MATEMÁTICAS
2.º ESO

somoslink

SOLUCIONES AL LIBRO DEL ALUMNO

Unidad 5. Proporcionalidad

Unidad 5. Proporcionalidad

SOLUCIONES PÁG. 89

1 Juan trabaja en una empresa de coches. Si pinta 42 coches por semana, ¿cuántos coches pintará al mes?

Nota: considera que un mes tiene 4 semanas.

$$42\frac{\text{coches}}{\cancel{\text{semana}}}\cdot 4\ \cancel{\text{semana}} = 168\ \text{coches}$$

En un mes pintará 168 coches.

2 Realiza el siguiente problema con una regla de tres mientras tu compañero lo resuelve mediante factores de conversión. Comprobad que el resultado es el mismo:

Un grifo abierto gasta unos 12 L de agua por minuto. ¿Cuántos litros se derrocharán si se deja el grifo abierto durante 2 h?

Regla de tres:

12 L $\rightarrow$ 1 min

x L $\rightarrow$ 120 min

$$\frac{12}{x} = \frac{1}{120} \Rightarrow x = 1\,440\ \text{L}$$

Factores de conversión:

$$12\frac{\text{litros}}{\cancel{\text{minuto}}}\cdot 2\ \cancel{\text{horas}}\cdot\frac{60\ \cancel{\text{minutos}}}{1\cancel{\text{hora}}} = 1\,440\ \text{L}$$

Se derrocharán 1 440 L.

3 Iván ha ido al mercado y ha comprado 3 kg de naranjas a 2,30 €/kg. ¿Cuánto le han costado las naranjas? ¿Y si hubiera comprado 2 kg más?

$$2{,}3\frac{€}{\cancel{\text{kg}}}\cdot 3\ \cancel{\text{kg}} = 6{,}9\ €$$

$$2{,}3\frac{€}{\cancel{\text{kg}}}\cdot 5\ \cancel{\text{kg}} = 11{,}5\ €$$

Le han costado 6,9 €. Si hubiera comprado 2 kg más, le costaría 11,5 €.

4 Realiza las siguientes conversiones de unidades de medida utilizando factores de conversión:

a. 54 hm a m

$$54\ \cancel{\text{hm}}\ \frac{100\ \text{m}}{1\ \cancel{\text{hm}}} = 5\,400\ \text{m}$$

b. 294 cL a dL

$$294\ \cancel{\text{cL}}\ \frac{1\ \text{dL}}{10\ \cancel{\text{cL}}} = 29{,}4\ \text{dL}$$

c. 383 kg a cg

$$383\ \cancel{\text{kg}}\ \frac{100\,000\ \text{cg}}{1\ \cancel{\text{kg}}} = 38\,300\,000\ \text{cg}$$

d. 46 km² a hm²

$$46\ \cancel{\text{km}^2}\ \frac{100\ \text{hm}^2}{1\ \cancel{\text{km}^2}} = 4\,600\ \text{hm}^2$$

e. 3 482 mm³ a cm³

$$3\,482\ \cancel{\text{mm}^3}\ \frac{1\ \text{cm}^3}{1000\ \cancel{\text{mm}^3}} = 3{,}482\ \text{cm}^3$$

f. 32 hL a cm³

$$32\ \cancel{\text{hL}}\ \frac{100\ \cancel{\text{L}}}{1\ \cancel{\text{hL}}}\ \frac{1\ \cancel{\text{dm}^3}}{1\ \cancel{\text{L}}}\ \frac{1\,000\ \text{cm}^3}{1\ \cancel{\text{dm}^3}} = 3\,200\,000\ \text{cm}^3$$

SOLUCIONES PÁG. 90

5 Elena quiere realizar en moto un trayecto de 120 km. Copia y completa en tu cuaderno la siguiente tabla en la que se calcula el tiempo que tardaría en hacer dicho trayecto dependiendo de la velocidad a la que vaya:

$$\frac{100\ \text{km}}{1\ \text{h}} = \frac{120\ \text{km}}{x\ \text{h}} \Rightarrow x = \frac{120\ \text{km} \cdot 1\ \text{h}}{100\ \text{km}} = 1{,}2\ \text{h}$$

$$\frac{100}{x} = \frac{1}{1{,}2} \Rightarrow x = 100 \cdot 1{,}2 = 120\ \text{km/h}$$

$$\frac{100}{x} = \frac{3}{1{,}2} \Rightarrow x = \frac{100 \cdot 1{,}2}{3} = 40\ \text{km/h}$$

$$\frac{1{,}2}{x} = \frac{80}{100} \Rightarrow x = \frac{1{,}2 \cdot 100}{80} = 1{,}5\ \text{h}$$

$$\frac{100}{x} = \frac{4}{1{,}2} \Rightarrow x = \frac{100 \cdot 1{,}2}{4} = 30\ \text{km/h}$$

Velocidad (km/h)	100	120	40	80	30
Tiempo (h)	1,2	1	3	1,5	4

a. ¿Qué tipo de proporcionalidad es?

Proporcionalidad inversa.

b. ¿Cuál es la constante de proporcionalidad?

k = 100 · 1,2 = 120

6 Joaquín, Eva y Federico pagan entre los tres 1 260 € de alquiler por su piso.

a. Si María se va a vivir con ellos compartiendo gastos, ¿cuánto tendrán que pagar cada uno?

$$\frac{4 \text{ personas}}{1 \text{ persona}} = \frac{1260 \text{ €}}{x \text{ €}} \Rightarrow x = \frac{1\,260 \cdot 1}{4} = 315$$

Cada uno tendrá que pagar 315 €.

b. ¿Y si se quedaran en el piso solo Joaquín y Eva?

$$\frac{2 \text{ personas}}{1 \text{ persona}} = \frac{1260 \text{ €}}{x \text{ €}} \Rightarrow x = \frac{1260 \cdot 1}{2} = 630$$

Si se quedaran Joaquín y Eva pagarían 630 € cada uno.

c. Elabora una tabla de proporcionalidad en la que aparezca lo que pagarían de alquiler si fueran en total 5, 6 o 7 inquilinos.

1 260 : 5 = 252; 1 260 : 6 = 210; 1 260 : 7 = 180

N.° de inquilinos	5	6	7
Alquiler por persona	252	210	180

SOLUCIONES PÁG. 91

7 Un teatro de cierta ciudad tiene tres pases diarios, con lo que pueden disfrutar de la obra 24 750 espectadores en 15 días. ¿Cuántos espectadores podrán asistir a la obra durante 45 días si solo se representara 2 veces al día?

Sesiones	Personas	Días
3	24 750	15
2	x	45

Tanto las magnitudes personas y días como las magnitudes sesiones y personas, son directamente proporcionales.

$$\frac{24750}{x} = \frac{3}{2} \cdot \frac{15}{45} \Rightarrow x = \frac{24750 \cdot 90}{45} = 49\,500$$

Podrán asistir 49 500 personas.

8 Alba y Teresa quedan para realizar 8 ejercicios de Matemáticas y tardan 2 h en hacerlos. ¿Cuánto tiempo emplearían en terminar 15 ejercicios si Iván se une a ellas para ayudarlas?

Amigos	Ejercicios	Minutos
2	8	120
3	15	x

Las magnitudes amigos y horas son inversamente proporcionales, y las magnitudes ejercicios y horas, son directamente proporcionales.

$$\frac{8}{15} \cdot \frac{3}{2} = \frac{120}{x} \Rightarrow x = \frac{120 \cdot 30}{24} = 150$$

$$\frac{150\,\cancel{\text{min}} \cdot 1\text{ h}}{60\,\cancel{\text{min}}} = 2{,}5\text{ h}$$

Tardarían 2,5 h, es decir, 2 horas y 30 min.

9 En una granja se almacenan 35 000 kg de pienso para alimentar a 35 caballos durante 8 meses.

a. ¿Cuántos meses durarían 100 000 kg de pienso si se compraran 20 caballos más?

kg pienso	Caballos	Meses
35 000	35	8
100 000	55	x

Las magnitudes kilogramo de pienso y meses son directamente proporcionales, y las magnitudes caballos y meses, son inversamente proporcionales.

$$\frac{8}{x} = \frac{35000}{100000} \cdot \frac{55}{35} \Rightarrow \frac{8}{x} = \frac{11}{20} \Rightarrow x = 14{,}54$$

Durarían 14,54 meses.

b. Si la granja vendiera algunos caballos y se quedara solo con 18, ¿cuánto pienso necesitaría para 5 meses?

kg pienso	Caballos	Meses
35 000	35	8
x	18	5

Las magnitudes pienso y meses son directamente proporcionales, al igual que las magnitudes pienso y caballos.

$$\frac{35000}{x} = \frac{35}{18} \cdot \frac{8}{5} \Rightarrow \frac{35000}{x} = \frac{28}{9} \Rightarrow x = 11\,250$$

Necesitaría 11 250 kg de pienso.

