadas de un punto es el valor de la constante de proporcionalidad inversa: $x \cdot y = 6$.

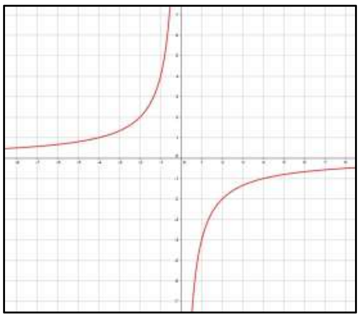
De esta forma, los puntos (1 , 6), (2 , 3), (3 , 2), (6 , 1) cumplen dicha igualdad.

La gráfica se completa representando en el tercer cuadrante.



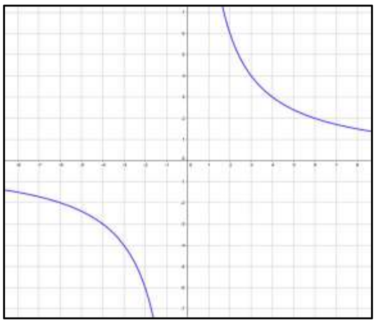
b. $\boldsymbol{y = \frac{-4}{x}}$

Como k < 0, la función es creciente. Se encuentra en el segundo y cuarto cuadrante.
El producto de las coordenadas de un punto es el valor de la constante de proporcionalidad inversa: $x \cdot y = -4$.
De esta forma, los puntos (–1 , 4), (–2 , 2), (–4 , 1), cumplen dicha igualdad. La gráfica se completa representando en el cuarto cuadrante.



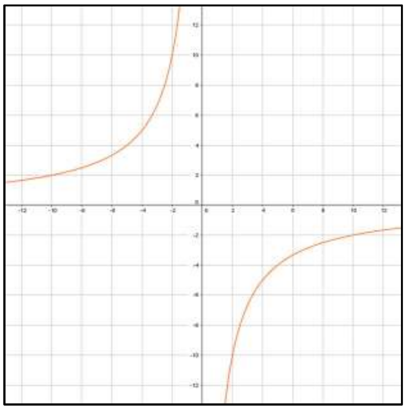
c. $\boldsymbol{y = \frac{12}{x}}$

Como k > 0, la función es decreciente. Se encuentra en el primer y tercer cuadrante.
El producto de las coordenadas de un punto es el valor de la constante de proporcionalidad inversa: $x \cdot y = 12$.
De esta forma, los puntos (1 , 12), (2 , 6), (3 , 4), (4 , 3), (6 , 2), (12 , 1) cumplen dicha igualdad. La gráfica se completa representando en el tercer cuadrante.



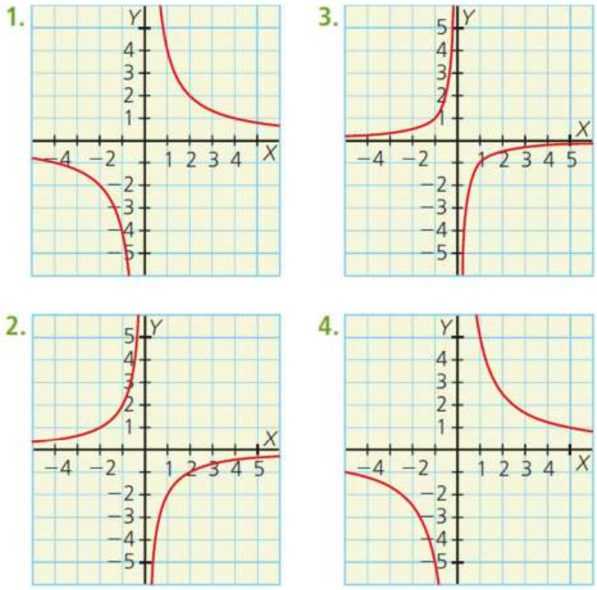
d. $\boldsymbol{y = \frac{-20}{x}}$

Como k < 0, la función es creciente. Se encuentra en el segundo y cuarto cuadrante.
El producto de las coordenadas de un punto es el valor de la constante de proporcionalidad inversa: $x \cdot y = -20$.
De esta forma, los puntos (–1 , 20), (–2 , 10), (–4 , 5), (–5 , 4), (–10 , 2), (–20, 1) cumplen dicha igualdad. La gráfica se completa representando en el cuarto cuadrante.



24. Asocia cada una de estas funciones con su correspondiente gráfica:

a. $y = \frac{5}{x}$ **b.** $y = \frac{-2}{x}$ **c.** $y = \frac{4}{x}$ **d.** $y = \frac{-1}{x}$



a. La función $y = \frac{5}{x}$ es la 4 porque el producto de las coordenadas de un punto, $x \cdot y = 5$. Así el producto de $1 \cdot 5 = 5 \cdot 1 = 5$

b. La función $y = \frac{-2}{x}$ es la 2 porque el producto de las coordenadas de un punto, $x \cdot y = -2$. Así el producto de $-1 \cdot 2 = -2 \cdot 1 = -2$

c. La función $y = \frac{4}{x}$ es la 1 porque el producto de las coordenadas de un punto, $x \cdot y = 4$. Así el producto de $1 \cdot 4 = 2 \cdot 2 = 4 \cdot 1 = 4$

d. La función $y = \frac{-1}{x}$ es la 3 porque el producto de las coordenadas de un punto, $x \cdot y = -1$. Así el producto de $1 \cdot -1 = -1 \cdot 1 = -1$

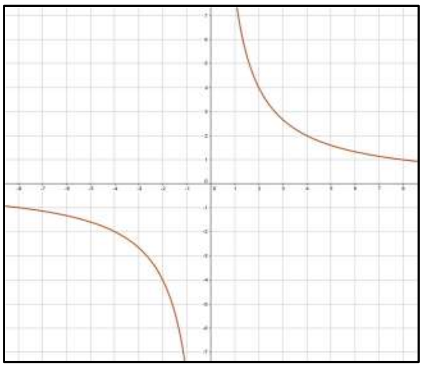
25. Dada la función $y = \frac{8}{x}$

a. Elabora una tabla de valores.

x	–4	–2	–1	1	2	4
$y = \frac{8}{x}$	–2	–4	–8	8	4	2

b. Indica, sin representarla, si es creciente o decreciente.
Es decreciente porque la constante de proporcionalidad, k, es positiva.

c. Represéntala y comprueba que se cumple tu respuesta del apartado b.

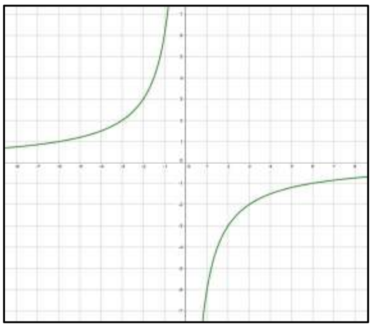


26. Copia y completa en tu cuaderno la siguiente tabla de valores, que corresponde a una función de proporcionalidad inversa:

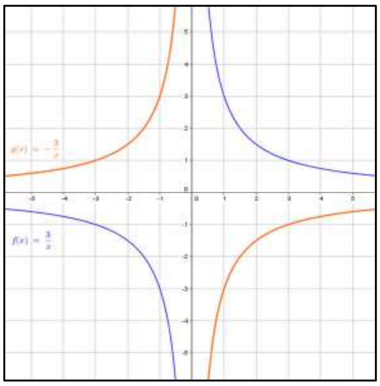
x	–6	–3	–2	1	2	6
y	1	2	3	–6	–3	–1

a. Halla la expresión algebraica de la función.
El producto de dos puntos cualesquiera tiene que ser igual a la constante de proporcionalidad, k. Por tanto:
$-6 \cdot 1 = -3 \cdot 2 = -2 \cdot 3 = 1 \cdot -6 = -6$
Así, la expresión algebraica es: $y = \frac{-6}{x}$

b. Representa gráficamente la función.



27. Representa en los mismos ejes de coordenadas las funciones $y = \frac{3}{x}$ e $y = \frac{-3}{x}$. ¿Qué tienen en común?



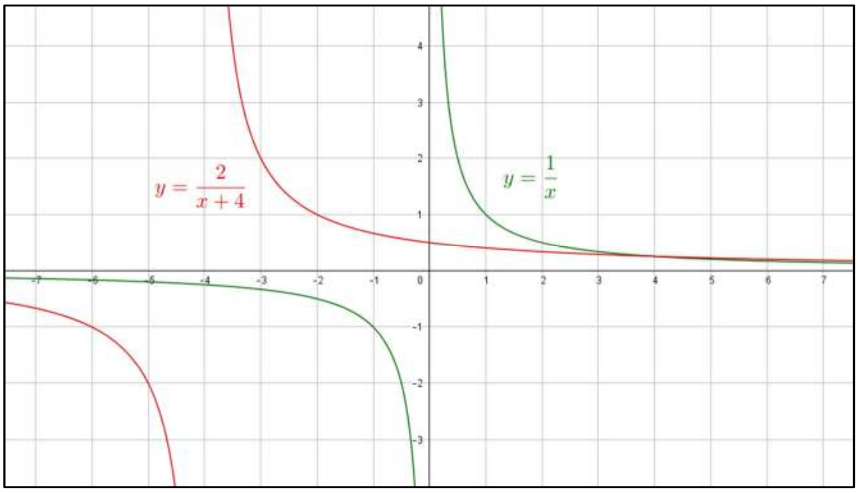
Tienen la misma forma y son simétricas respecto del eje *Y*.

28. Actividad resuelta.

29. Representa las funciones:

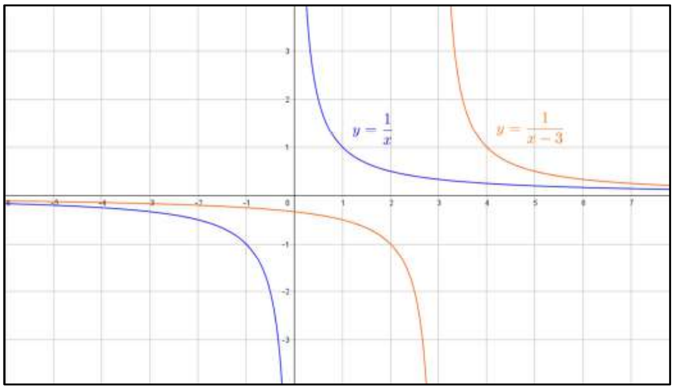
a. $y = \frac{2}{x+4}$

Se representa a partir de la función de proporcionalidad inversa $y = \frac{1}{x}$. La función $y = \frac{2}{x+4}$ es la función anterior trasladada cuatro unidades a la izquierda y dos unidades hacia arriba:



b. $\boldsymbol{y = \dfrac{1}{x - 3}}$

Se representa a partir de la función de proporcionalidad inversa $y = \dfrac{1}{x}$. La función $y = \dfrac{1}{x-3}$ es la función anterior trasladada tres unidades a la derecha.



30. Se quiere dibujar rectángulos que tengan un área de 18 cm^2.

a. Elabora una tabla de valores que relacione la base y la altura de los rectángulos.

x = base, y = altura

Como $A = b \cdot h \Rightarrow A = x \cdot y \Rightarrow 18 = x \cdot y \Rightarrow y = \dfrac{18}{x}$. Se sustituye en la función los valores de la base:

x	1	2	3	6	9	18
y	18	9	6	3	2	1

b. Expresa algebraicamente la función que relaciona la base y la altura de los rectángulos.

El producto de dos puntos cualesquiera tiene que ser igual a la constante de proporcionalidad, k. Por tanto:

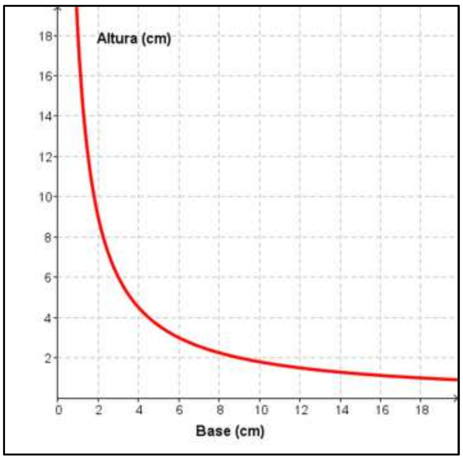
$1 \cdot 18 = 2 \cdot 9 = 3 \cdot 6 = 6 \cdot 3 = 18$

Así, la expresión algebraica es: $y = \dfrac{18}{x}$

c. ¿En qué cuadrante estará la gráfica de la función? Justifica tu respuesta.

En el primer cuadrante, pues las variables x (base) e y (altura) deben ser positivas por ser longitudes.

d. Representa la función.



31. Un grupo de alumnos decide hacer un regalo valorado en 30 € a su profesor.

a. Elabora una tabla de valores que relacione el número de alumnos que participa en el regalo y el dinero que pone cada uno de ellos.

x = Número de alumnos

y = Dinero que pone cada alumno

x	1	2	3	5	6	10	15	30
y	30	15	10	6	5	3	2	1

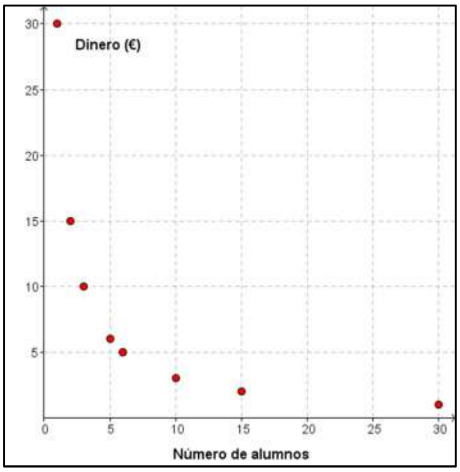
b. Halla la expresión algebraica de la función.

El producto de dos puntos cualesquiera tiene que ser igual a la constante de proporcionalidad, k. Por tanto:

$1 \cdot 30 = 2 \cdot 15 = 3 \cdot 10 = 5 \cdot 6 = 30$

Así, la expresión algebraica es: $y = \dfrac{30}{x}$

c. Representa la función. ¿Se pueden unir los puntos? Justifica tu respuesta.



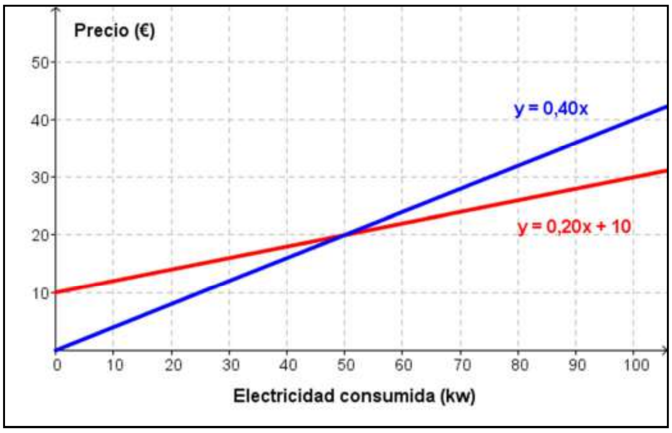
No se pueden unir los puntos pues el número de alumnos debe ser un número natural, sin decimales.

SOLUCIONES PÁG. 179

32. Una compañía eléctrica cobra a sus clientes 10 € de tarifa fija, más 0,20 € por kilovatio de electricidad consumido. Otra compañía, sin tarifa fija, cobra 0,40 € por kilovatio de electricidad consumida.

a. Representa gráficamente en un mismo eje de coordenadas las dos funciones que relacionan la electricidad consumida y el precio.

Las funciones son:
$y = 0{,}20x + 10$
$y = 0{,}40x$



b. Indica, según la electricidad consumida, cuándo es más conveniente contratar con una compañía u otra.

La segunda empresa, cuya función es $y = 0{,}40x$, es conveniente contratarla si se consumen como máximo 50 kw, y la primera, cuya función es $y = 0{,}20x + 10$, si se consumen al menos 50 kw.

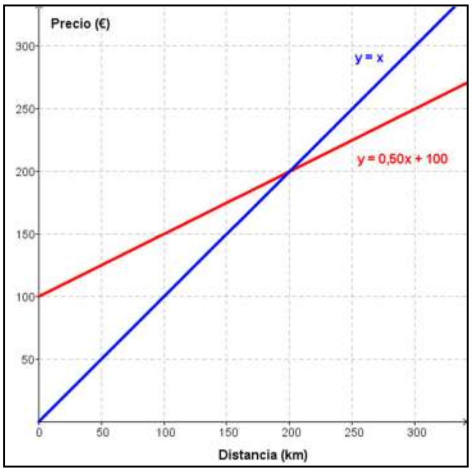
33. Para llevar unos muebles a su casa del pueblo, Sebas necesita alquilar una furgoneta; por ello, ha preguntado en dos empresas de transporte. La empresa A le cobra 100 € fijos más 50 céntimos por cada kilómetro recorrido, mientras que en la empresa B tiene que pagar 1 € por kilómetro recorrido.

a. Escribe las expresiones algebraicas de las dos funciones que relacionan el número de kilómetros recorridos y el precio. ¿Qué tipo de funciones son?

Si x = distancia recorrida (km) e y = precio (€):

Empresa A: $y = 0{,}50x + 100$, es una función afín.
Empresa B: $y = x$, es una función lineal.

b. Representa las funciones en una misma gráfica.



c. Si el pueblo de Sebas estuviera a 150 km, ¿cuál de las dos empresas sería más rentable?

Se sustituye el valor en ambas funciones:
Empresa A: $y = 0{,}50x + 100 \Rightarrow y = 0{,}50 \cdot 150 + 100 = 175$
Empresa B: $y = x \Rightarrow y = 150$

La empresa B, pues el precio de la empresa A sería 175 € y en la B, 150 €.

d. ¿En qué momento es igual el precio que hay que pagar en ambas?

Se igualan ambas funciones y se resuelve la ecuación resultante:

$0{,}50x + 100 = x \Rightarrow 100 = 0{,}5x \Rightarrow x = \dfrac{100}{0{,}5} = 200$

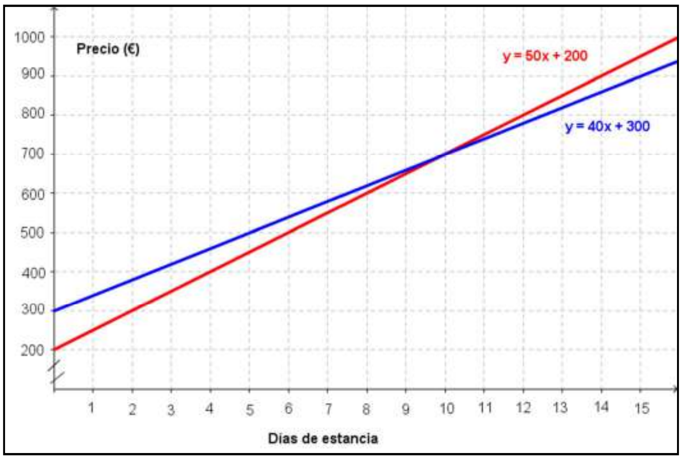
Cuando la distancia recorrida es 200 km.

34. Este verano, Sindy quiere ir a Londres. En una agencia de viajes, el vuelo le sale por 200 €, a lo que hay que sumar 50 € por día de estancia. En otra agencia, el vuelo le cuesta 300 €, y cada día de estancia vale 40 €.

a. Expresa algebraicamente las funciones que relacionan el precio y los días de estancia en Londres para las dos agencias de viajes y representa ambas funciones.

Si x = días de estancia e y = precio:
$y = 50x + 200$
$y = 40x + 300$

b. ¿Cuántos días tiene que pasar Sindy en Londres para que el precio del viaje le salga igual en las dos agencias?



Para que el precio sea igual, ambas funciones se deben de cruzar. Esto ocurre en $x = 10$. Por tanto, debe pasar 10 días.

c. ¿A partir de qué día es más barato el viaje a través de la segunda agencia de viajes?

A partir del décimo día de estancia, pues la gráfica está por debajo de la otra.

35. El submarino rojo, situado a 400 m por debajo de la superficie, asciende a 20 m por minuto. Próximo a él se encuentra el submarino amarillo, que sube desde los 600 m de profundidad a 30 m por minuto.

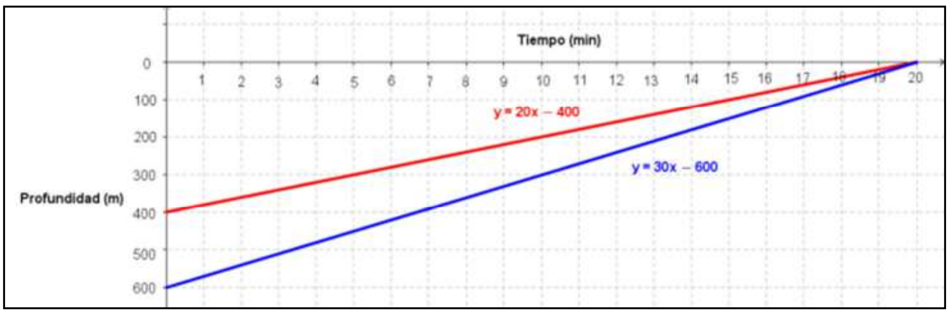
a. Expresa las funciones que relacionan la profundidad a la que se encuentran los submarinos y el tiempo de ascenso.

Si x = tiempo (min) e y = profundidad (m):

$y = 20x – 400$

$y = 30x – 600$

b. Representa gráficamente las funciones que relacionan los metros de profundidad y la velocidad de ascenso de los dos submarinos.



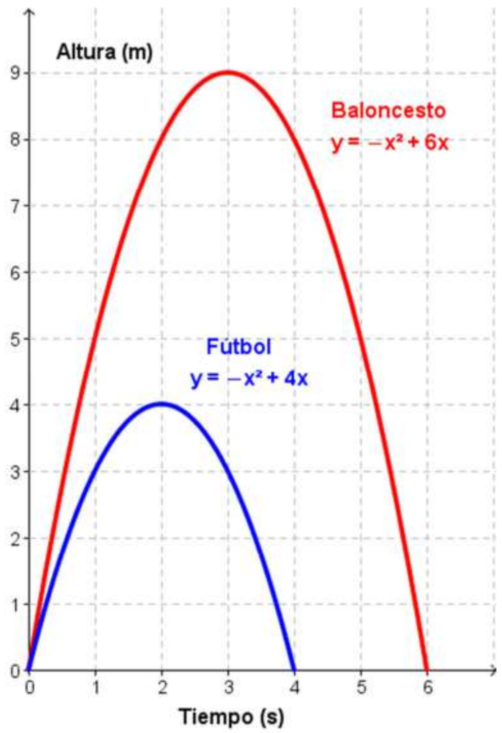
c. ¿Cuánto tiempo ha de trascurrir para que ambos submarinos se encuentren a la misma profundidad?

Observando la representación gráfica se concluye que ha de transcurrir 20 minutos, que es el punto de cruce de las dos funciones.

d. **¿Cuál de los dos asciende antes a la superficie? ¿Qué tiempo es ese?**
   Ambos salen a la vez a la superficie tras 20 minutos de ascenso.
e. **Cuando llega a la superficie ¿a qué profundidad se encuentra el otro?**
   A la misma.
f. **¿Cuánto tiempo tarda el segundo en llegar a la superficie?**
   Lo mismo que el primero.

36. Javier y Ana lanzan a la vez dos pelotas, una de baloncesto y otra de fútbol, que describen trayectorias parabólicas. La ecuación que relaciona la altura de la pelota de baloncesto con respecto al tiempo es $y = -x^2 + 6x$ y la de la pelota de fútbol $y = -x^2 + 4x$.

a. **Representa las dos funciones en la misma gráfica.**



b. **Averigua el tiempo que tardan la pelota de baloncesto y la de fútbol en llegar de nuevo al suelo. ¿Cuál de las dos llega antes?**

   La pelota de baloncesto tarda 6 s en llegar al suelo y la pelota de fútbol 4 s. Luego llega antes la pelota de fútbol.

c. **¿Cuál es la altura a la que se encuentran ambas pelotas al cabo de 2 s?**

   Al cabo de 2 s la pelota de baloncesto está a 8 m de altura y la de fútbol a 4 m.

d. **¿Cuántos segundos pasarán hasta que ambas pelotas alcancen su máxima altura?**

   La pelota de baloncesto alcanza su altura máxima a los 3 s y la de fútbol a los 2 s.

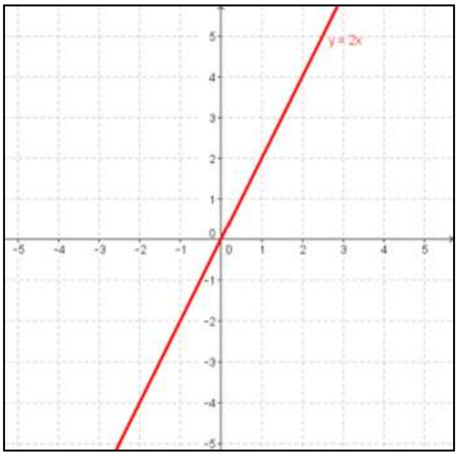
e. **¿Cuál de las dos pelotas consigue llegar más alto? ¿Qué altura es esa?**

   La mayor altura la alcanza la pelota de baloncesto con 9 m de altura.