10 Para calcular la velocidad que lleva un móvil, se utiliza la siguiente expresión, donde *v* = velocidad, *e* = espacio y *t* = tiempo:

$$v = \frac{e}{t}$$

Observando la expresión, indica, justificando tu respuesta, qué magnitudes son directamente proporcionales entre sí y cuáles son inversamente proporcionales.

La velocidad y el tiempo son inversamente proporcionales, ya que al aumentar el tiempo, la velocidad disminuye. La velocidad y el espacio son directamente proporcionales, pues al aumentar el espacio, la velocidad aumenta. El tiempo y el espacio son directamente proporcionales.

11 Tres operarios tardan 3 h en embotellar 2 000 L de vino.

a. ¿Cuánto tiempo tardarían en embotellar 10 000 L de vino 5 operarios?

Operarios	Horas	Litros vino
3	3	2 000
5	*x*	10 000

Las magnitudes operarios y horas son inversamente proporcionales y las magnitudes horas y litros son directamente proporcionales.

$$\frac{3}{x} = \frac{2000}{10000} \cdot \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{3}{x} = \frac{10000}{30000} \Rightarrow x = 9$$

Tardarán 9 h.

b. ¿Cuántos operarios se necesitarían para embotellar 20 000 L de vino en18 h?

Operarios	Horas	Litros vino
3	3	2 000
x	18	20 000

Las magnitudes operarios y horas son inversamente proporcionales y las magnitudes operarios y litros son directamente proporcionales.

$$\frac{3}{x} = \frac{18}{3} \cdot \frac{2000}{20000} \Rightarrow \frac{3}{x} = \frac{36000}{60000} \Rightarrow x = 5$$

Necesitarían 5 operarios.

c. ¿Cuántos litros habrán embotellado 6 operarios en 12 h?

Operarios	Horas	Litros vino
3	3	2 000
6	12	x

Tanto las magnitudes operarios y litros, como las magnitudes horas y litros son directamente proporcionales.

$$\frac{2000}{x} = \frac{3}{12} \cdot \frac{3}{6} \Rightarrow \frac{2000}{x} = \frac{9}{72} \Rightarrow x = 16\,000$$

Habrán embotellado 16 000 L.

SOLUCIONES PÁG. 93

12 Efectúa los siguientes porcentajes:

a. 46 % de 382

$$\frac{382 \cdot 46}{100} = 175{,}72$$

b. 78 % de 1 908

$$\frac{1908 \cdot 78}{100} = 1\,488{,}24$$

c. 21 % de 5 676

$$\frac{5676 \cdot 21}{100} = 1\,191{,}96$$

d. 12 % de 9 387

$$\frac{9387 \cdot 12}{100} = 1\,126{,}44$$

e. 35 % de 819

$$\frac{819 \cdot 35}{100} = 286{,}65$$

f. 90 % de 1 450

$$\frac{1450 \cdot 90}{100} = 1\,305$$

13 Calcula el porcentaje que representan las siguientes cantidades, redondeando a las décimas si fuera necesario:

a. 33 con respecto a 264

$$\frac{264}{33} = \frac{100}{x} \Rightarrow x = 12{,}5\ \%$$

b. 284 con respecto a 9 289

$$\frac{9289}{284} = \frac{100}{x} \Rightarrow x = 3{,}1\ \%$$

c. 8 975 con respecto a 28 429

$$\frac{28429}{8975} = \frac{100}{\mathrm{x}} \Rightarrow x = 31{,}6\ \%$$

d. 78 con respecto a 741

$$\frac{741}{78} = \frac{100}{x} \Rightarrow x = 10{,}5\ \%$$

e. 12 con respecto a 689

$$\frac{689}{12} = \frac{100}{x} \Rightarrow x = 1{,}7\ \%$$

f. 9 con respecto a 180

$$\frac{180}{9} = \frac{100}{x} \Rightarrow x = 5\ \%$$

14 El 35 % de los alumnos de un instituto juega al fútbol, el 15 % prefiere el baloncesto, el 23 % practica natación, y el 8 % hace karate.

a. ¿Qué porcentaje representan los alumnos que no realizan ningún deporte?

35 % + 15 % + 23 % + 8 % = 81 %; 100 % – 81 % = 19 %

El 19 % no realiza ningún deporte.

b. Si en el instituto hay 700 alumnos, calcula cuántos de ellos practican cada disciplina deportiva.

$$\frac{35}{100} = \frac{x}{700} \Rightarrow x = 245$$

$$\frac{15}{100} = \frac{x}{700} \Rightarrow x = 105$$

$$\frac{23}{100} = \frac{x}{700} \Rightarrow x = 161$$

$$\frac{8}{100} = \frac{x}{700} \Rightarrow x = 56$$

$$\frac{19}{100} = \frac{x}{700} \Rightarrow x = 133$$

245 juegan al fútbol, 105 juegan al baloncesto, 161 practican natación, 56 hacen karate y 133 no practican ningún deporte.

15 Calcula el total sabiendo que los porcentajes propuestos equivalen a las cantidades que se indican.

a. El 57 % es 456

$$\frac{57}{100} = \frac{456}{x} \Rightarrow x = 800$$

b. El 8 % es 183

$$\frac{8}{100} = \frac{183}{x} \Rightarrow x = 2\,287{,}5$$

c. El 52 % es 468

$$\frac{52}{100} = \frac{468}{x} \Rightarrow x = 900$$

d. El 13 % es 923

$$\frac{13}{100} = \frac{923}{x} \Rightarrow x = 7\,100$$

16 Si a una cantidad se le aplica un aumento del 20 % y luego otro del 35 %, ¿se obtendría un resultado equivalente a aplicarle un incremento del 55 %? Justifica tu respuesta mediante un ejemplo.

Si aplicamos un aumento del 20 % y otro aumento del 35 %, el índice de variación final sería:

1,2 · 1,35 = 1,62, por lo que los dos aumentos consecutivos equivalen a un aumento del 62 %, no a un 55 %.

Por ejemplo, lo aplicamos a la cantidad 24.

Aumento del 20 % de 24 = 28,8
Aumento del 35 % de 28,8 = 38,88

Y aumento del 62 % de 24 = 38,88
Que no es igual que 55 % de 24 = 37,2

17 Javier ha visto una televisión de 980 € con un 30 % de descuento, a la que hay que aplicarle el 21 % de IVA. ¿Cuánto le costaría la televisión?

Resuelve el problema aplicando primero el descuento y luego el IVA. Mientras, tu compañero lo realizará aplicando primero el IVA y, a continuación, el descuento. ¿Es el resultado el mismo? Explicad por qué utilizando el índice de variación.

Buscad en Internet información sobre el significado del IVA y los sucesivos valores que ha ido teniendo.

Un descuento del 30 % equivale a un índice de variación de 0,70. Un aumento del 21 % de IVA equivale a un índice de variación de 1,21.

980 · 0,7 · 1,21 = 980 · 1,21 · 0,7 = 830,06 € le costaría la televisión.

Debido a la propiedad conmutativa del producto, el resultado es el mismo aunque aplique primero el descuento y luego el aumento o viceversa.