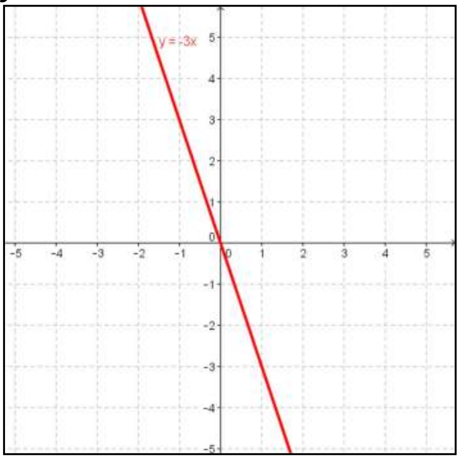
SOLUCIONES PÁG. 180

1. **Representa las siguientes funciones lineales y afines:**

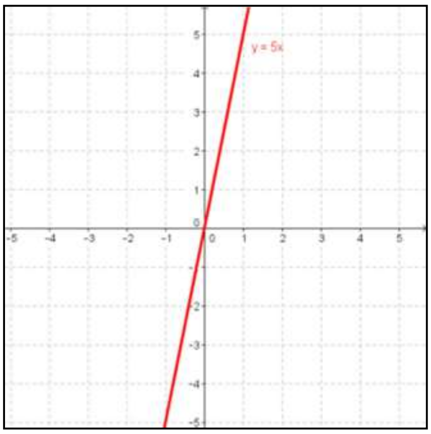
a. $y = 2x$



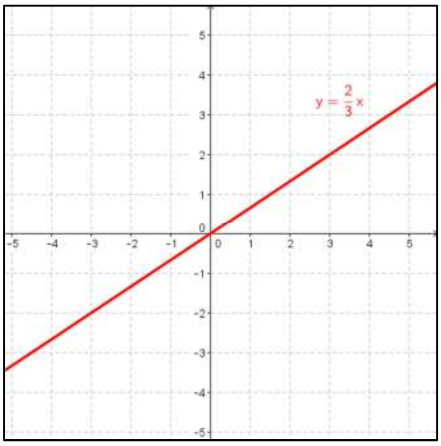
b. $y = -3x$



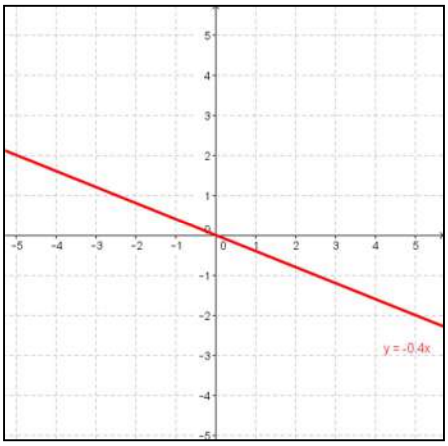
c. $y = 5x$



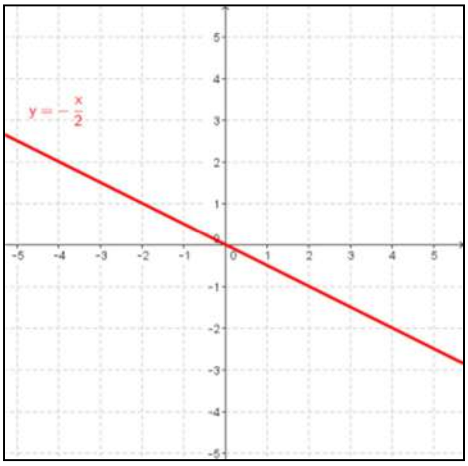
d. $y = \frac{2}{3}x$



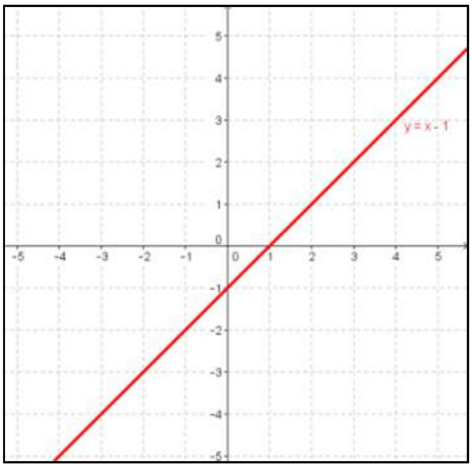
e. $y = -0{,}4x$



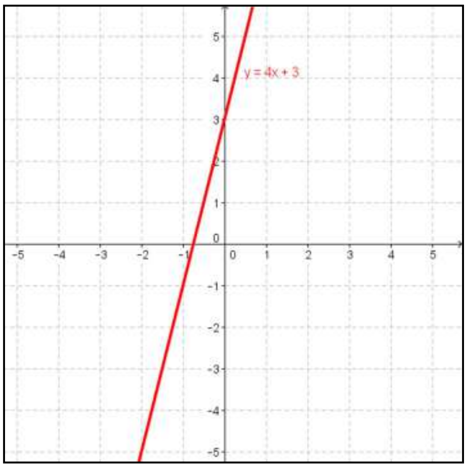
f. $y = -\frac{x}{2}$



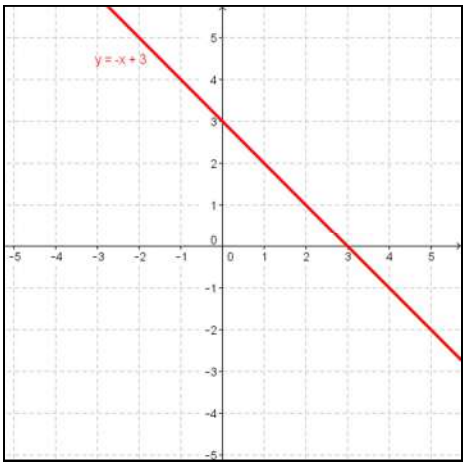
g. $y = x - 1$



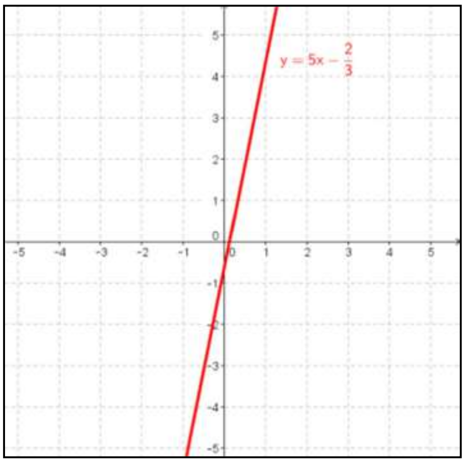
h. $y = 4x + 3$



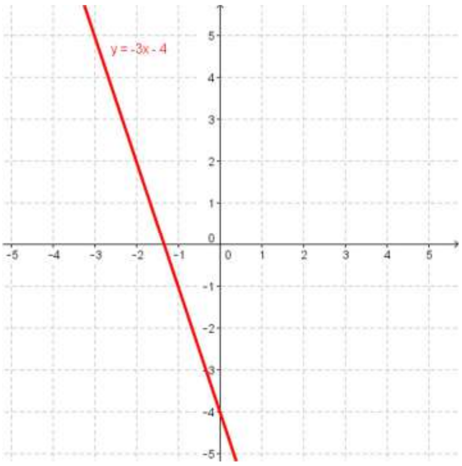
i. $y = -x + 3$



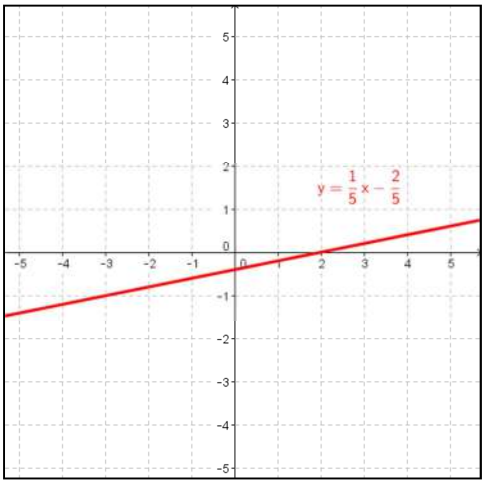
j. $y = 5x - \frac{2}{3}$



k. $y = -3x - 4$



l. $y = \frac{1}{5}x - \frac{2}{5}$



2. **Alberto recibe 10 € de paga fija mensual, más 1 € por día. Su hermana recibe 2 € de paga fija mensual, más 1,50 € por cada día.**

   a. **Expresa algebraicamente las dos funciones que relacionan el número de días y la paga recibida.**

   Alberto $\Rightarrow y = x + 10$
   Hermana $\Rightarrow y = 1{,}5x + 2$

   b. **¿A partir de qué día la paga recibida por la hermana es superior a la que le dan a Alberto?**

   Se igualan ambas funciones y se resuelve la ecuación resultante:

   $x + 10 = 1{,}5x + 2 \Rightarrow 8 = 0{,}5x \Rightarrow x = \dfrac{8}{0{,}5} = 16$

   En el día décimo sexto la paga es la misma. Luego, la paga de la hermana de Alberto es superior a la de Alberto a partir de 16 días.

SOLUCIONES PÁG. 181

1. **¿Qué punto tienen en común todas las rectas correspondientes a funciones lineales?**

   El punto (0 , 0).

2. **¿Cuándo es creciente una función lineal? ¿Y decreciente?**

   Es creciente cuando su pendiente, m, es positiva. Es decreciente cuando su pendiente, m, es negativa.

3. **¿Por qué cuadrantes pasa una función lineal cuya pendiente es negativa?**

   Por el segundo y el cuarto cuadrante.

4. **Dadas dos funciones lineales, ¿cómo se puede saber, sin representarlas, cuál de ellas está más inclinada con respecto al eje *X*?**

   Está más inclinada la que mayor pendiente tiene en valor absoluto.

5. **¿Cuál es la pendiente de la de la recta *y* = n?**

   La pendiente es 0, porque no tiene término en *x*.

6. **Si una función afín tiene como expresión *y* = m*x* + n, ¿cómo se llaman los números *m* y *n*?**

   El número *m* es la pendiente y *n* es la ordenada en el origen.

7. **¿Qué tienen en común dos funciones cuyas rectas son paralelas?**

   Que tienen la misma pendiente.

8. **¿Cuántos puntos de corte con el eje *Y* puede tener una parábola? ¿Y con el eje *X*?**

   Con el eje *Y* tiene un punto de corte. Con el eje *X* puede tener uno o dos puntos de corte, o no tener ninguno.

9. Sin representar una función cuadrática, ¿cómo se puede saber si su vértice es el punto más alto o el más bajo de la parábola?

Si el coeficiente a > 0, el vértice es el punto más bajo. Si el coeficiente a < 0, el vértice es el punto más alto.

10. ¿Son discontinuas todas las funciones de proporcionalidad inversa?

Sí.

11. ¿En qué cuadrantes se sitúa una función de proporcionalidad inversa cuya constante de proporcionalidad es positiva? ¿Y aquella cuya constante de proporcionalidad es negativa?

Si k > 0, la función está en el primer y tercer cuadrante. Si k < 0, la función está en el segundo y cuarto cuadrante.

12. ¿Cuándo es creciente una función de proporcionalidad inversa?

Cuando la constante de proporcionalidad inversa es negativa, k < 0.

13. ¿Qué tienen en común todos los puntos de una función afín cuya representación gráfica es una recta paralela al eje de abscisas?

El valor de su coordenada *y* es el mismo en todos los puntos.

14. Si una función cuadrática tiene como expresión $y = ax^2 + bx + c$, ¿cuál es el valor de *b* si su vértice está sobre el eje de ordenadas? Justifica tu repuesta.

Si el vértice está en el eje *Y*, el valor de su coordenada $x_V = 0$. Como $x_V = \frac{-b}{a} = 0$, entonces b = 0.

15. Indica cuál es la representación de una función afín, cuadrática y de proporcionalidad inversa.

Una función afín viene representada por una recta. Una función cuadrática se representa mediante una parábola. Una función de proporcionalidad inversa se representa mediante una hipérbola.

16. Prepara una presentación para tus compañeros. Puedes hacer un documento de PowerPoint, usar Glogster…

Respuesta abierta.

SOLUCIONES PÁG. 182

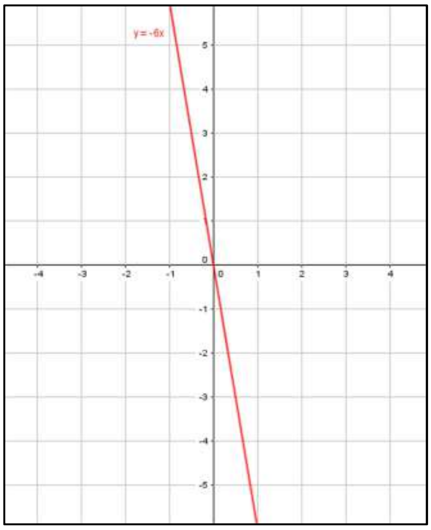
FUNCIONES LINEALES

1. **Indica si las relaciones entre las siguientes magnitudes son funciones lineales:**

   a. **El número de excavadoras que están trabajando y el tiempo que tardan en hacer una fosa.** → No, porque la relación entre las magnitudes no es directamente proporcional.
   b. **El número de vacas y el pienso que necesitan para alimentarse.** → Sí, porque la relación entre las magnitudes es directamente proporcional.
   c. **La edad de una persona y su peso.** → No, No, porque la relación entre las magnitudes no es directamente proporcional.
   d. **Las máquinas de una empresa embotelladora y el número de botellas que preparan en un día.** → Sí, porque la relación entre las magnitudes es directamente proporcional.

2. **Copia y completa la siguiente tabla de valores en tu cuaderno para la función lineal $y = -6x$ y represéntala:**

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
y	18	12	6	0	–6	–12	–18

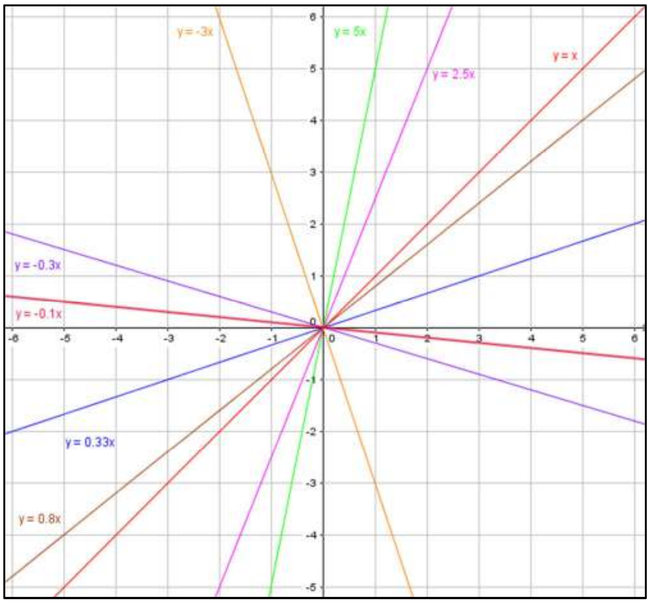


3. **Indica, sin representarlas, si estas funciones son crecientes o decrecientes. Represéntalas luego utilizando GeoGebra y comprueba tus respuestas.**

   a. $y = x \Rightarrow$ Función creciente, porque m > 0.
   b. $y = -3x \Rightarrow$ Función decreciente, porque m < 0.
   c. $y = 5x \Rightarrow$ Función creciente, porque m > 0.
   d. $y = \frac{x}{3} \Rightarrow$ Función creciente, porque m > 0.
   e. $y = -0{,}3x \Rightarrow$ Función decreciente, porque m < 0.
   f. $y = \frac{5}{2}x \Rightarrow$ Función creciente, porque m > 0.

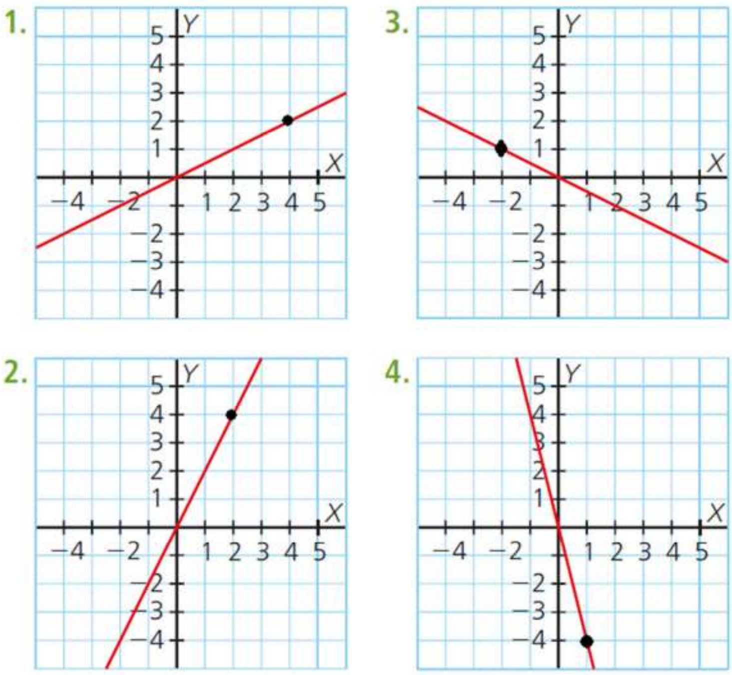
g. $\boldsymbol{y = 0{,}8x}$ ⇒ Función creciente, porque m > 0.

h. $\boldsymbol{y = -\frac{1}{10}x}$ ⇒ Función decreciente, porque m < 0.



4. Asocia cada una de las siguientes funciones lineales con su recta correspondiente:

a. $\boldsymbol{y = 2x}$ **b.** $\boldsymbol{y = -4x}$ **c.** $\boldsymbol{y = 0{,}5x}$ **d.** $\boldsymbol{y = -\frac{1}{2}x}$



Para determinar la ecuación de una recta a partir de su representación, se elige un punto de dicha recta. Luego, para calcular el valor de la pendiente, se sustituye en la expresión $m = \frac{y}{x}$. De esta forma, la expresión algebraica de cada recta es:

- Recta (1). Se elige el punto (4 , 2). Entonces, $m = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0{,}5$, por lo que la expresión es: $y = 0{,}5x$.
- Recta (2). Se elige el punto (2 , 4). Entonces, $m = \frac{4}{2} = 2$, por lo que la expresión es: $y = 2x$.
- Recta (3). Se elige el punto (–2 , 1). Entonces, $m = \frac{1}{-2}$, por lo que la expresión es: $y = \frac{-1}{2}x$
- Recta (4). Se elige el punto (1 , –4). Entonces, $m = \frac{-4}{1} = -4$, por lo que la expresión es: $y = -4x$.

5. Averigua la expresión algebraica de una función lineal cuya recta pasa por el punto (1 , 3).

La expresión algebraica de una función lineal es de la forma $y = mx$. Para calcular el valor de la pendiente, se sustituye en la expresión $m = \frac{y}{x} \Rightarrow m = \frac{3}{1} = 3$. De esta forma, la expresión algebraica es: $y = 3x$

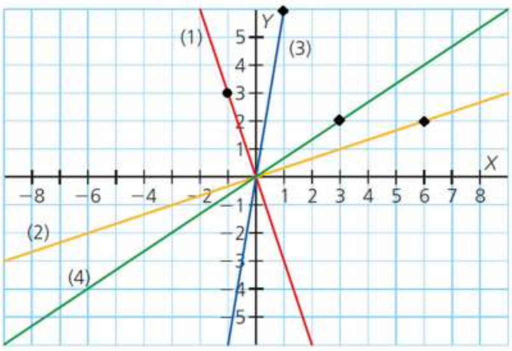
6. Obtén la expresión algebraica de una función lineal a partir de esta tabla de valores y represéntala:

x	**–3**	**–2**	**–1**	**0**	**1**	**2**	**3**
y	**9**				**–3**		

La expresión algebraica de una función lineal es de la forma $y = mx$. Para calcular el valor de la pendiente, se sustituye en la expresión $m = \frac{y}{x}$ un punto conocido, por ejemplo (–3 , 9), siendo entonces $m = \frac{9}{-3} = -3$. De esta forma, la expresión algebraica es: $y = -3x$

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
y	9	6	3	0	–3	–6	–9

7. Indica la expresión algebraica de las siguientes rectas:



Para determinar la ecuación de una recta a partir de su representación, se elige un punto de dicha recta. Luego, para calcular el valor de la pendiente, se sustituye en la expresión $m = \frac{y}{x}$. De esta forma, la expresión algebraica de cada recta es:

- Recta (1). Se elige el punto (–1 , 3). Entonces, $m = \frac{3}{-1} = -3$, por lo que la expresión es: $y = -3x$.
- Recta (2). Se elige el punto (6 , 2). Entonces, $m = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$, por lo que la expresión es: $y = \frac{1}{3}x$
- Recta (3). Se elige el punto (1 , 6). Entonces, $m = \frac{6}{1} = 6$, por lo que la expresión es: $y = 6x$
- Recta (4). Se elige el punto (3 , 2). Entonces, $m = \frac{2}{3}$, por lo que la expresión es: $y = \frac{2}{3}x$

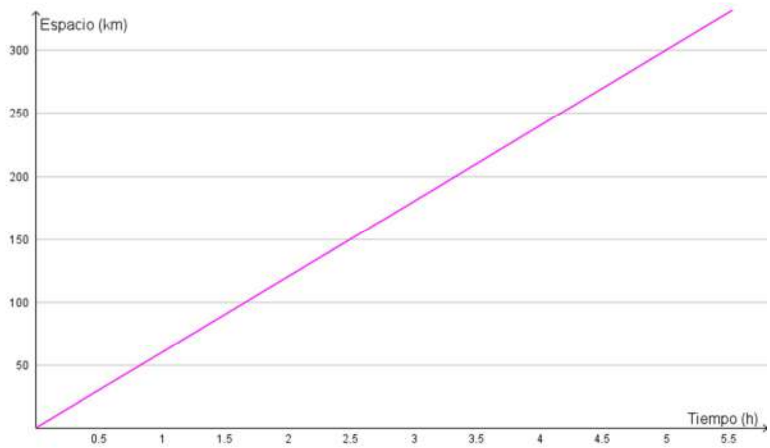
8. Halla la expresión algebraica que relaciona la longitud del lado de un pentágono regular y su perímetro.

Sea x = lado
y = perímetro $\Rightarrow y = 5x$

9. Una moto circula a una velocidad constante de 60 km/h. Halla la expresión que relaciona el tiempo y la distancia recorrida. Elabora una tabla de valores y represéntala.

Sea x = tiempo
y = distancia $\Rightarrow y = 60x$

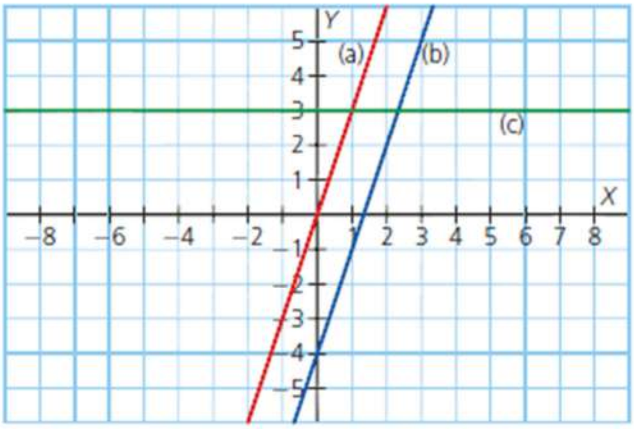
x	0	1	2	3	4	5
$y = 60x$	0	60	120	180	240	300



FUNCIONES AFINES

10. Asocia cada una de las siguientes funciones con su recta correspondiente:

1 ***y* = 3*x*** → Como m = 3 y n = 0, es la recta (a).
2 ***y* = 3** → Como m = 0 y n = 3, es la recta (c).
3 ***y* = 3*x* – 4** → Como m = 3 y n = –4, es la recta(b).



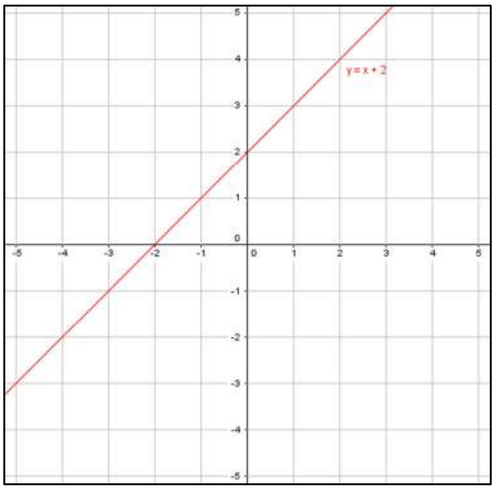
11. Dada la función *y* = 4*x* – 6, ¿cuál de los puntos siguientes pertenece a ella?

a. P (2 , 2) → $y = 4 \cdot 2 - 6 \Rightarrow y = 8 - 6 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow$ Sí pertenece.
b. Q (0 , 6) → $y = 4 \cdot 0 - 6 \Rightarrow y = 0 - 6 \Rightarrow y = -6 \Rightarrow$ No pertenece.
c. R (–1 , –10) → $y = 4 \cdot (-1) - 6 \Rightarrow y = -4 - 6 \Rightarrow y = -10 \Rightarrow$ Sí pertenece.
d. S $\left(\frac{1}{2}, -4\right) \rightarrow y = 4 \cdot \frac{1}{2} - 6 \Rightarrow y = 2 - 6 \Rightarrow y = -4 \Rightarrow$ Sí pertenece.

SOLUCIONES PÁG. 183

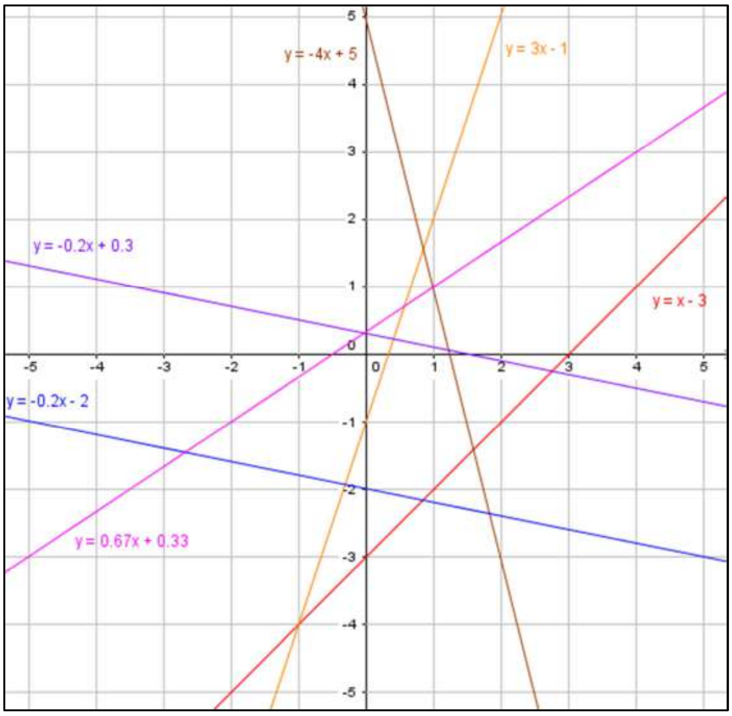
12. Completa la siguiente tabla de valores y representa la gráfica de la función:

x	–3	–2	0	1	3	4
y = *x* + 2	–1	0	2	3	5	6



13. Indica cuál es la pendiente y la ordenada en el origen de las siguientes funciones y represéntalas. Comprueba con GeoGebra tus representaciones gráficas.

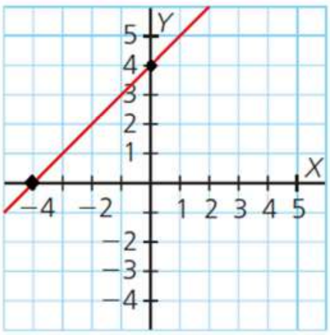
a. $\boldsymbol{y = x - 3} \rightarrow$ m = 1, n = –3
b. $\boldsymbol{y = 3x - 1} \rightarrow$ m = 3, n = –1
c. $\boldsymbol{y = -4x + 5} \rightarrow$ m = –4, n = 5
d. $\boldsymbol{y = -\frac{1}{5}x - 2} \rightarrow \mathrm{m} = \frac{-1}{5},\ \mathrm{n} = -2$
e. $\boldsymbol{y = -0{,}2x + 0{,}3} \rightarrow$ m = –0,2, n = 0,3
f. $\boldsymbol{y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}} \rightarrow \mathrm{m} = \frac{2}{3},\ \mathrm{n} = \frac{1}{3}$

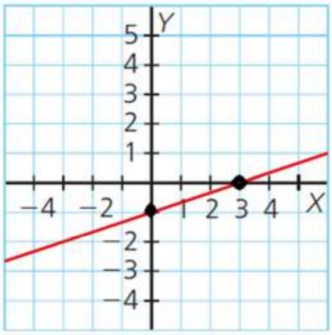


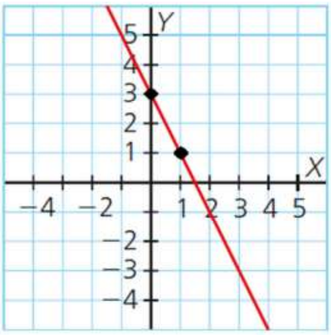
14. Asocia cada una de las siguientes funciones afines con su recta correspondiente:

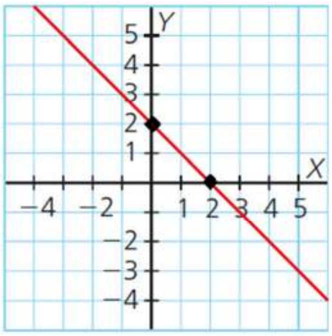
a. $y = x + 4$ **c.** $y = -2x + 3$

b. $y = -x + 2$ **d.** $y = \frac{1}{3}x - 1$

1.


3.


2.


4.


- Recta 1.
  Se calcula la pendiente de la recta a partir de los puntos marcados en la recta:
  $$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \Rightarrow m = \frac{4-0}{0-(-4)} = \frac{4}{4} = 1 \Rightarrow m = 1$$
  La recta corta al eje de ordenadas, *Y*, en 4. Por tanto, la ordenada en el origen es n = 4.

  La expresión de la recta es: $y = x + 4$
- Recta 2.
  Se calcula la pendiente de la recta a partir de los puntos marcados en la recta:
  $$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \Rightarrow m = \frac{1-3}{1-0} = \frac{-2}{1} = -2 \Rightarrow m = -2$$
  La recta corta al eje de ordenadas, *Y*, en 3. Por tanto, la ordenada en el origen es n = 3.