SOLUCIONES PÁG. 95

18 Efectúa los siguientes repartos directamente proporcionales a las cantidades que se indican:

a. 54 600 a 50, 70 y 10

$$\frac{a}{50}=\frac{b}{70}=\frac{c}{10}=\frac{a+b+c}{50+70+10}=\frac{54\,600}{130}=420$$

Se reparte 420 a cada una:

$$\frac{a}{50}=420 \Rightarrow a = 420\cdot 50 = 21\,000$$

$$\frac{b}{70}=420 \Rightarrow b = 420\cdot 70 = 29\,400$$

$$\frac{c}{10}=420 \Rightarrow c = 10\cdot 420 = 4\,200$$

b. 1 218 a 12, 30 y 45

$$\frac{a}{12}=\frac{b}{30}=\frac{c}{45}=\frac{a+b+c}{12+30+45}=\frac{1218}{87}=14$$

Se reparte 14 a cada una:

$a = 12\cdot 14 = 168$, $b = 30\cdot 14 = 420$; $c = 45\cdot 14 = 630$

c. 300 a 4, 3 y 5

$$\frac{a}{4}=\frac{b}{3}=\frac{c}{5}=\frac{a+b+c}{4+3+5}=\frac{300}{12}=25$$

Se reparte 25 a cada una:

$a = 4\cdot 25 = 100$; $b = 3\cdot 25 = 75$; $c = 5\cdot 25 = 125$

d. 3 908 a 10, 4 y 6

$$\frac{a}{10}=\frac{b}{4}=\frac{c}{6}=\frac{a+b+c}{10+4+6}=\frac{3\,908}{20}=195{,}4$$

Se reparte 195,4 a cada una:

$a = 10\cdot 195{,}4 = 1\,954$; $b = 4\cdot 195{,}4 = 781{,}6$; $c = 6\cdot 195{,}4 = 1\,172{,}5$

19 Realiza los siguientes repartos inversamente proporcionales a las cantidades que se indican:

a. 4 810 a 4, 5 y 6

$$\frac{a+b+c}{\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}}=\frac{a+b+c}{\frac{37}{60}}=\frac{4\,810}{\frac{37}{60}}=7\,800$$

Se reparte 4 810 entre $\frac{37}{60}$ partes, con lo que resulta 7 800 por la inversa de cada parte:

a = $\frac{1}{4} \cdot 7\,800 = 1\,950$; b = $\frac{1}{5} \cdot 7\,800 = 1\,560$; c = $\frac{1}{6} \cdot 7\,800 = 1\,300$

b. 7 260 a 10, 20 y 8

$$\frac{a+b+c}{\frac{1}{10}+\frac{1}{20}+\frac{1}{8}} = \frac{a+b+c}{\frac{11}{40}} = \frac{7\,260}{\frac{11}{40}} = 26\,400$$

Se reparte 7 260 entre $\frac{11}{40}$ partes, con lo que resulta 26 400 por la inversa de cada parte:

a = $\frac{1}{10} \cdot 26\,400 = 2\,640$; b = $\frac{1}{20} \cdot 26\,400 = 1\,320$; c = $\frac{1}{8} \cdot 26\,400 = 3\,300$

c. 330 a 2, 4 y 6

$$\frac{a+b+c}{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}} = \frac{a+b+c}{\frac{11}{12}} = \frac{330}{\frac{11}{12}} = 360$$

Se reparte 330 entre $\frac{11}{12}$ partes, con lo que resulta 360 por la inversa de cada parte:

a = $\frac{1}{2} \cdot 360 = 180$; b = $\frac{1}{4} \cdot 360 = 90$; c = $\frac{1}{6} \cdot 360 = 60$

d. 700 a 7, 14 y 28

$$\frac{a+b+c}{\frac{1}{7}+\frac{1}{14}+\frac{1}{28}} = \frac{a+b+c}{\frac{1}{4}} = \frac{700}{\frac{1}{4}} = 2\,800$$

Se reparte 700 entre $\frac{1}{4}$ partes, con lo que resulta 2 800 por la inversa de cada parte:

a = $\frac{1}{7} \cdot 2\,800 = 400$; b = $\frac{1}{14} \cdot 2\,800 = 200$; c = $\frac{1}{28} \cdot 2\,800 = 100$

20 Sara quiere repartir 22 puntos entre tres de sus alumnos para que suban nota. Lo piensa hacer de forma inversamente proporcional a las faltas de asistencia que han tenido en este mes. Guille ha faltado 3 días; Nerea, 6, y Sandra, 9. ¿Cuántos puntos le corresponderán a cada uno?

$$\frac{a+b+c}{\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{9}}=\frac{a+b+c}{\frac{6}{18}+\frac{3}{18}+\frac{2}{18}}=\frac{22}{\frac{11}{18}}=36$$

Guille: $\frac{a}{\frac{1}{3}}=36 \Rightarrow a = 12$

Nerea: $\frac{b}{\frac{1}{6}}=36 \Rightarrow b = 6$

Sandra: $\frac{c}{\frac{1}{9}}=36 \Rightarrow c = 4$

A Guille le dará 12 puntos, a Nerea 6 puntos y a Sandra 4 puntos.

21 Ramón quiere repartir parte de los beneficios de su empresa entre sus empleados de forma directamente proporcional a las horas diarias que trabajan. Encarna trabaja 8 h diarias; Mercedes, 7 h; Azucena, 5 h, y Blanca, 6 h. Si dichos beneficios ascienden a 78 000 €, ¿cuánto le corresponderá a cada una?

$$\frac{a}{8}=\frac{b}{7}=\frac{c}{5}=\frac{d}{6}=\frac{a+b+c+d}{8+7+5+6}=\frac{78\,000}{26}=3\,000$$

Encarna: $\frac{a}{8}=3\,000 \Rightarrow a = 24\,000$

Azucena: $\frac{c}{5}=3\,000 \Rightarrow c = 15\,000$

Mercedes: $\frac{b}{7}=3\,000 \Rightarrow b = 21\,000$

Blanca: $\frac{d}{6}=3\,000 \Rightarrow d = 18\,000$

A Encarna le corresponderá 24 000 €, a Mercedes 21 000 €, a Azucena 15 000 € y a Blanca 18 000 €.

22 En un concurso de cálculo mental se reparte un premio de 4 230 € para material escolar entre los tres mejores alumnos de forma inversamente proporcional al número de fallos realizados.

De las 10 operaciones efectuadas, Patricia ha fallado 4; Marta, 3, y Pedro, 5. ¿Cuánto dinero recibirá cada uno de los alumnos?

$$\frac{a+b+c}{\frac{1}{4}+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}}=\frac{4\,230}{\frac{47}{60}}=5\,400$$

Patricia: $\frac{a}{\frac{1}{4}} = 5\,400 \Rightarrow a = 1\,350$ Marta $\frac{b}{\frac{1}{3}} = 5\,400 \Rightarrow b = 1\,800$

Pedro $\frac{c}{\frac{1}{5}} = 5\,400 \Rightarrow c = 1\,080$

A Patricia le corresponde 1 350 €, a Marta 1 800 €, y a Pedro 1 080 €.

23 Realiza la actividad anterior considerando que el premio se concede de forma directamente proporcional a los aciertos obtenidos.

$$\frac{a + b + c}{6+7+5} = \frac{4\,230}{18} = 235$$

Patricia: $\frac{a}{6} = 235 \Rightarrow a = 6 \cdot 235 = 1410$ Marta: $\frac{b}{7} = 235 \Rightarrow b = 7 \cdot 235 = 1\,645$

Pedro: $\frac{c}{5} = 235 \Rightarrow c = 5 \cdot 235 = 1\,175$

A Patricia le corresponde 1 410 €, a Marta 1 645 € y a Pedro 1 175 €.

SOLUCIONES PÁG. 97

1 Explica la diferencia que hay en el modo de saber si dos magnitudes son directa o inversamente proporcionales. Ilústralo con ejemplos.

Cuando dos magnitudes son directamente proporcionales, ambas crecen o disminuyen en la misma proporción.

Sin embargo, si son inversamente proporcionales, cuando una aumenta, la otra disminuye en la misma proporción, y viceversa.

Ejemplo de magnitudes directamente: kilos de naranjas y precio. Cuantos más kilos de naranjas se compren, más alto será el precio.

Ejemplo de magnitudes inversamente proporcionales: velocidad y tiempo. Cuanto más veloz va un coche, menos tiempo tarda en realizar un recorrido.

2 ¿Qué es un factor de conversión? Cita ejemplos que ilustren el uso más común de los factores de conversión, realizando uno de ellos.

Un factor de conversión es una fracción de valor la unidad que nos permite convertir unas magnitudes en otras al mantener entre ellas una relación de proporcionalidad.

El uso más común de los factores de conversión es el del cambio de unidades. Por ejemplo, para pasar 68 dg a dag:

$$68 \text{ dg} = 68 \cancel{\text{dg}} \cdot \frac{1 \text{ dag}}{100 \cancel{\text{dg}}} = 0{,}68 \text{ dag}$$

3 Indica la principal diferencia que existe en el cálculo con reglas de tres directas o inversas. Pon ejemplos.

En una regla de tres directa, la proporción se forma tomando los datos en la forma que están escritas las razones correspondientes, sin embargo, en la regla de tres inversa, hay que invertir una de las razones.

Ejemplo de proporcionalidad directa:

kg naranjas		Precio (€)
2	$\rightarrow$	3,5
3	$\rightarrow$	x

Formamos la proporción: $\frac{2}{3} = \frac{3,5}{x}$

Con lo que, despejando: $x = \frac{3 \cdot 3,5}{2} = 5,25$ €

Ejemplo de proporcionalidad inversa:

Velocidad (km/h)		Tiempo (h)
120	$\rightarrow$	4
x	$\rightarrow$	6

Formamos la proporción, invirtiendo una de las razones: $\frac{120}{x} = \frac{6}{4}$

Con lo que, despejando: $x = \frac{120 \cdot 4}{6} = 80$ km/h

4 Contesta a las siguientes preguntas:

a. ¿Cómo se calculan aumentos o disminuciones porcentuales con el índice de variación?

Para aumentos porcentuales, el índice de variación se calcula:

iv = 1 + porcentaje en decimal

Para disminuciones porcentuales, el índice de variación se calcula:

iv = 1 – porcentaje en decimal

Una vez calculado el índice de variación, se multiplica dicho índice por la cantidad inicial.

b. ¿Cómo se puede obtener la cantidad inicial a partir de la cantidad final y el porcentaje de aumento o disminución aplicado?

Para obtener la cantidad inicial se divide la cantidad final entre el índice de variación. Para obtener el porcentaje de aumento o disminución se divide la cantidad final entre la cantidad inicial.

5 **Explica para qué sirven los repartos proporcionales.**

Los repartos proporcionales sirven para repartir una cantidad entre una serie de partes que se hacen de dicha cantidad. Pueden ser:

— Directamente proporcionales, cuando a mayor parte implicada, mayor cantidad obtenida.

— Inversamente proporcionales, cuando a mayor parte implicada, menor cantidad obtenida.

6 **¿Es lo mismo repartir una cantidad de forma directamente proporcional a los números *a, b* y *c* que repartir la misma cantidad de forma inversamente proporcional a los números $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$ y $\frac{1}{c}$? Al fin de realizar la demostración, toma 9 000 como la cantidad que hay que repartir y 5, 10 y 30 como los números entre los que se realiza el reparto de forma directamente proporcional. Con esas mismas cantidades realiza un reparto inversamente proporcional.**

Sí, es lo mismo.

Un reparto directamente proporcional a 5, 10 y 30 sería:

$5 \cdot 200 = 1\,000$, $10 \cdot 200 = 2\,000$, $30 \cdot 200 = 6\,000$

Un reparto inversamente proporcional a $\frac{1}{5}$, y sería:

$\frac{1}{\frac{1}{5}} \cdot 200 = 1\,000$, $\frac{1}{\frac{1}{10}} \cdot 200 = 2\,000$, $\frac{1}{\frac{1}{30}} \cdot 200 = 6\,000$

7 **Busca en diversos medios de comunicación (como televisión, radio, Internet, prensa escrita, etc.), noticias en las que aparezcan datos con porcentajes. Puedes hacer un documento PowerPoint, usar Glogster… con los datos encontrados.**

Respuesta abierta.

SOLUCIONES PÁG. 98 – REPASO FINAL

MAGNITUDES PROPORCIONALES

1 **Copia y completa en tu cuaderno las siguientes tablas de proporcionalidad, indicando si se trata de una proporcionalidad directa o inversa y calcula su constante de proporcionalidad:**

Magnitud A	3	10	7	9	12
Magnitud B	1,5	5	3,5	4,5	6

Proporcionalidad directa k = 0,5

Magnitud A	75	25	150	6	3
Magnitud B	4	12	2	50	100

Proporcionalidad inversa k = 300

2 Realiza los siguientes cambios de unidades mediante factores de conversión:

a. 675 mL a daL

$$675\ \cancel{\text{mL}}\ \frac{1\,\text{daL}}{10\,000\ \cancel{\text{mL}}} = 0{,}0675\ \text{daL}$$

b. 97 kg a cg

$$97\ \cancel{\text{kg}}\ \frac{100\,000\ \text{cg}}{1\ \cancel{\text{kg}}} = 9\,700\,000\ \text{cg}$$

c. 82 304 dm² a dam²

$$82\,304\ \cancel{\text{dm}^2}\ \frac{1\ \text{dam}^2}{10\,000\ \cancel{\text{dm}^2}} = 8{,}2304\ \text{dm}^2$$

d. 180 km/h a m/s

$$180\ \frac{\cancel{\text{km}}}{\cancel{\text{h}}}\cdot\frac{1000\ \text{m}}{1\ \cancel{\text{km}}}\cdot\frac{1\cancel{\text{h}}}{3\,600\ \text{s}} = 50\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

e. 45 m/s a km/h

$$45\ \frac{\cancel{\text{m}}}{\cancel{\text{s}}}\cdot\frac{1\ \text{km}}{1000\ \cancel{\text{m}}}\cdot\frac{3\,600\ \cancel{\text{s}}}{1\,\text{h}} = 162\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

3 Julián va al mercado a comprar patatas. Si el kilogramo de patatas cuesta 0,62 €, ¿cuántos kilos podrá comprar si solo se ha traído 5,63 € y necesita 0,40 € para llevarse también una barra de pan?

5,63 € – 0,40 € = 5,23 €

$$5{,}23\ \cancel{€}\ \frac{1\,\text{kg}}{0{,}62\ \cancel{€}} = 8{,}43548...\ \text{kg}$$

Puede comprar 8,4 kg de patatas.

4 Eva gana 210 € a la semana por trabajar 7 h.

a. ¿Cuánto recibiría si trabajara 8 h?

210 € $\rightarrow$ 7 h

x € $\rightarrow$ 8 h

$$\frac{210\ €}{7\ \cancel{h}} \cdot 8\ \cancel{h} = 240\ €$$

Recibiría 240 €.

b. Si se coge la jornada reducida de 4 h, ¿a cuánto ascendería su sueldo?

210 € $\rightarrow$ 7 h

x € $\rightarrow$ 4 h

$$\frac{210\ €}{7\ \cancel{h}} \cdot 4\ \cancel{h} = 120\ €$$

Ascendería a 120 €.

5 Alicia y Juan ponen 12 € cada uno para comprar un regalo a su amiga Pilar. Cuando Elena y Raúl se enteran del cumpleaños, les piden participar en el regalo.

a. ¿Cuánto tendrá que poner ahora cada uno?

Proporcionalidad inversa:

2 personas $\rightarrow$ 4 personas
12 € $\rightarrow$ x €

$2 \cdot 12 = 4 \cdot x \Rightarrow x = \frac{2 \cdot 12}{4} = 6$

Cada uno pondría 6 €.

b. ¿Cuántos amigos tendrían que participar en la compra del regalo para que cada uno tuviera que poner 2,40 €?

2 personas $\rightarrow$ x personas
12 € $\rightarrow$ 2,4 €

$2 \cdot 12 = 2{,}4 \cdot x \Rightarrow x = \frac{2 \cdot 12}{2{,}4} = 10$

Se necesitan 10 amigos para que cada uno pague 2,4 €.

c. ¿Cuánto cuesta dicho regalo?

El regalo cuesta 24 €, que es la constante de proporcionalidad inversa.

6 Para vaciar una piscina, se utilizan dos bombas que realizan esta operación en 12 h. ¿Cuántas bombas serían necesarias si se quisiera vaciar en 6 h?

Proporcionalidad inversa:

Bombas	Horas
2	12
x	6

$\frac{2}{x} = \frac{6}{12} \Rightarrow x = 4$. Serían necesarias 4 bombas.

7 El engranaje de una máquina tiene dos ruedas. Una de ellas dispone de 18 dientes, y otra, de 24. Si la rueda menor da 5 vueltas, ¿cuántas dará la mayor?

Proporcionalidad inversa:

Dientes	Vueltas
18	5
24	x

$$\frac{5}{x} = \frac{24}{18} \Rightarrow x = 3{,}75$$

La mayor dará 3,75 vueltas.

8 Dos ciudades, A y B, están a 42 km. Si en un mapa están separadas 30 cm:

a. ¿Cuántos centímetros de separación habrá entre otras dos ciudades que en la realidad distan 56 km?

Proporcionalidad directa

Mapa (cm)	Realidad (km)
30	42
x	56

$$\frac{30}{x} = \frac{42}{56} \Rightarrow x = 40$$

Estarán separadas 40 cm.

b. ¿Cuántos kilómetros de distancia habrá entre dos poblaciones que en el mapa están a 12 cm?

Mapa (cm)	Realidad (km)
30	42
12	x

$$\frac{30}{12} = \frac{42}{x} \Rightarrow x = 16{,}8$$

Habrá 16,8 km de distancia.

c. ¿A qué escala está hecho el mapa de esta actividad? (La escala 1 : x quiere decir que 1 cm del mapa equivale a x cm de la realidad).