  La expresión de la recta es: $y = -2x + 3$
- Recta 3.
  Se calcula la pendiente de la recta a partir de los puntos marcados en la recta:
  $$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \Rightarrow m = \frac{0-(-1)}{3-0} = \frac{1}{3} \Rightarrow m = \frac{1}{3}$$

La recta corta al eje de ordenadas, *Y,* en –1. Por tanto, la ordenada en el origen es n = –1.

La expresión de la recta es: $y = \frac{1}{3}x - 1$

- Recta 4.
  Se calcula la pendiente de la recta a partir de los puntos marcados en la recta:
  $$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \Rightarrow m = \frac{0-2}{2-0} = \frac{-2}{2} = -1 \Rightarrow m = -1$$
  La recta corta al eje de ordenadas, *Y,* en 2. Por tanto, la ordenada en el origen es n = 2.

  La expresión de la recta es: $y = -x + 2$

15. Halla la expresión de la recta que cumple estas condiciones:

a. Tiene de pendiente 5, y su ordenada en el origen es –3.

La expresión algebraica es de la forma $y = \mathrm{m}x + \mathrm{n}$. Como m = 5, y n = –3, la recta es: $y = 5x - 3$

b. Es paralela a la recta de expresión $y = -4x + 5$, y su ordenada en el origen es 2.

Como las rectas son paralelas, presentan la misma inclinación respecto al eje de abscisas, *X.* Por tanto, tienen la misma pendiente, m = –4.
La ordenada en el origen, es n = 2.

La expresión algebraica es: $y = -4x + 2$

c. Tiene de pendiente –1 y pasa por el punto P (2 , 0).

La expresión algebraica es de la forma $y = \mathrm{m}x + \mathrm{n}$. Como m = –1, por el momento se sabe que $y = -1x + \mathrm{n}$.

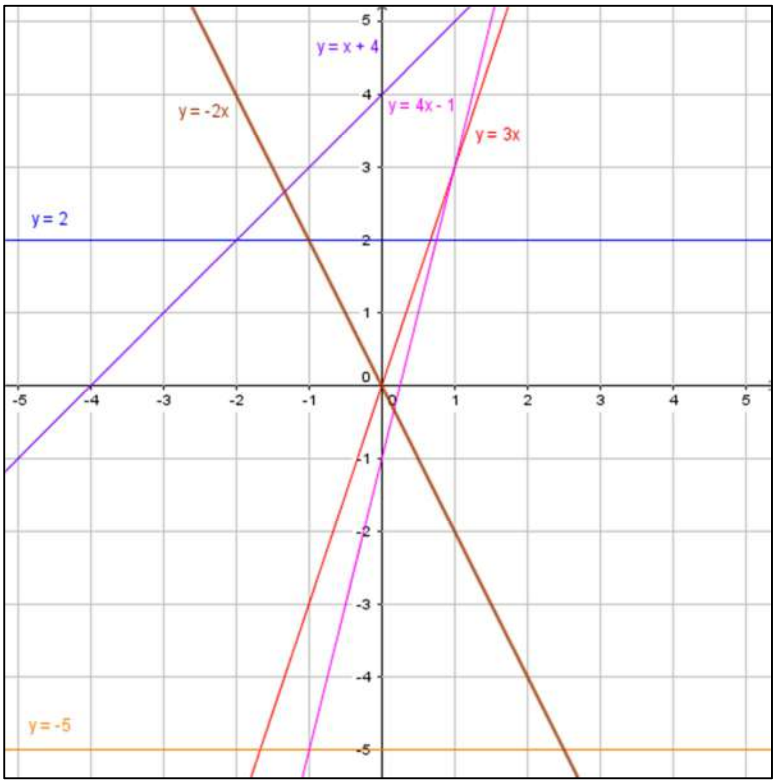
Para hallar el valor de n, se sustituye el punto P en dicha expresión:
$0 = -1 \cdot 2 + \mathrm{n} \Rightarrow 2 = \mathrm{n}$

La expresión algebraica es: $y = -x + 2$

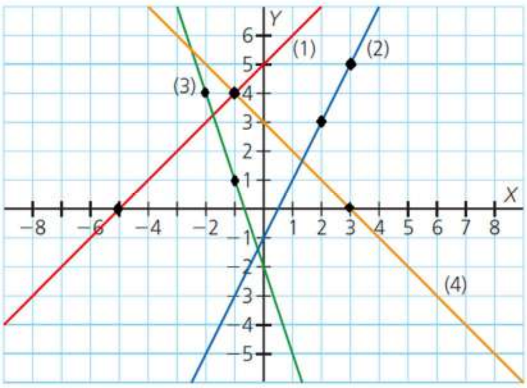
16. Representa las siguientes funciones:

a. $\boldsymbol{y = 3x}$ **c.** $\boldsymbol{y = 2}$ **e.** $\boldsymbol{y = 4x - 1}$

b. $\boldsymbol{y = -5}$ **d.** $\boldsymbol{y = x + 4}$ **f.** $\boldsymbol{y = -2x}$



17. Halla la expresión algebraica de las rectas representadas en la siguiente gráfica:



- Recta 1.
  Se calcula la pendiente de la recta a partir de los puntos marcados en la recta:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \Rightarrow m = \frac{4-0}{-1-(-5)} = \frac{4}{4} = 1 \Rightarrow m = 1$$

La recta corta al eje de ordenadas, *Y,* en 5. Por tanto, la ordenada en el origen es n = 5.

La expresión de la recta es: $y = x + 5$

- Recta 2.
  Se calcula la pendiente de la recta a partir de los puntos marcados en la recta:
  $$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \Rightarrow m = \frac{5-3}{3-2} = \frac{2}{1} = 2 \Rightarrow m = 2$$
  La recta corta al eje de ordenadas, *Y,* en –1. Por tanto, la ordenada en el origen es n = –1.

  La expresión de la recta es: $y = 2x - 1$

- Recta 3.
  Se calcula la pendiente de la recta a partir de los puntos marcados en la recta:
  $$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \Rightarrow m = \frac{1-4}{-1-(-2)} = \frac{-3}{1} = -3 \Rightarrow m = -3$$
  La recta corta al eje de ordenadas, *Y,* en –2. Por tanto, la ordenada en el origen es n = –2.

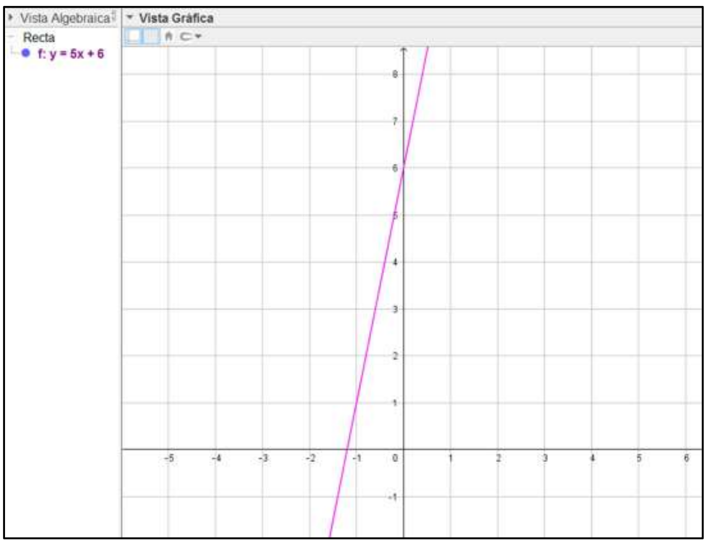
  La expresión de la recta es: $y = -3x - 2$

- Recta 4.
  Se calcula la pendiente de la recta a partir de los puntos marcados en la recta:
  $$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \Rightarrow m = \frac{0-4}{3-(-1)} = \frac{-4}{4} = -1 \Rightarrow m = -1$$
  La recta corta al eje de ordenadas, *Y,* en 3. Por tanto, la ordenada en el origen es n = 3.

  La expresión de la recta es: $y = -x + 3$

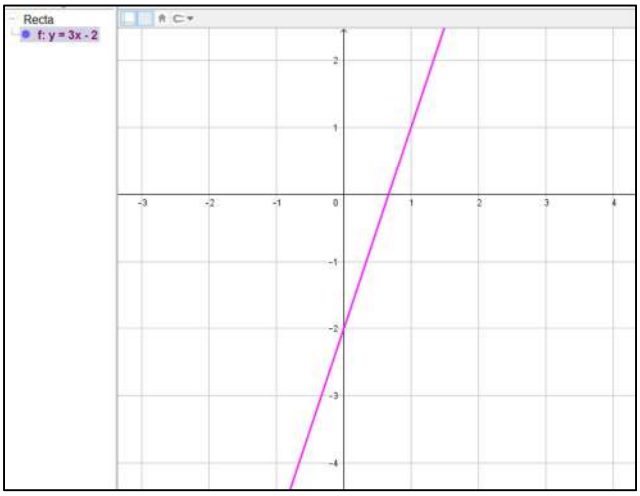
18. Dibuja con GeoGebra una función afín que tenga:

a. Pendiente positiva y ordenada en el origen positiva.
Respuesta abierta. Por ejemplo: $y = 5x + 6$



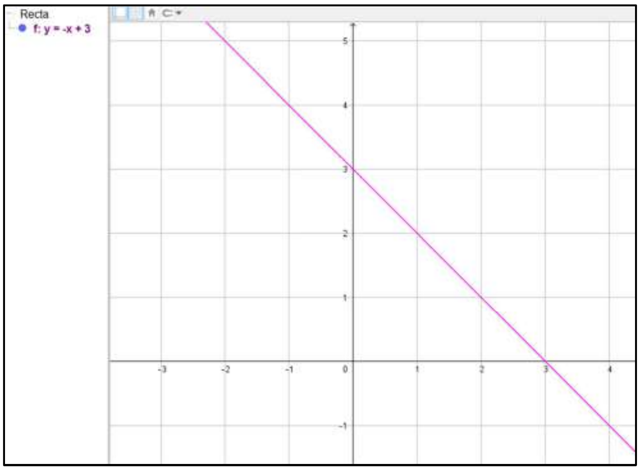
b. Pendiente positiva y ordenada en el origen negativa.

Respuesta abierta. Por ejemplo: $y = 3x - 2$



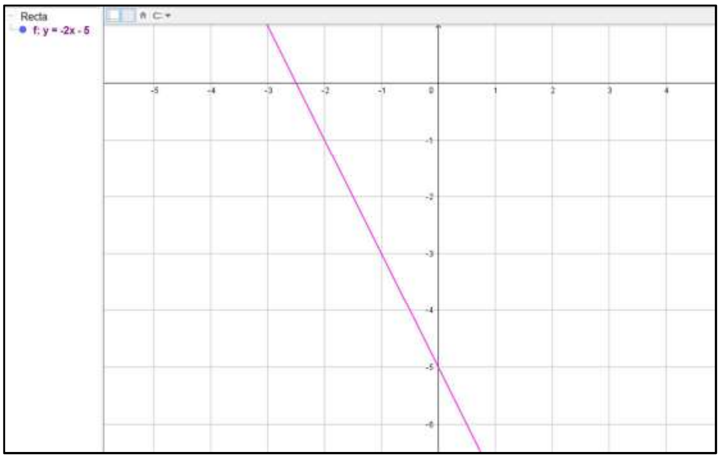
c. Pendiente negativa y ordenada en el origen positiva.

Respuesta abierta. Por ejemplo: $y = -x + 3$



d. Pendiente negativa y ordenada en el origen negativa.

Respuesta abierta. Por ejemplo: $y = -2x - 5$



19. Actividad resuelta.

20. Halla la expresión algebraica de las funciones lineales que pasan por los puntos:

a. P (2 , –1) y Q (5 , 2)

La expresión es de la forma *y* = m*x* + n. El coeficiente de *x, m,* es la pendiente y se calcula como el cociente entre la variación de la variable *y* de los dos puntos y la variación de la variable *x:* $m = \frac{2-(-1)}{5-2} = \frac{3}{3} = 1$.
Así, la función es *y* = *x* + n.
Para calcular *n,* se sustituye uno de los dos puntos en la expresión *y* = *x* + n y se despeja *n.* Si se sustituye el punto P (2 , –1), se tiene que:
$-1 = 2 + n \Rightarrow n = -3$
Por tanto, la función es *y* = *x* – 3.

b. P (1 , –3) y Q (3 , 1)

La expresión es de la forma *y* = m*x* + n. El coeficiente de *x, m,* es la pendiente y se calcula como el cociente entre la variación de la variable *y* de los dos puntos y la variación de la variable *x:* $m = \frac{1-(-3)}{3-1} = \frac{4}{2} = 2$.
Así, la función es *y* = 2*x* + n.
Para calcular *n,* se sustituye uno de los dos puntos en la expresión *y* = 2*x* + n y se despeja *n.* Si se sustituye el punto P (1 , –3), se tiene que:
$-3 = 2 \cdot 1 + n \Rightarrow n = -5$
Por tanto, la función es *y* = 2*x* – 5.

c. P (2 , 0) y Q (1 , 3)

La expresión es de la forma *y* = m*x* + n. El coeficiente de *x, m,* es la pendiente y se calcula como el cociente entre la variación de la variable *y* de los dos puntos y la variación de la variable *x:* $m = \frac{3-0}{1-2} = \frac{3}{-1} = -3$.
Así, la función es *y* = –3*x* + n.
Para calcular *n,* se sustituye uno de los dos puntos en la expresión *y* = –3*x* + n y se despeja *n.* Si se sustituye el punto P (2 , 0), se tiene que:
$0 = -3 \cdot 2 + n \Rightarrow n = 6$
Por tanto, la función es *y* = –3*x* + 6.

d. P (2 , 4) y Q (4 , 5)

La expresión es de la forma *y* = m*x* + n. El coeficiente de *x, m,* es la pendiente y se calcula como el cociente entre la variación de la variable *y* de los dos puntos y la variación de la variable *x:* $m = \frac{5-4}{4-2} = \frac{1}{2}$.
Así, la función es $y = \frac{1}{2}x + n$.