Mapa (cm)	Realidad (cm)
30	4 200 000
1	x

$$\frac{30}{1} = \frac{4\,200\,000}{x} \Rightarrow x = 140\,000$$

Está a escala 1:140 000

9 **En una carrera de fórmula 1, un piloto, A, ha llevado una velocidad media de 95 m/s, mientras que otro piloto, B, ha tenido una velocidad media de 55 hm/min.**

a. Expresa la velocidad de cada piloto en km/h.

$$\text{Piloto A: } 95\frac{\cancel{\text{m}}}{\cancel{\text{s}}}\cdot\frac{1\text{ km}}{1000\ \cancel{\text{m}}}\cdot\frac{3\,600\ \cancel{\text{s}}}{1\text{ h}} = 342\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$\text{Piloto B: } 55\frac{\cancel{\text{hm}}}{\cancel{\text{min}}}\cdot\frac{1\text{ km}}{10\ \cancel{\text{hm}}}\cdot\frac{60\ \cancel{\text{min}}}{1\text{ h}} = 330\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

b. ¿Cuánto tiempo ha tardado cada piloto en recorrer los 5,643 km del circuito?

$$\text{Piloto A: } 5{,}643\ \cancel{\text{km}}\cdot\frac{1\text{ h}}{342\ \cancel{\text{km}}} = 0{,}016\,5\text{ h} = 59{,}4\text{ s}$$

$$\text{Piloto B: } 5{,}643\ \cancel{\text{km}}\cdot\frac{1\text{ h}}{330\ \cancel{\text{km}}} = 0{,}017\,1\text{ h} = 61{,}56\text{ s}$$

El piloto A ha tardado 59,4 s, y el piloto B ha tardado 61,56 s.

c. Como la carrera consistía en 55 vueltas al circuito, ¿cuánto tiempo necesitó cada piloto para completarla sin contar las paradas en *boxes?*

$$\text{Piloto A: } 59{,}4\ \frac{\text{s}}{\cancel{\text{vuelta}}}\cdot 55\ \cancel{\text{vueltas}} = 3\,267\text{ s} = 54\text{ min }27\ s$$

$$\text{Piloto B: } 61{,}56\ \frac{\text{s}}{\cancel{\text{vuelta}}}\cdot 55\ \cancel{\text{vueltas}} = 3\,385{,}8\text{ s} = 56\text{ min }25{,}8\text{ s}$$

El piloto A en 54 min y 27 s, y el piloto B en 56 min y 25,8 s.

d. Comparando los resultados de los dos pilotos, ¿quién quedó en mejor posición en la competición?

El piloto A.

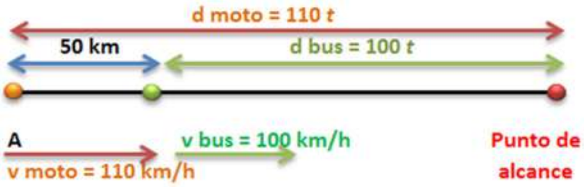
10 **Actividad resuelta**

SOLUCIONES PÁG. 99

11 **Actividad resuelta**

12 **Un autobús circula a 100 km/h, y una moto, a 110 km/h.**

a. Si la moto sigue al autobús a 50 km de distancia, ¿cuánto tardará en alcanzarlo? ¿A qué distancia lo alcanzará?



$110\,t = 50 + 100\,t \Rightarrow t = \dfrac{50}{110-100} = \dfrac{50}{10} = 5$

Con lo que la moto alcanzaría al autobús en 5 horas, encontrándose el punto de alcance a:

$110\,t = 110 \cdot 5 = 550$ km del punto A

Tarda 5 h en alcanzarlo, a una distancia de 550 km del punto en que se encuentra la moto.

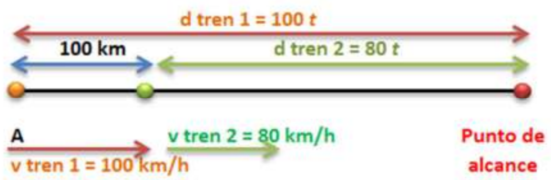
b. Si los dos vehículos se hallasen a 630 km y se dirigiesen el uno hacia el otro, ¿cuánto tardarían en encontrarse? ¿Qué distancia habría recorrido

$630 = 100t + 110t \Rightarrow t = \dfrac{630}{100+110} = \dfrac{630}{210} = 3$

Con lo que se encontrarían en 3 horas.

El autobús recorrería $100t = 100 \cdot 3 = 300$ km
La moto recorrería $110t = 110 \cdot 3 = 330$ km

13 Un tren que circula a una velocidad de 80 km/h lleva una ventaja de 100 km a otro que va a 100 km/h. ¿Cuánto tardará el segundo en alcanzar al primero? ¿Qué distancia habrá recorrido en ese momento?



$100\,t = 100 + 80\,t \Rightarrow t = \dfrac{100}{100-80} = \dfrac{100}{20} = 5$

Con lo que el tren 1 alcanzaría al tren 2 en 5 horas, encontrándose el punto de alcance a: $100\,t = 100 \cdot 5 = 500$ km del punto A.

14 Dos grifos vierten agua en un depósito de 450 L de capacidad. Si el caudal del primero es de 60 L/min, y el del segundo, de 40 L/min, ¿cuánto tardarán en llenar el depósito juntos?

Entre los dos grifos, vierten 60 + 40 = 100 L por minuto, con lo que:

$450\,\cancel{L}\,\dfrac{1\,\text{min}}{100\,\cancel{L}} = 4{,}5\,\text{min}$

Tardarán en llenar el depósito 4,5 min.

15 En una piscina que tiene 500 000 L de capacidad, se introducen 50 L/min con una manguera, mientras que el desagüe de la piscina la vacía a razón de 150 L/min. ¿Cuánto tiempo tardará en vaciarse la piscina?

En cada minuto entran 50 L en la piscina y salen 150 L, con lo que en total salen:
150 – 50 = 100 litros por minuto:

$$500\,000\,\cancel{L}\cdot\frac{1\text{ min}}{100\,\cancel{L}} = 5\,000\text{ min}$$

De modo que tardarán 3 días 11 horas y 20 minutos.

16 Un coche que circulaba a una velocidad de 110 km/h tardó 45 min en recorrer una cierta distancia. ¿Cuánto tiempo hubiera empleado en recorrer esa distancia a una velocidad de 120 km/h? ¿Y si hubiera ido a 100 km/h?

Velocidad (km/h)	Tiempo (min)
110	45
120	x

$$110\cdot 45 = 120\,x \Rightarrow x = \frac{110\cdot 45}{120} = 41{,}25$$

A una velocidad de 120 km/h habría tardado 41 min 15 s.

Velocidad (km/h)	Tiempo (min)
110	45
100	x

$$110\cdot 45 = 100\,x \Rightarrow x = \frac{110\cdot 45}{100} = 49{,}5$$

A una velocidad de 100 km/h habría tardado 49 min 30 s.

17 Actividad resuelta.

18 Ana mezcla 20 kg de té que tiene un coste de 15 €/kg con 30 kg de otra variedad de 25 €/kg. ¿Cuál será el precio de la mezcla?

	Masa	**Coste**	**Coste total**
Té 1	20 kg	15 €/kg	20 · 15 = 300 €
Té 2	30 kg	25 €/kg	30 · 25 = 750 €
Mezcla	50 kg	x	300 + 750 = 1 050 €

$$x = \frac{1050}{50} = 21$$

El precio de la mezcla es de 21 €/kg.

19 Un anillo que pesa 3,5 g contiene 85 % de oro, mientras que un colgante de 16,9 g contiene 75 % de oro. Si se funden ambas joyas, ¿qué porcentaje de oro tendrá la mezcla?

	Masa	**Porcentaje**	**Masa pura de oro**
Anillo	3,5 g	85%	$3{,}5 \cdot 0{,}85 = 2{,}975$ g
Colgante	16,9 g	75%	$16{,}9 \cdot 0{,}75 = 12{,}675$ g
Mezcla	20,4 g	x	15,65 g

$$x = \frac{15{,}65}{20{,}5} = 0{,}767$$

El porcentaje será de 76,7 %.

20 Una barrica contiene 300 L de vino que cuesta 8,9 €/L. Si el bodeguero lo mezcla con 200 L de vino de otra barrica cuyo precio es de 14,95 €/L, ¿cuál será el coste de la mezcla?