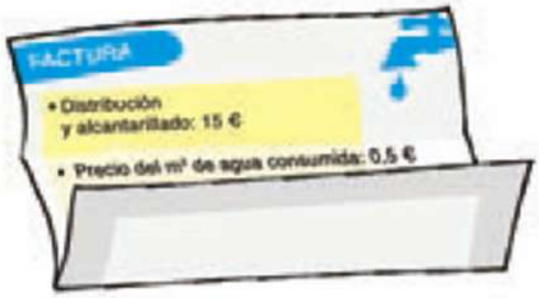
Para calcular *n,* se sustituye uno de los dos puntos en la expresión $y = \frac{1}{2}x + n$ y se despeja *n.* Si se sustituye el punto P (2 , 4), se tiene que:

$4 = \frac{1}{2} \cdot 2 + n \Rightarrow n = 3$

Por tanto, la función es $y = \frac{1}{2}x + 3$.

SOLUCIONES PÁG. 184

21. La factura mensual de agua de una casa es la siguiente:



a. Elabora una tabla de valores que relacione el número de metros cúbicos consumidos de agua y el precio total de la factura.

x = metros de agua, *y* = precio total

x	2	4	6	8	10	12
y	16	17	18	19	20	21

b. Escribe la expresión algebraica.

La expresión es de la forma $y = mx + n$. El coeficiente de *x, m,* es la pendiente y se calcula como el cociente entre la variación de la variable *y* de dos puntos y la variación de la variable *x*. Si se sustituyen los dos primeros puntos: $m = \frac{17-16}{4-2} = \frac{1}{2} = 0{,}5$.

Así, la función es $y = 0{,}5x + n$.

Para calcular *n,* se sustituye uno de los dos puntos en la expresión $y = 0{,}5x + n$ y se despeja *n.* Si se sustituye el punto P (2 , 16), se tiene que:

$16 = 0{,}5 \cdot 2 + n \Rightarrow n = 15$

Por tanto, la función es $y = 0{,}5x + 15$.

c. Si este mes el consumo de agua es de 80 m³, ¿cuál es el precio de la factura?

Se sustituye el valor de *x* en la función:

$y = 0{,}5 \cdot 80 + 15 \Rightarrow y = 40 + 15 \Rightarrow y = 55$

El precio de la factura es de 55 €.

d. Si el mes pasado se pagó 65 €, ¿cuántos metros cúbicos se consumieron?

Se sustituye el valor de y en la función:

$$65 = 0{,}5x + 15 \Rightarrow 65 - 15 = 0{,}5x \Rightarrow 50 = 0{,}5x \Rightarrow x = \frac{50}{0{,}5} = 100$$

Se consumieron 100 m^3.

FUNCIONES CUADRÁTICAS

22. Halla los puntos de corte con los ejes de las siguientes funciones cuadráticas:

a. $\boldsymbol{y = 2x^2 - 2}$

- Punto de corte con el eje *Y:*

  $x = 0 \Rightarrow y = 2 \cdot 0^2 - 2 = -2$

  Luego el punto de corte es (0 , –2).
- Puntos de corte con el eje *X:*

  $$y = 0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-2)}}{2 \cdot 2} = \frac{0 \pm \sqrt{16}}{4} = \frac{0 \pm 4}{4} \Rightarrow$$

  $$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{4}{4} = 1 \\ x_2 = \dfrac{-4}{4} = -1 \end{cases}$$

  Luego los puntos de corte son (–1 , 0) y (1 , 0).

b. $\boldsymbol{y = x^2 - 3x + 2}$

- Punto de corte con el eje *Y:*

  $x = 0 \Rightarrow y = 0^2 - 3 \cdot 0 + 2 = 2$

  Luego el punto de corte es (0 , 2).
- Puntos de corte con el eje *X:*

  $$y = 0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{3 \pm 1}{2} \Rightarrow$$

  $$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{3+1}{2} = 2 \\ x_2 = \dfrac{3-1}{2} = 1 \end{cases}$$

  Luego los puntos de corte son (1 , 0) y (2 , 0).

c. $\boldsymbol{y = 4x^2}$

- Punto de corte con el eje *Y:*

  $x = 0 \Rightarrow y = 4 \cdot 0^2 = 0$

  Luego el punto de corte es (0 , 0).

- Puntos de corte con el eje *X:*

  $y = 0 \Rightarrow\ x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \dfrac{0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0}}{2 \cdot 1} = \dfrac{0 \pm \sqrt{0}}{2} = \dfrac{0}{2} = 0$

  Luego el punto de corte es (0 , 0).

d. $\boldsymbol{y = x^2 - 5x + 6}$

- Punto de corte con el eje *Y:*

  $x = 0 \Rightarrow y = 0^2 - 5 \cdot 0 + 6 = 6$

  Luego el punto de corte es (0 , 6).
- Puntos de corte con el eje *X:*

  $y = 0 \Rightarrow$

  $$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} \Rightarrow$$

  $$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{5+1}{2} = 3 \\ x_2 = \dfrac{5-1}{2} = 2 \end{cases}$$

  Luego los puntos de corte son (2 , 0) y (3 , 0).

e. $\boldsymbol{y = x^2 - 9}$

- Punto de corte con el eje *Y:*

  $x = 0 \Rightarrow y = 0^2 - 9 = -9$

  Luego el punto de corte es (0 , –9).
- Puntos de corte con el eje *X:*

  $$y = 0 \Rightarrow\ x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-9)}}{2 \cdot 1} = \frac{0 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{0 \pm 6}{2} \Rightarrow$$

  $$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{0+6}{2} = 3 \\ x_2 = \dfrac{0-6}{2} = -3 \end{cases}$$

  Luego los puntos de corte son (–3 , 0) y (3 , 0).

f. $\boldsymbol{y = x^2 - 4x}$

- Punto de corte con el eje *Y:*

  $x = 0 \Rightarrow y = 0^2 - 4 \cdot 0 = 0$

  Luego el punto de corte es (0 , 0).
- Puntos de corte con el eje *X:*

  $y = 0 \Rightarrow$

  $$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{4 \pm 4}{2} \Rightarrow$$

  $$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{4+4}{2} = 4 \\ x_2 = \dfrac{4-4}{2} = 0 \end{cases}$$

  Luego los puntos de corte son (0 , 0) y (4 , 0).

23. Halla el vértice de estas funciones cuadráticas:

a. $\boldsymbol{y = 6x^2}$

La abscisa *x,* se calcula mediante la expresión:

$$x_v = \frac{-b}{2a} \Rightarrow x_v = \frac{0}{2 \cdot 6} = 0$$

Para hallar la coordenada *y*, se sustituye el valor obtenido en la función:

$y_v = 6x^2 \Rightarrow y_v = 6 \cdot 0^2 = 0$

Por tanto, el vértice es V (0 , 0).

b. $\boldsymbol{y = 3x^2 - 1}$

La abscisa *x,* se calcula mediante la expresión:

$$x_v = \frac{-b}{2a} \Rightarrow x_v = \frac{0}{2 \cdot 3} = 0$$

Para hallar la coordenada *y*, se sustituye el valor obtenido en la función:

$y_v = 3x^2 - 1 \Rightarrow y_v = 3 \cdot 0^2 - 1 = -1$

Por tanto, el vértice es V (0 , –1).

c. $\boldsymbol{y = x^2 + 4x + 3}$

La abscisa *x,* se calcula mediante la expresión:

$$x_v = \frac{-b}{2a} \Rightarrow x_v = \frac{-4}{2 \cdot 1} = -2$$

Para hallar la coordenada *y*, se sustituye el valor obtenido en la función:

$y_v = x^2 + 4x + 3 \Rightarrow y_v = (-2)^2 + 4 \cdot (-2) + 3 \Rightarrow y_v = 4 - 8 + 3 = -1$

Por tanto, el vértice es V (–2 , –1).

d. $\boldsymbol{y = 3x^2 - 6x - 5}$

La abscisa *x,* se calcula mediante la expresión:

$$x_v = \frac{-b}{2a} \Rightarrow x_v = \frac{-(-6)}{2 \cdot 3} = \frac{6}{6} = 1$$

Para hallar la coordenada *y*, se sustituye el valor obtenido en la función:

$y_v = 3x^2 - 6x - 5 \Rightarrow y_v = 3 \cdot 1^2 - 6 \cdot 1 - 5 \Rightarrow y_v = 3 - 6 - 5 = -8$

Por tanto, el vértice es V (1 , –8).

e. $\boldsymbol{y = x^2 - 8x}$

La abscisa *x,* se calcula mediante la expresión:

$$x_v = \frac{-b}{2a} \Rightarrow x_v = \frac{-(-8)}{2 \cdot 1} = \frac{8}{2} = 4$$

Para hallar la coordenada *y*, se sustituye el valor obtenido en la función:

$y_v = x^2 - 8x \Rightarrow y_v = 4^2 - 8 \cdot 4 \Rightarrow y_v = 16 - 32 = -16$

Por tanto, el vértice es V (4 , –16).

f. $\boldsymbol{y = x^2 - x - 2}$

La abscisa *x,* se calcula mediante la expresión:

$$x_v = \frac{-b}{2a} \Rightarrow x_v = \frac{-(-1)}{2 \cdot 1} = \frac{1}{2}$$

Para hallar la coordenada *y*, se sustituye el valor obtenido en la función:

$$y_v = x^2 - x - 2 \Rightarrow y_v = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} - 2 \Rightarrow y_v = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} - 2 \Rightarrow y_v = \frac{1-2-8}{4} = \frac{-9}{4}$$

Por tanto, el vértice es V $\left(\frac{1}{2}, \frac{-9}{4}\right)$.

24. Representa gráficamente las siguientes funciones cuadráticas:

a. $\boldsymbol{y = -3x^2}$

Como a < 0, las ramas de la parábola apuntan hacia abajo.

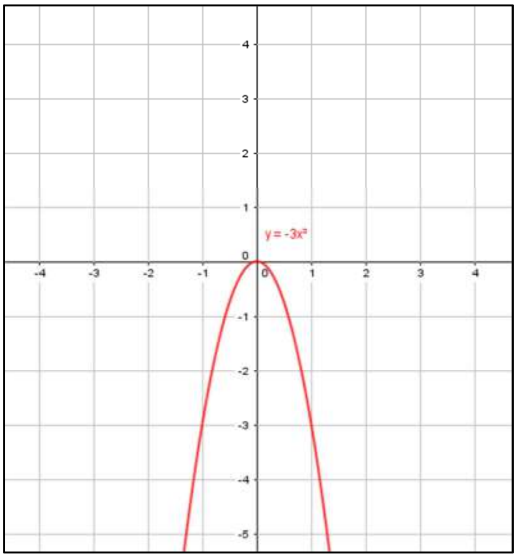
Se calculan los puntos de corte con los ejes:

- Punto de corte con el eje *Y:*
  $x = 0 \Rightarrow y = -3 \cdot 0^2 = 0$
  Luego el punto de corte es (0 , 0).
- Puntos de corte con el eje *X:*
  $$y = 0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 0}}{2 \cdot (-3)} = \frac{0 \pm \sqrt{0}}{-6} = \frac{0}{-6} = 0$$
  Luego el punto de corte es (0 , 0).

Se calcula el vértice:

- La abscisa *x,* se calcula mediante la expresión:
  $$x_v = \frac{-b}{2a} \Rightarrow x_v = \frac{0}{2 \cdot (-3)} = \frac{0}{-6} = 0$$
- Para hallar la coordenada *y*, se sustituye el valor obtenido en la función:
  $y_v = -3x^2 \Rightarrow y_v = -3 \cdot 0^2 \Rightarrow y_v = 0$

Por tanto, el vértice es V (0 , 0).



b. $\boldsymbol{y = 5x^2}$

Como a > 0, las ramas de la parábola apuntan hacia arriba.

Se calculan los puntos de corte con los ejes:

- Punto de corte con el eje *Y:*

  $x = 0 \Rightarrow y = 5 \cdot 0^2 = 0$

  Luego el punto de corte es (0 , 0).
- Puntos de corte con el eje *X:*

  $$y = 0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot 5 \cdot 0}}{2 \cdot 5} = \frac{0 \pm \sqrt{0}}{10} = \frac{0}{10} = 0$$

  Luego el punto de corte es (0 , 0).

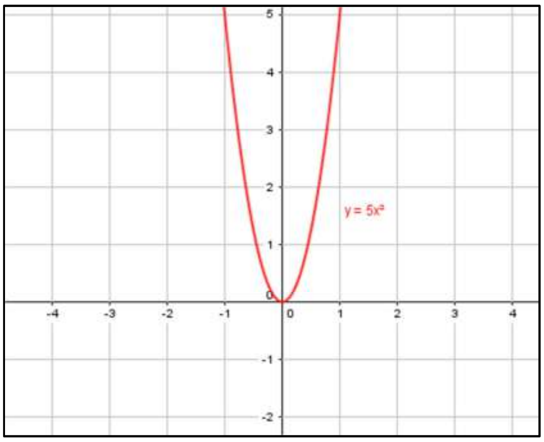
Se calcula el vértice:

- La abscisa *x,* se calcula mediante la expresión:

  $$x_v = \frac{-b}{2a} \Rightarrow x_v = \frac{0}{2 \cdot 5} = \frac{0}{10} = 0$$
- Para hallar la coordenada *y*, se sustituye el valor obtenido en la función:

  $y_v = 5x^2 \Rightarrow y_v = 5 \cdot 0^2 \Rightarrow y_v = 0$

Por tanto, el vértice es V (0 , 0).



c. $\boldsymbol{y = 0{,}1x^2}$

Como a > 0, las ramas de la parábola apuntan hacia arriba.

Se calculan los puntos de corte con los ejes:

- Punto de corte con el eje *Y:*

  $x = 0 \Rightarrow y = 0{,}1 \cdot 0^2 = 0$

  Luego el punto de corte es (0 , 0).
- Puntos de corte con el eje *X:*

  $$y = 0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot 0{,}1 \cdot 0}}{2 \cdot 0{,}1} = \frac{0 \pm \sqrt{0}}{0{,}2} = \frac{0}{0{,}2} = 0$$

  Luego el punto de corte es (0 , 0).

Se calcula el vértice:

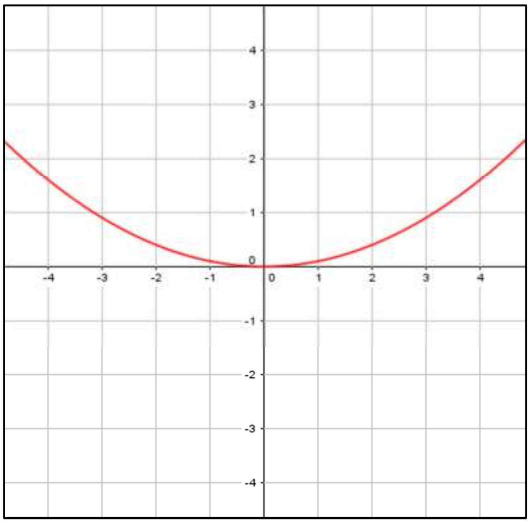
- La abscisa *x,* se calcula mediante la expresión:

  $$x_v = \frac{-b}{2a} \Rightarrow x_v = \frac{0}{2 \cdot 0{,}1} = \frac{0}{0{,}2} = 0$$

- Para hallar la coordenada *y*, se sustituye el valor obtenido en la función:

  $y_v = 0{,}1x^2 \Rightarrow y_v = 0{,}1 \cdot 0^2 \Rightarrow y_v = 0$

Por tanto, el vértice es V (0 , 0).



d. $\boldsymbol{y = \frac{5}{2}x^2}$

Como a > 0, las ramas de la parábola apuntan hacia arriba.
Se calculan los puntos de corte con los ejes:

- Punto de corte con el eje *Y:*

  $$x = 0 \Rightarrow y = \frac{5}{2} \cdot 0^2 = 0$$

  Luego el punto de corte es (0 , 0).

- Puntos de corte con el eje *X:*

  $$y = 0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot \frac{5}{2} \cdot 0}}{2 \cdot \frac{5}{2}} = \frac{0 \pm \sqrt{0}}{5} = \frac{0}{5} = 0$$

  Luego el punto de corte es (0 , 0).

Se calcula el vértice:

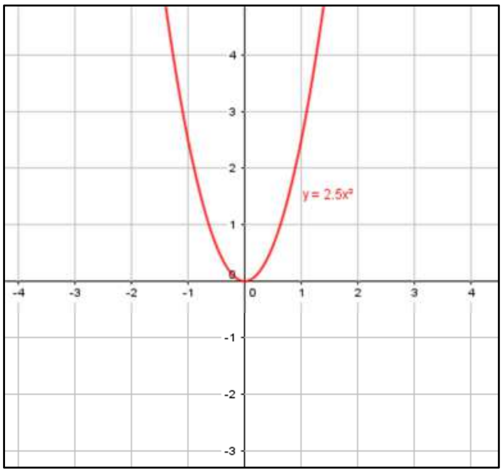
- La abscisa *x,* se calcula mediante la expresión:

  $$x_v = \frac{-b}{2a} \Rightarrow x_v = \frac{0}{2 \cdot \frac{5}{2}} = \frac{0}{5} = 0$$

- Para hallar la coordenada *y*, se sustituye el valor obtenido en la función:

  $$y_v = 5x^2 \Rightarrow y_v = \frac{5}{2} \cdot 0^2 = 0 \Rightarrow y_v = 0$$

Por tanto, el vértice es V (0 , 0).



e. $\boldsymbol{y = x^2 + 1}$

Como a > 0, las ramas de la parábola apuntan hacia arriba.

Se calculan los puntos de corte con los ejes:

- Punto de corte con el eje *Y:*

  $x = 0 \Rightarrow y = 0^2 + 1 = 1$

  Luego el punto de corte es (0 , 1).

- Puntos de corte con el eje *X:*

  $$y = 0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2 \cdot 1} = \frac{0 \pm \sqrt{-4}}{2}$$

  Luego no tiene punto de corte con el eje *X*.

Se calcula el vértice:

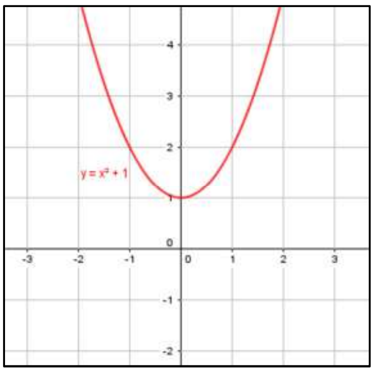
- La abscisa *x,* se calcula mediante la expresión:

  $$x_v = \frac{-b}{2a} \Rightarrow x_v = \frac{0}{2 \cdot 1} = \frac{0}{2} = 0$$

- Para hallar la coordenada *y*, se sustituye el valor obtenido en la función:

  $y_v = x^2 + 1 \Rightarrow y_v = 0^2 + 1 = 1 \Rightarrow y_v = 1$

Por tanto, el vértice es V (0 , 1).



f. $\boldsymbol{y = x^2 - 2x}$

Como a > 0, las ramas de la parábola apuntan hacia arriba.

Se calculan los puntos de corte con los ejes:

- Punto de corte con el eje *Y:*

  $x = 0 \Rightarrow y = 0^2 - 2 \cdot 0 = 0$

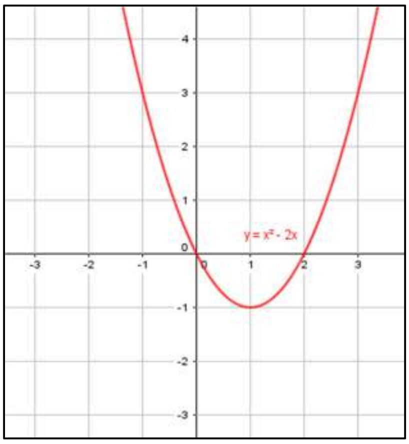
  Luego el punto de corte es (0 , 0).

- Puntos de corte con el eje *X:*
  $y = 0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm \sqrt{4-0}}{2} = \frac{2 \pm 2}{2} \Rightarrow$
  $$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{2+2}{2} = 2 \\ x_2 = \frac{2-2}{2} = 0 \end{cases}$$
  Luego los puntos de corte con el eje son (0 , 0) y (2 , 0).

Se calcula el vértice:

- La abscisa *x,* se calcula mediante la expresión:
  $x_v = \frac{-b}{2a} \Rightarrow x_v = \frac{-(-2)}{2 \cdot 1} = \frac{2}{2} = 1$
- Para hallar la coordenada *y*, se sustituye el valor obtenido en la función:
  $y_v = x^2 - 2x \Rightarrow y_v = 1^2 - 2 \cdot 1 \Rightarrow y_v = -1$

Por tanto, el vértice es V (1 , –1).



25. Ordena de mayor a menor las funciones $y = 3x^2$, $y = 2x^2$, $y = -x^2 + 2$ e $y = -4x^2 - 5$, según la abertura de sus ramas.

Cuanto mayor es el coeficiente *a* en valor absoluto, menor es la abertura. Por tanto, el orden es: $y = -x^2 + 2$, $y = 2x^2$, $y = 3x^2$, $y = -4x^2 - 5$

26. Halla el valor de *m* para que la función $y = x^2 + mx - 1$ pase por el punto (–1 , 1).

Se sustituye el punto en la función y se despeja *m*.

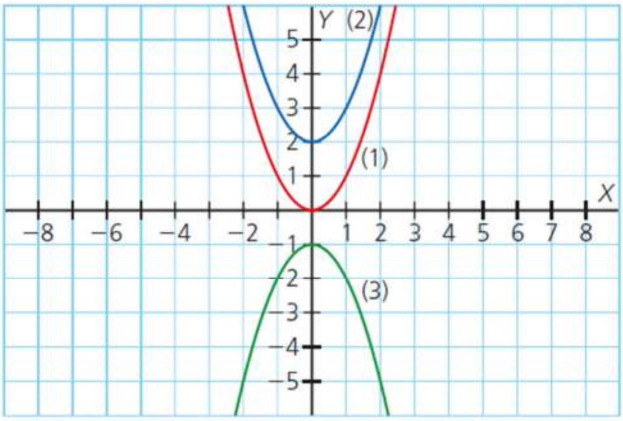
$1 = (-1)^2 + m \cdot (-1) - 1 \Rightarrow 1 = 1 - m - 1 \Rightarrow m = -1$

27. ¿Existe algún valor entero de *a* para el que la función $y = ax^2 + ax + a$ pase por el punto P (3 , 2)?

Se sustituye el punto en la función.

$2 = a \cdot 3^2 + a \cdot 3 + a \Rightarrow 2 = 9a + 3a + a \Rightarrow 2 = 13a \Rightarrow a = \frac{2}{13}$

28. Asocia las siguientes funciones con su correspondiente gráfica:



a. $\boldsymbol{y = x^2 + 2}$ $\rightarrow$ El valor de a > 0, por tanto las ramas de parábola apuntan hacia arriba. Como b = 0, su vértice está sobre el eje de ordenadas. Es la función (2).

b. $\boldsymbol{y = -x^2 - 1}$ $\rightarrow$ El valor de a < 0, por tanto, las ramas de la parábola apuntan hacia abajo. Es la función (3).

c. $\boldsymbol{y = x^2}$ $\rightarrow$ El valor de a > 0, por tanto las ramas de parábola apuntan hacia arriba. Es la función (1).

29. Determina los puntos de corte con los ejes de las siguientes parábolas:

a. $\boldsymbol{y = 4x^2}$

- Punto de corte con el eje *Y:*
  $x = 0 \Rightarrow y = 4 \cdot 0^2 = 0$
  Luego el punto de corte es (0 , 0).
- Puntos de corte con el eje *X:*

$$y = 0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot 4 \cdot 0}}{2 \cdot 4} = \frac{0 \pm \sqrt{0}}{8} = 0$$

Luego el punto de corte es (0 , 0).

b. $\boldsymbol{y = x^2 - 1}$

- Punto de corte con el eje *Y:*
  $x = 0 \Rightarrow y = 0^2 - 1 = -1$
  Luego el punto de corte es (0 , –1).
- Puntos de corte con el eje *X:*

$$y = 0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1)}}{2 \cdot 1} = \frac{0 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{0 \pm 2}{2} \Rightarrow$$

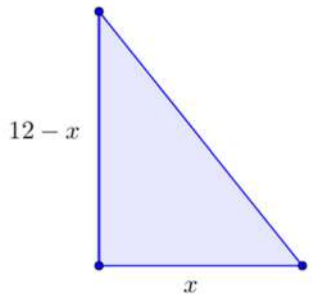
$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{0+2}{2} = 1 \\ x_2 = \dfrac{0-2}{2} = -1 \end{cases}$$

Luego los puntos de corte son (–1 , 0) y (1 , 0).

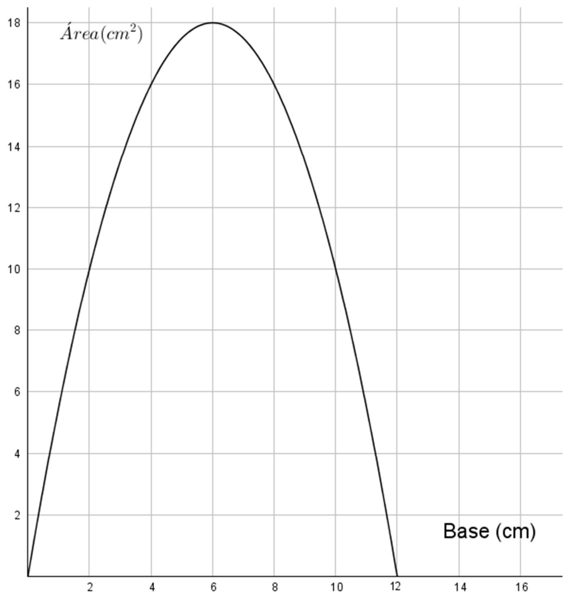
c. $y = x^2 + 5x$

- Punto de corte con el eje *Y:*
  $x = 0 \Rightarrow y = 0^2 + 5 \cdot 0 = 0$
  Luego el punto de corte es (0 , 0).
- Puntos de corte con el eje *X:*
  $$y = 0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0}}{2 \cdot 1} = \frac{-5 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{-5 \pm 5}{2} \Rightarrow$$
  $$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{-5+5}{2} = 0 \\ x_2 = \dfrac{-5-5}{2} = -5 \end{cases}$$
  Luego los puntos de corte son (–5 , 0) y (0 , 0).

30. La suma de los catetos de un triángulo rectángulo es 12 cm. Halla la expresión que relaciona el área del triángulo y uno de sus catetos y represéntala.



$$y = \frac{x \cdot (12 - x)}{2} = \frac{12x - x^2}{2}$$



31. Se quiere dibujar todos los rectángulos cuya base y cuya altura sumen 8 cm.

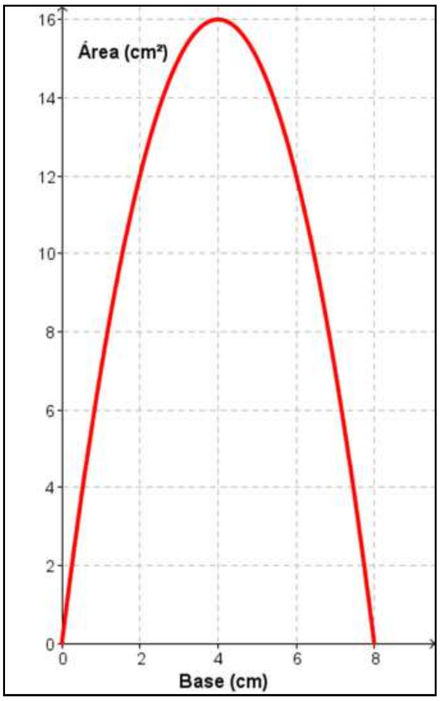
a. ¿Tienen todos los rectángulos la misma área?