	Capacidad	**Coste**	**Coste total**
Vino 1	300 L	8,9 €/L	$300 \cdot 8{,}9 = 2\,670$ €
Vino 2	200 L	14,95 €/L	$200 \cdot 14{,}95 = 2\,990$ €
Mezcla	500 L	x	5 660 €

$$x = \frac{5\,660}{500} = 11{,}32$$

El coste de la mezcla será de 11,32 €/L.

21 Juli tiene tres tipos de café de distintas calidades: el primer tipo tiene un coste de 6 €/kg; el segundo tipo, de 9,50 €/kg, y el tercero, de 12,50 €/kg. Si mezcla las tres variedades a razón de 40 kg de la primera por 20 kg de la segunda y 10 kg de la tercera, ¿qué coste tendrá la mezcla?

	Masa	**Coste**	**Coste total**
Café 1	40 kg	6 €/kg	$40 \cdot 6 = 240$ €
Café 2	20 kg	9,5 €/kg	$20 \cdot 9{,}5 = 190$ €
Café 3	10 kg	12,5 €/kg	$10 \cdot 12{,}5 = 125$ €
Mezcla	70 kg	x	$240 + 190 + 125 = 555$ €

$$x = \frac{555}{70} = 7{,}93$$

La mezcla de café será de 7,93 €/kg.

PROPORCIONALIDAD COMPUESTA

22 Una empresa de paquetería cobra 30 € por enviar un paquete de 75 kg a una población que está a 350 km de distancia.

a. ¿Cuánto costará enviar 30 kg a 210 km?

Euros	kg	km
30	75	350
x	30	210

Tanto las magnitudes kilogramos y euros como las magnitudes euros y kilómetros son directamente proporcionales.

$$\frac{30}{x}=\frac{75}{30}\cdot\frac{350}{210}\Rightarrow\frac{30}{x}=\frac{25}{6}\Rightarrow x=\frac{30\cdot 6}{25}=7,2$$

Costará 7,2 €.

b. ¿Qué masa tiene un paquete si ha costado 68 € enviarlo a 160 km?

Euros	kg	km
30	75	350
68	x	160

Las magnitudes kilogramos y euros son directamente proporcionales, mientras que las magnitudes kilogramos y kilómetros son inversamente proporcionales.

$$\frac{75}{x}=\frac{30}{68}\cdot\frac{160}{350}\Rightarrow\frac{75}{x}=\frac{24}{119}\Rightarrow x=\frac{75\cdot 119}{24}=371,875$$

Tiene una masa de 371,875 kg.

c. ¿A cuántos kilómetros se ha enviado un paquete de 100 kg si ha costado 130 €?

Euros	kg	km
30	75	350
130	100	x

Las magnitudes kilómetros y euros son directamente proporcionales, mientras que las magnitudes kilogramos y kilómetros son inversamente proporcionales.

$$\frac{350}{x}=\frac{30}{130}\cdot\frac{100}{75}\Rightarrow\frac{350}{x}=\frac{4}{13}\Rightarrow x=\frac{350\cdot 13}{4}=1137,5$$

Se ha enviado a 1 137,5 km.

SOLUCIONES PÁG. 100

23 En una pastelería empaquetan 20 pasteles en cajas de 20 cm de ancho por 30 cm de largo. ¿Cuántos pasteles se podrán empaquetar en cajas de 30 cm de ancho por 45 cm de largo? ¿Y en cajas de 60 cm de ancho por 90 cm de largo?

Pasteles	Ancho (cm)	Largo (cm)
20	20	30
x	30	45

Tanto las magnitudes pasteles y centímetros de ancho como las magnitudes pasteles y centímetros de largo son directamente proporcionales.

$$\frac{20}{x}=\frac{20}{30}\cdot\frac{30}{45}\Rightarrow\frac{20}{x}=\frac{4}{9}\Rightarrow x=\frac{20\cdot 9}{4}=45$$

Pasteles	Ancho (cm)	Largo (cm)
20	20	30
x	60	90

$$\frac{20}{x}=\frac{20}{60}\cdot\frac{30}{90}\Rightarrow\frac{20}{x}=\frac{1}{9}\Rightarrow x=\frac{20\cdot 9}{1}=180$$

En el primer caso 45 pasteles. En el segundo caso 180 pasteles.

24 Con 300 kg de carne se alimentan 200 comensales en un mes.

a. ¿Para cuántos comensales habrá con 600 kg de carne durante 5 meses?

kg	Comensales	Meses
300	200	1
600	x	5

Las magnitudes kilogramos y comensales son directamente proporcionales, mientras que las magnitudes comensales y meses son inversamente proporcionales.

$$\frac{200}{x}=\frac{300}{600}\cdot\frac{5}{1}\Rightarrow\frac{200}{x}=\frac{5}{2}\Rightarrow x=\frac{200\cdot 2}{5}=80$$

Habrá 80 comensales.

b. ¿Cuántos kilos de carne serán necesarios para alimentar a 150 personas durante 2 meses?

kg	Comensales	Meses
300	200	1
x	150	2

Tanto las magnitudes kilogramos y comensales, como las magnitudes kilogramos y meses son directamente proporcionales.

$$\frac{300}{x}=\frac{200}{150}\cdot\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{300}{x}=\frac{2}{3}\Rightarrow x=\frac{300\cdot 3}{2}=450$$

Serán necesarios 450 kg.

c. ¿Para cuánto tiempo tendrán 75 personas con 900 kg de carne?

kg	Comensales	Meses
300	200	1
900	75	x

Las magnitudes kilogramos y meses son directamente proporcionales, mientras que las magnitudes comensales y meses son inversamente proporcionales.

$$\frac{1}{x}=\frac{300}{900}\cdot\frac{75}{200}\Rightarrow\frac{1}{x}=\frac{1}{8}\Rightarrow x=\frac{1\cdot 8}{1}=8$$

Tendrán para 8 meses.

25 Julia tiene 750 kg de arena para llenar 10 cubos de 0,5 m^3 de volumen.

a. ¿Cuántos kilos de arena se necesitan para llenar 15 cubos de 1 m^3 de volumen?

kg	Cubos	m^3
750	10	0,5
x	15	1

Tanto las magnitudes kilogramos y cubos, como las magnitudes kilogramos y m^3 son directamente proporcionales.

$$\frac{750}{x}=\frac{10}{15}\cdot\frac{0,5}{1}\Rightarrow\frac{750}{x}=\frac{1}{3}\Rightarrow x=\frac{750\cdot 3}{1}=2\,250$$

Se necesitan 2 250 kg.

b. ¿Cuántos cubos de 0,75 m^3 de volumen se podrían llenar con 1 800 kg de arena?

kg	Cubos	m^3
750	10	0,5
1 800	x	0,75

Las magnitudes kilogramos y cubos son directamente proporcionales, mientras que las magnitudes cubos y m^3 son inversamente proporcionales.

$$\frac{10}{x}=\frac{750}{1800}\cdot\frac{0,75}{0,5}\Rightarrow\frac{10}{x}=\frac{5}{8}\Rightarrow x=\frac{10\cdot 8}{5}=16$$

Se pueden llenar 16 cubos.

c. ¿Qué volumen han de tener 20 cubos para rellenarlos con 500 kg de arena?

kg	Cubos	m^3
750	10	0,5
500	20	x

Las magnitudes kilogramos y m^3 son directamente proporcionales, mientras que las magnitudes cubos y m^3 son inversamente proporcionales.

$$\frac{0,5}{x}=\frac{750}{510}\cdot\frac{20}{10}\Rightarrow\frac{10}{x}=\frac{50}{17}\Rightarrow x=\frac{10\cdot 17}{50}=3,4$$

Han de tener 3,4 m^3.

26 Félix, Lupe e Iván pagan 200 € cada uno por un mes de alquiler.

a. Si se une a ellos Laura, ¿cuánto deberá pagar cada uno por 6 meses?

Personas	€/persona	Meses
3	200	1
4	x	6

Las magnitudes euros por persona y meses son directamente proporcionales, mientras que las magnitudes personas y euros por persona son inversamente proporcionales.

$$\frac{200}{x}=\frac{4}{3}\cdot\frac{1}{6}\Rightarrow\frac{200}{x}=\frac{2}{9}\Rightarrow x=\frac{200\cdot 9}{2}=900$$

Deberá pagar cada uno 900 € por los 6 meses.

b. Durante julio y agosto, solo viven Félix y Lupe en el piso, por lo que son ellos los que corren con los gastos; ¿a cuánto les saldrá el alquiler?