No. Por ejemplo, se tienen varios rectángulos:

- Base: 1 cm, altura: 7 cm.
  $A = b \cdot h \Rightarrow A = 1 \cdot 7 = 7 \Rightarrow A = 7\ \text{cm}^2$
- Base: 2 cm, altura: 6 cm.
  $A = b \cdot h \Rightarrow A = 2 \cdot 6 = 12 \Rightarrow A = 12\ \text{cm}^2$

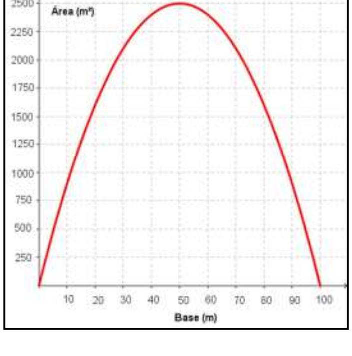
b. Encuentra la expresión algebraica de la función que relaciona la base del rectángulo y el área y representa dicha función.

$y = x \cdot (8 - x) = -x^2 + 8x$



32. Andrés tiene 200 m de valla para cercar un terreno rectangular donde quiere plantar trigo. ¿Cuáles han de ser las dimensiones del terreno para que el área cultivable sea máxima?

Para que pueda cercar el terreno, la base debe medir x y el ancho $(100 - x)$. Así, el área es: $y = x \cdot (100 - x) = -x^2 + 100x$



El área máxima se consigue en el vértice de la función representada. Por tanto, el vértice es:

- La abscisa *x,* se calcula mediante la expresión:
  $$x_v = \frac{-b}{2a} \Rightarrow x_v = \frac{-100}{2\cdot(-1)} = \frac{-100}{-2} = 50$$
- Para hallar la coordenada *y*, se sustituye el valor obtenido en la función:
  $y_v = -x^2 + 100x \Rightarrow y_v = -50^2 + 100 \cdot 50 \Rightarrow y_v = -2\,500 + 5\,000 \Rightarrow 2\,500$

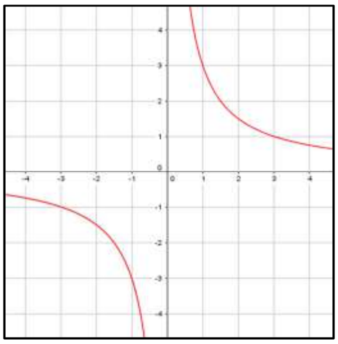
Por tanto, el vértice es V (50 , 2 500).
Las dimensiones son b = 50 m, h = 50 m.

FUNCIONES DE PROPORCIONALIDAD INVERSA

33. Indica cuál es la constante de proporcionalidad inversa de estas funciones y en qué cuadrantes se sitúan. Represéntalas.

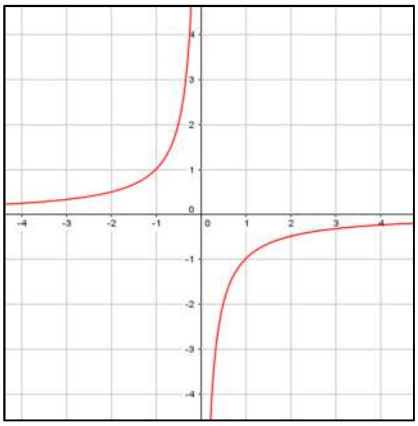
a. $\boldsymbol{y = \frac{3}{x}}$

k = 3. Se sitúa en el primer y tercer cuadrante.



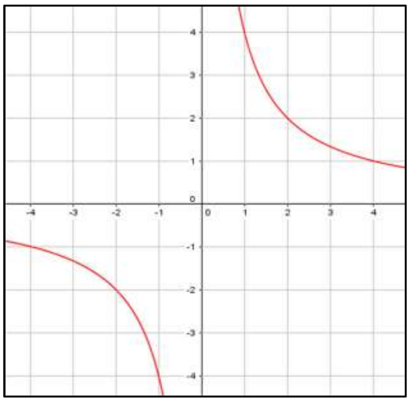
b. $\boldsymbol{y = \frac{-1}{x}}$

k = –1. Se sitúa en el segundo y cuarto cuadrante.



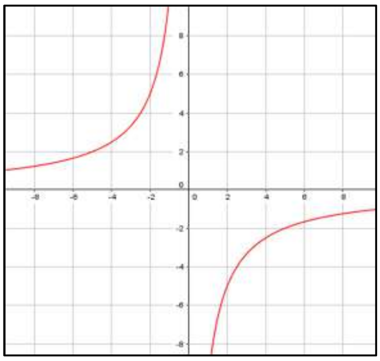
c. $y = \dfrac{4}{x}$

k = 4. Se sitúa en el primer y tercer cuadrante.



d. $y = \dfrac{-10}{x}$

k = –10. Se sitúa en el segundo y cuarto cuadrante.

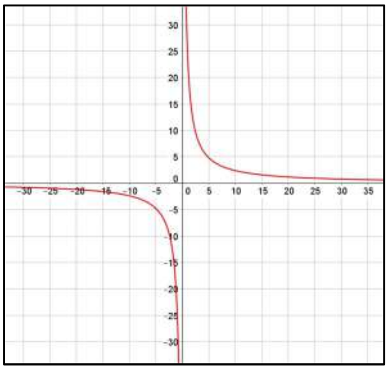


34. Dada la función $y = \dfrac{24}{x}$**:**

a. Elabora una tabla de valores.

x	–24	–12	–6	–4	1	2	8	24
y	–1	–2	–4	–6	24	12	3	1

b. Represéntala. ¿Es creciente o decreciente?



Es decreciente.

SOLUCIONES PÁG. 185

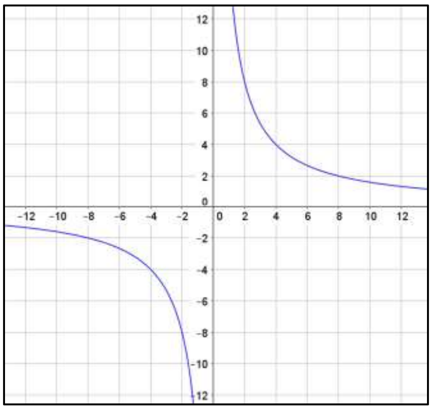
35. El producto de dos números es 16.

a. Expresa la función que relaciona estos dos números.

El producto de dos números es la constante de proporcionalidad inversa:

$x \cdot y = 16 \Rightarrow y = \frac{16}{x}$

b. Representa la gráfica de la función.



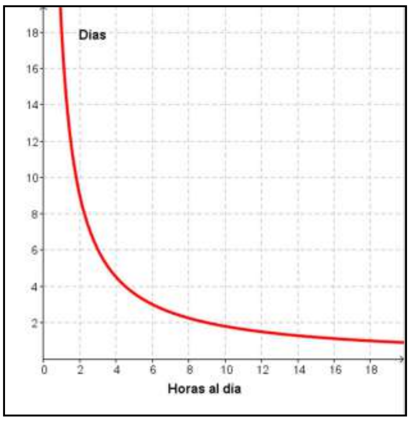
36. Trabajando 6 h al día, un obrero tarda 3 días en acabar un encargo.

a. Construye una tabla de valores que relacione el número de horas trabajas al día y el número de días necesario para realizar el encargo.

x = número de horas trabajadas al día
y = días trabajados para acabar el trabajo

x	1	2	3	6	9	18
y	18	9	6	3	2	1

b. Representa los puntos de la tabla de valores. ¿Es una función de proporcionalidad inversa?



Sí es una función de proporcionalidad inversa.

APLICACIONES

37. A un vendedor de seguros le ofrecen dos tipos de contrato. Con el primero cobraría 1 000 € fijos mensuales, más 50 € por cada seguro que venda. El segundo contrato establece un fijo de 200 €, más 100 € por cada seguro contratado. El vendedor está convencido de que será capaz de hacer 25 seguros al mes. ¿Cuál de los dos tipos de contrato debería firmar?

Primer tipo de contrato: $y = 50x + 1\,000$
Segundo tipo de contrato: $y = 100x + 200$

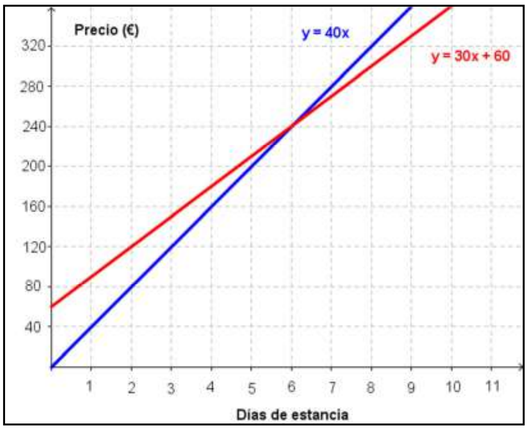
Si vende 25 seguros al mes, la cantidad a percibir sería:
Primer contrato: $y = 50 \cdot 25 + 1\,000 = 2\,250$
Segundo contrato: $y = 100 \cdot 25 + 200 = 2\,700$
Si acepta el primer tipo de contrato, cobraría 2 250 € y si acepta el segundo, 2 700 €, luego debería aceptar el segundo tipo de contrato.

38. Para preparar sus vacaciones, Samuel ha preguntado las tarifas de dos *campings.* En uno de ellos, le cobran 60 € de fianza y 30 € por día de estancia. En el otro *camping* tiene que abonar 40 € diarios.

a. Escribe la expresión de las funciones que relacionan el número de días y el precio total.

Primer camping: $y = 30x + 60$
Segundo camping: $y = 40x$

b. Representa las funciones.



c. ¿Cuántos días tendría que estar Samuel de vacaciones para que el precio fuese el mismo en los dos *campings*?

Para que el precio fuese el mismo el valor de las dos funciones debe ser el mismo. Por tanto, se igualan las funciones y se resuelve la ecuación:

$$30x + 60 = 40x \Rightarrow 60 = 10x \Rightarrow x = \frac{60}{10} = 6$$

Tendría que estar 6 días.

d. Si va a estar solo una semana, ¿cuál de los dos *campings* le resulta más rentable?

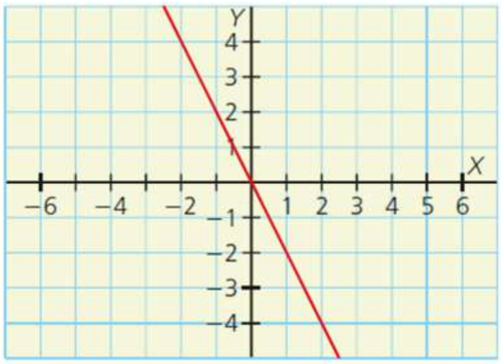
Se sustituye el valor en ambas funciones:
Primer camping: $y = 30x + 60 \Rightarrow y = 30 \cdot 7 + 60 = 270$
Segundo camping: $y = 40x \Rightarrow y = 40 \cdot 7 = 280$

En el primer camping pararía 270 € y en el segundo 280 €. Por tanto, le resultaría más rentable el primero.

EVALUACIÓN

1. La expresión algebraica de la recta de esta gráfica es:

a. $y = x$ **b.** $y = 2x$ c. $y = -2x$ **d.** $y = -3x$



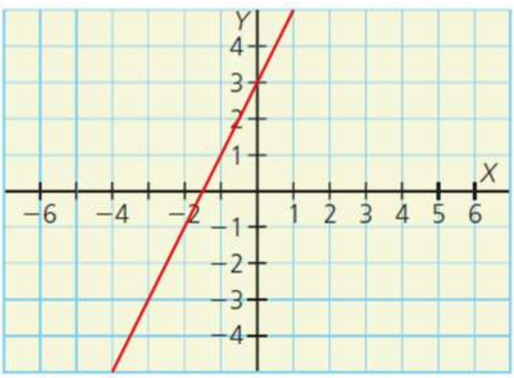
Se toma un punto de la recta, (1 , –2). La pendiente es: $m = \frac{-2}{1} = -2$

2. ¿Cuál de las siguientes funciones es afín?

a. $y = 4$ **b.** $y = 5x$ **c.** $y = x^2$ d. $y = 5x + 1$

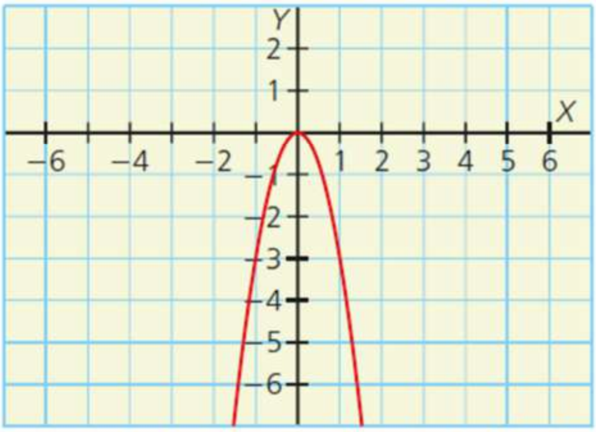
Una función es afín cuando la variable independiente tiene grado 1 y además m ≠ 0 y n ≠ 0

3. Indica cuál de las siguientes afirmaciones sobre la función representada es cierta:



a. Es lineal.
b. Su pendiente es 3.
c. Su ordenada en el origen es 3.
d. Pasa por el punto (1 , 2).

4. La expresión de la parábola representada en esta gráfica es:



a. $\boldsymbol{y = 3x^2}$ **b.** $\boldsymbol{y = -2x^2}$ c. $y = -3x^2$ **d.** $\boldsymbol{y = x^2}$

La parábola tiene las ramas apuntando hacia abajo, luego a < 0. Se eligen dos puntos de la parábola, (1 , –3) y (–1 , –3) y ambos puntos cumplen la función c.

5. ¿Cuál de las siguientes hipérbolas está en el primer y el tercer cuadrante?

a. $y = \dfrac{4}{x}$ **b.** $\boldsymbol{y = \dfrac{-1}{x}}$ **c.** $\boldsymbol{y = \dfrac{-7}{x}}$ **d.** $\boldsymbol{y = \dfrac{-9}{x}}$

Para que esté en el primer y tercer cuadrante, la constante de proporcionalidad, k, debe ser positiva.