Personas	€/persona	Meses
3	200	1
2	x	2

Las magnitudes euros por persona y meses son directamente proporcionales, mientras que las magnitudes personas y euros por persona son inversamente proporcionales.

$$\frac{200}{x} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{200}{x} = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{200 \cdot 3}{1} = 600$$

Deberá pagar cada uno 600 € por los 2 meses.

c. ¿Cuántos inquilinos deberán alojarse en el piso para que cada uno pague 600 € por 5 meses de alquiler?

Personas	€/persona	Meses
3	200	1
x	600	5

Las magnitudes personas y meses son directamente proporcionales, mientras que las magnitudes personas y euros por persona son inversamente proporcionales.

$$\frac{3}{x} = \frac{600}{200} \cdot \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{3}{x} = \frac{3}{5} \Rightarrow x = \frac{3 \cdot 5}{3} = 5$$

Deberán alojarse 5 personas.

27 Andrea hace un trayecto de 360 km a 120 km/h en 3 h.

a. ¿Cuántas horas tardará si recorre 220 km yendo a 110 km/h?

Distancia (km)	Tiempo (h)	Velocidad (km/h)
360	3	120
220	x	110

Las magnitudes distancia y tiempo son directamente proporcionales, mientras que las magnitudes distancia y velocidad son inversamente proporcionales.

$$\frac{3}{x} = \frac{360}{220} \cdot \frac{110}{120} \Rightarrow \frac{3}{x} = \frac{3}{2} \Rightarrow x = \frac{3 \cdot 2}{3} = 2$$

b. ¿A qué velocidad iría si recorre 450 km en 5 h?

Distancia (km)	Tiempo (h)	Velocidad (km/h)
360	3	120
450	5	x

Las magnitudes distancia y velocidad son directamente proporcionales, mientras que las magnitudes distancia y velocidad son inversamente proporcionales.

$$\frac{120}{x} = \frac{360}{450} \cdot \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{120}{x} = \frac{4}{3} \Rightarrow x = \frac{3 \cdot 120}{4} = 90$$

c. ¿Cuántos kilómetros recorrerá en 2 h y 27 min si circula a 100 km/h?

2 horas 27 minutos es igual a 2,45 horas, ya que $\frac{27}{60} = 0,45$.

Distancia (km)	Tiempo (h)	Velocidad (km/h)
360	3	120
x	2,45	100

Tanto las magnitudes distancia y velocidad como las magnitudes distancia y tiempo, son directamente proporcionales.

$$\frac{360}{x} = \frac{3}{2,45} \cdot \frac{120}{100} \Rightarrow \frac{360}{x} = \frac{72}{49} \Rightarrow x = \frac{360 \cdot 49}{72} = 245$$

Recorrerá 245 km.

PORCENTAJES. AUMENTOS Y DISMINUCIONES PORCENTUALES: ÍNDICE DE VARIACIÓN

28 Calcula mentalmente los siguientes porcentajes:

a. El 25 % de 600 = 150

b. El 20 % de 2 800 = 560

c. El 75 % de 10 000 = 7 500

d. El 30 % de 6 300 = 1 890

29 Utiliza la calculadora para calcular los siguientes porcentajes:

a. El 45 % de 846 = 380,7

b. El 19 % de 274 = 52,06

c. El 89 % de 4 456 = 3 965,84

d. El 77 % de 92 274 = 71 050,98

30 Indica:

a. El 67 % de 183

183 · 0,67 = 122,61

b. El total del que 207 es el 45 %

$207 \cdot \frac{100}{45} = 460$

c. El porcentaje que representa 16 con respecto a 128

$$\frac{16}{128}\cdot 100 = 12,5\%$$

31 Realiza las siguientes cuestiones con la calculadora:

a. Si un producto costaba 538 € y tiene un 62 % de descuento, ¿cuál es su precio actual?

538 · 0,38 = 204,44

El precio actual es de 204,44 €.

b. Si se le añade el 21 % de IVA a un móvil de 235 €, ¿cuál es su precio final?

235 · 1,21 = 284,35

El precio final será de 284,35 €.

c. ¿Qué porcentaje se le aplica a un producto si pasa de 80 € a 120 €? ¿Y si pasara de 364 € a 273 €? Indica en cada caso si es un aumento o una disminución.

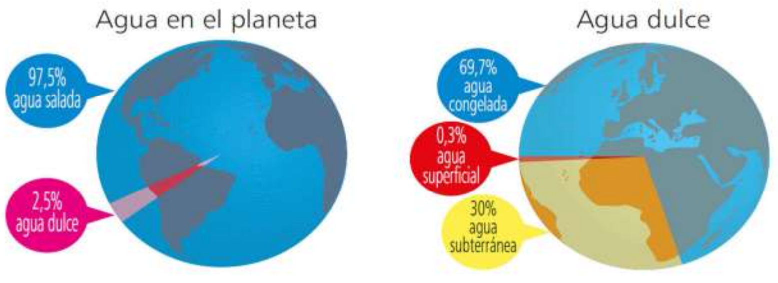
80 · x = 120 ⇒ x = 1,5 ⇒ 50 %

Se le aplica un aumento, 50 %.

364 · x = 273 ⇒ x = 0,75 ⇒ 25 %

Una disminución, 25 %.

32 Aproximadamente el 97,5 % del agua total de la Tierra es salada. El resto, que es el 2,5 %, es agua dulce. De esta agua dulce, el 69,7 % es hielo, el 30 % es agua subterránea, y el 0,3 % fluye por la superficie. ¿Qué porcentaje representa el agua helada frente a la totalidad del agua terrestre? ¿Y las aguas superficiales? ¿Y las subterráneas?



69,7% de 2,5% = 0,697 · 0,025 = 0,017 425 = 1,742 5% del agua total es agua helada.

0,3% de 2,5% = 0,003 · 0,025 = 0,000 075 = 0,007 5% del agua total es agua superficial.

30% de 2,5% = 0,3 · 0,025 = 0,007 5 = 0,75% del agua total es agua subterránea.

33 Una bicicleta de unos grandes almacenes ha experimentado diversas variaciones de precio. En septiembre costaba 236 €. Durante la campaña de Navidad, se incrementó en un 45 %, pero tras las rebajas de enero se redujo un 30 %. Indica el precio de la bicicleta en los meses de diciembre y febrero.

Diciembre: 236 · 1,45 = 342,20 €
Febrero: 342,20 · 0,7 = 239,54 €
En diciembre el precio era de 342,20 € y en febrero de 239,54 €.

34 En los últimos cinco años, la población de una ciudad se ha incrementado un 20 %. Actualmente cuenta con 245 826 habitantes.

a. ¿Cuál era la población de la ciudad hace 5 años?

245 826 : 1,2 = 204 855 personas hace cinco años. Hace 5 años la población era de 204 855 habitantes.

b. ¿Qué población tendrá al cabo de 5 años si aumenta un 50 %?

245 826 · 1,5 = 368 739

Dentro de 5 años será de 368 739 habitantes.

SOLUCIONES PÁG. 101

35 Una lavadora cuesta 356 € tras aplicarle un 30 % de descuento y añadirle el 21 % de IVA. ¿Cuánto costaba antes del descuento y de que se le aplicase el IVA?

356 : (0,7 · 1,21) = 420,31
Costaba 420,31 €.

36 El padre de Alicia cobra 2 060 € al mes. De dicho sueldo, el 17 % se destina a pagar impuestos y el 2 % se emplea para el pago del seguro médico.

a. ¿Cuánto paga de impuestos?

17% de 2 060 = 350,20
Paga 350,20 € de impuestos.

b. ¿A cuánto asciende el seguro médico?

2% de 2 060 = 41,20

El seguro médico asciende a 41,20 €.

c. ¿Qué dinero cobra realmente?

2 060 € – 350,20 – 41,20 = 1 668,60

Realmente cobra 1 668,60 €.

d. Si en el siguiente mes destina un 4,5 % al pago de un crédito, ¿cuánto le quedará?

4,5% de 2 060 = 92,70 € de crédito, por lo que cobra 1 668,60 – 92,70 = 1 575,9 €.

Le quedará 1 575,90 €.

37 Expresa si el resultado final de la aplicación de los siguientes porcentajes corresponde a un aumento o a una disminución e indica el porcentaje final:

a. Un aumento del 15 % y una disminución del 20 %.

iv = (1 + 0,15) · (1 – 0,20) = 0,92; 1 – 0,92 = 0,08 = 8 %

Una disminución del 8 %

b. Una disminución del 35 %, un aumento del 60 % y otra disminución del 15 %.

iv = (1 – 0,35) · (1 + 0,60) · (1 – 0,15) = 0,884; 1 – 0,884 = 0,116 = 11,6 %

Una disminución del 11,6 %

c. Dos aumentos, uno del 70 % y otro del 12 %.

iv = (1 + 0,70) · (1 + 0,12) = 1,904; 1,904 – 1 = 0,904 = 90,4 %

Un aumento del 90,4 %

REPARTOS PROPORCIONALES

38 Ángel, Lara y Emilio se asocian para formar una empresa.

Con este propósito, cada uno de ellos entrega una cantidad de dinero. Ángel invierte 3 000 €, Lara, 2 100 €, y Emilio, 3 600 €. Si la empresa consigue en un año unos beneficios de 2 001 000 €, ¿qué parte le corresponderá a cada socio?

Es un reparto directamente proporcional.

$$\frac{a}{3000}=\frac{b}{2100}=\frac{c}{3600}=\frac{a+b+c}{3000+2100+3600}=\frac{2\,001\,000}{8\,700}=230$$

$$\left.\begin{array}{l}230\cdot 3\,000=690\,000\\ 230\cdot 2\,100=483\,000\\ 230\cdot 3\,600=828\,000\end{array}\right\}690\,000+483\,000+828\,000=2\,001\,000$$

A Ángel le corresponderá 690 000 €, a Lara 483 000 € y a Emilio 828 000 €.

39 Raquel ha comprado 900 cromos para repartir entre sus hijos de forma inversamente proporcional a sus edades. Si Patricia tiene 4 años, Álex, 6, Daniel, 10, y Cintia, 12, ¿cuántos cromos le corresponden a cada uno?

$$\frac{a}{\frac{1}{4}}=\frac{b}{\frac{1}{6}}=\frac{c}{\frac{1}{10}}=\frac{d}{\frac{1}{12}}=\frac{a+b+c+d}{\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{10}+\frac{1}{12}}=\frac{900}{\frac{30}{120}+\frac{20}{120}+\frac{12}{120}+\frac{10}{120}}=\frac{900}{\frac{72}{120}}=1500$$

$$\left.\begin{array}{l} \frac{1}{4}\cdot 1500 = 375 \\ \frac{1}{6}\cdot 1500 = 250 \\ \frac{1}{10}\cdot 1500 = 150 \\ \frac{1}{12}\cdot 1500 = 125 \end{array}\right\} 375 + 250 + 150 + 125 = 900$$

A Patricia le corresponden 375 cromos, a Álex 250, a Daniel 150 y a Cintia 125 cromos.

40 En una tienda, para incentivar las ventas, reparten 600 € al mes entre los empleados, de forma directamente proporcional al dinero recaudado por cada uno de ellos. Si Elena ha recaudado 900 €, Pedro, 1 050 €, Eva, 1 700 €, y Enrique, 1 350 €, ¿qué parte del incentivo le corresponde a cada uno de ellos?

$$\frac{a}{900} = \frac{b}{1050} = \frac{c}{1700} = \frac{d}{1350} = \frac{a+b+c+d}{900+1050+1700+1350} = \frac{600}{5\,000} = 0{,}12$$

$$\left.\begin{array}{l} 0{,}12\cdot 900 = 108 \text{ € para Elena} \\ 0{,}12\cdot 1050 = 126 \text{ € para Pedro} \\ 0{,}12\cdot 1700 = 204 \text{ € para Eva} \\ 0{,}12\cdot 1350 = 162 \text{ € para Enrique} \end{array}\right\} 108 + 126 + 204 + 162 = 600$$

A Elena le corresponde 108 €, a Pedro 126 €, a Eva 204 € y a Enrique 162 €.

41 Tres empleados de una empresa tienen que pagar 3 100 € de impuestos entre todos de forma inversamente proporcional a su sueldo mensual. Si Javier cobra 1 500 €, Antonio, 2 000 €, y Elvira, 1 800 €, ¿cuánto tiene que pagar cada uno?

$$\frac{a}{\frac{1}{1500}} = \frac{b}{\frac{1}{2000}} = \frac{c}{\frac{1}{1800}} = \frac{a+b+c}{\frac{1}{1500}+\frac{1}{2000}+\frac{1}{1800}} = \frac{3\,100}{\frac{120}{180\,000}+\frac{90}{180\,000}+\frac{100}{180\,000}} =$$

$$= \frac{3\,100}{\frac{310}{180\,000}} = 1\,800\,000$$

$$\left.\begin{array}{l} \frac{1}{1500}\cdot 1\,800\,000 = 1\,200 \text{ €} \\ \frac{1}{2\,000}\cdot 1\,800\,000 = 900 \\ \frac{1}{1800}\cdot 1\,800\,000 = 1000 \end{array}\right\} 1\,200 + 900 + 1\,000 = 3\,100$$

Javier pagará 1 200 €, Antonio 900 € y Elvira 1 000 €.

EVALUACIÓN

1 Rebeca compra pienso para alimentar a sus dos perros durante 15 días. ¿Para cuántos días tendría pienso si adopta 3 perros más?

a. 37,5 b. 6 **c. 3,5** **d. 5**

Perros		Días
2	$\rightarrow$	15
5	$\rightarrow$	x

Proporcionalidad inversa: $\frac{15}{x} = \frac{5}{2} \Rightarrow x = 6$

2 Carlos quiere comprar peces disco para su pecera. Sabe que en un acuario de 200 L puede mantener a 5 ejemplares. Si su pecera es de 250 L, ¿cuántos peces disco puede tener como máximo?

a. 6,25 **b. 7** c. 6 **d. 5**

$250\ \cancel{L} \cdot \frac{5\ \text{discos}}{200\ \cancel{L}} = 6{,}25$

Con lo que podría tener 6 discos.

3 Ocho pintores han trabajado durante 10 días para pintar dos casas. ¿Cuántos días tardarán en terminar cuatro casas cinco pintores?

a. 8 **b. 3,125** **c. 12,5** d. 32

Pintores	Días	Casas
8	10	2
5	x	4

Las magnitudes día y casas son directamente proporcionales, mientras que las magnitudes pintores y días son inversamente proporcionales.

$\frac{10}{x} = \frac{5}{8} \cdot \frac{2}{4} \Rightarrow \frac{10}{x} = \frac{5}{16} \Rightarrow x = \frac{10 \cdot 16}{5} = 32 \rightarrow$ Tardan 32 días.

4 Un producto sufre, primero, un incremento del precio del 35 %; posteriormente experimenta otra subida, esta vez del 15 %, seguida de un descuento del 20 % y, finalmente, de otra reducción del 30 %. ¿Cuál es el porcentaje final aplicado?

a. No ha habido variación.

b. Se ha producido una disminución del 9,28 %.

c. Se ha producido un aumento del 55,25 %.

d. Se ha producido una disminución del 13,06 %.

$1{,}35 \cdot 1{,}15 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}7 = 0{,}869\,4 \Rightarrow 1 - 0{,}869\,4 = 0{,}130\,6 \Rightarrow 13{,}06\ \%$

5 Si se reparten 1 274 € de forma directamente proporcional a los números 12, 15, 25, a la cantidad 25 le corresponden…

a. 1,02 € **b. 50,96 €** c. 612,5 € **d. 24,5 €**

$$\frac{a}{12} = \frac{b}{15} = \frac{c}{25} = \frac{a+b+c}{12+15+25} = \frac{1274}{52} = 24{,}5 \Rightarrow 24{,}5 \cdot 25 = 612{,}5$$

6 Si se reparten 9 630 unidades de forma inversamente proporcional a 3, 9, 18, a la cantidad 9 le corresponden…

a. 2 889 uds. b. 2 140 uds. **c. 1 070 uds.** **d. 3 456 uds.**

$$\frac{a}{\frac{1}{3}} = \frac{b}{\frac{1}{9}} = \frac{c}{\frac{1}{18}} = \frac{a+b+c}{\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\frac{1}{18}} = \frac{9\,630}{\frac{6}{18}+\frac{2}{18}+\frac{1}{18}} = \frac{9\,630}{\frac{9}{18}} = 19\,260 \Rightarrow \frac{1}{9} \cdot 19\,260 = 2\,140$$

7 Luis recibe de su empresa 850 € por proyecto realizado. Si el número de proyectos se ha incrementado en un 20 % a lo largo de los últimos 5 años y este año ha cobrado 25 500 €, ¿cuántos proyectos realizó hace 5 años?

a. 36 b. 25 **c. 150** **d. 30**

$\frac{25\,500}{850} = 30 \Rightarrow$ Este año ha realizado 30 proyectos.

Como en los últimos años ha aumentado un 20 %, se calcula los proyectos iniciales:

30 : 1,2 = 25 proyectos había hace cinco años.