

MATEMÁTICAS
2.º ESO

somoslink

SOLUCIONES AL LIBRO DEL ALUMNO

Unidad 3. Números fraccionarios

Unidad 3. Números fraccionarios

SOLUCIONES PÁG. 53

1 Indica si los siguientes pares de fracciones son equivalentes:

a. $\frac{1}{3}$ y $\frac{2}{5}$ No, ya que $1 \cdot 5 \neq 3 \cdot 2$

b. $\frac{4}{5}$ y $\frac{12}{15}$ Sí, ya que $4 \cdot 15 = 12 \cdot 5$

c. $\frac{3}{7}$ y $\frac{9}{21}$ Sí, ya que $3 \cdot 21 = 7 \cdot 9$

d. $\frac{11}{132}$ y $\frac{12}{144}$ Sí, ya que $11 \cdot 144 = 132 \cdot 12$

e. $\frac{6}{9}$ y $\frac{3}{2}$ No, ya que $6 \cdot 2 \neq 9 \cdot 3$

f. $\frac{6}{13}$ y $\frac{2}{4}$ No, ya que $6 \cdot 4 \neq 13 \cdot 2$

2 Averigua el valor de R para que las siguientes fracciones sean equivalentes:

a. $\frac{3}{6} = \frac{R}{8}$ $R = \frac{3 \cdot 8}{6} = 4$

b. $\frac{42}{28} = \frac{18}{R}$ $R = \frac{18 \cdot 28}{42} = 12$

c. $\frac{R}{16} = \frac{7}{4}$ $R = \frac{16 \cdot 7}{4} = 28$

d. $\frac{120}{R} = \frac{72}{60}$ $R = \frac{120 \cdot 60}{72} = 100$

e. $\frac{3}{13} = \frac{R}{26}$ $R = \frac{3 \cdot 26}{13} = 6$

f. $\frac{19}{21} = \frac{76}{R}$ $R = \frac{21 \cdot 76}{19} = 84$

3 Copia en tu cuaderno y completa con números estas fracciones para que sean equivalentes:

a. $\frac{12}{8} = \frac{A}{18} = \frac{9}{B} = \frac{C}{2} = \frac{15}{D} = \frac{E}{16} = \frac{F}{108}$

$$\frac{12}{8} = \frac{A}{18} \Rightarrow A = \frac{12 \cdot 18}{8} = 27$$

$$\frac{12}{8} = \frac{9}{B} \Rightarrow B = \frac{8 \cdot 9}{12} = 6$$

$$\frac{12}{8} = \frac{C}{2} \Rightarrow C = \frac{12 \cdot 2}{8} = 3$$

$$\frac{12}{8} = \frac{15}{D} \Rightarrow D = \frac{8 \cdot 15}{12} = 10$$

$$\frac{12}{8} = \frac{E}{16} \Rightarrow E = \frac{12 \cdot 16}{8} = 24$$

$$\frac{12}{8} = \frac{F}{108} \Rightarrow F = \frac{12 \cdot 108}{8} = 162$$

$$A = 27; B = 6; C = 3; D = 10; E = 24; F = 162$$

b. $\frac{A}{9} = \frac{B}{2} = \frac{85}{17} = \frac{15}{C} = \frac{225}{D} = \frac{E}{12} = \frac{40}{F}$

$$\frac{A}{9} = \frac{85}{17} \Rightarrow A = \frac{9 \cdot 85}{17} = 45$$

$$\frac{B}{2} = \frac{85}{17} \Rightarrow B = \frac{2 \cdot 85}{17} = 10$$

$$\frac{85}{17} = \frac{15}{C} \Rightarrow C = \frac{17 \cdot 15}{85} = 3$$

$$\frac{85}{17} = \frac{225}{D} \Rightarrow D = \frac{225 \cdot 17}{85} = 45$$

$$\frac{85}{17} = \frac{E}{12} \Rightarrow E = \frac{85 \cdot 12}{17} = 60$$

$$\frac{85}{17} = \frac{40}{F} \Rightarrow F = \frac{17 \cdot 40}{85} = 8$$

$$A = 45; B = 10; C = 3; D = 45; E = 60; F = 8$$

c. $\frac{A}{4} = \frac{B}{6} = \frac{77}{C} = \frac{D}{50} = \frac{35}{E} = \frac{21}{6} = \frac{F}{2}$

$$\frac{A}{4} = \frac{21}{6} \Rightarrow A = \frac{4 \cdot 21}{6} = 14$$

$$\frac{B}{6} = \frac{21}{6} \Rightarrow B = \frac{21 \cdot 6}{6} = 21$$

$$\frac{77}{C} = \frac{21}{6} \Rightarrow C = \frac{77 \cdot 6}{21} = 22$$

$$\frac{D}{50} = \frac{21}{6} \Rightarrow D = \frac{50 \cdot 21}{6} = 175$$

$$\frac{35}{E} = \frac{21}{6} \Rightarrow E = \frac{35 \cdot 6}{21} = 10$$

$$\frac{21}{6} = \frac{F}{2} \Rightarrow F = \frac{21 \cdot 2}{6} = 7$$

$$A = 14; B = 21; C = 22; D = 175; E = 10; F = 7$$

4 Escribe dos fracciones ampliadas de las siguientes fracciones: $\frac{1}{4}$, $\frac{9}{5}$ y $\frac{7}{10}$.

Respuesta abierta. Por ejemplo, multiplicando por 2, 3 y 4 al numerador y al denominador:

$$\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12} = \frac{4}{16}$$

$$\frac{9}{5} = \frac{18}{10} = \frac{27}{15} = \frac{36}{20}$$

$$\frac{7}{10} = \frac{14}{20} = \frac{21}{30} = \frac{28}{40}$$

5 Actividad resuelta.

6 Simplifica las siguientes fracciones hasta llegar a la fracción irreducible:

a. $\frac{125}{350} \Rightarrow \frac{125 : 5}{350 : 5} = \frac{25 : 5}{70 : 5} = \frac{5}{14}$

b. $\frac{728}{1092} \Rightarrow \frac{728 : 2}{1092 : 2} = \frac{364 : 2}{546 : 2} = \frac{182 : 7}{273 : 7} = \frac{26 : 13}{39 : 13} = \frac{2}{3}$

c. $\frac{744}{1128} \Rightarrow \frac{744 : 2}{1128 : 2} = \frac{372 : 2}{564 : 2} = \frac{186 : 2}{282 : 2} = \frac{93 : 3}{141 : 3} = \frac{31}{47}$

d. $\frac{130}{600} \Rightarrow \frac{130 : 2}{600 : 2} = \frac{65 : 5}{300 : 5} = \frac{13}{60}$

e. $\frac{645}{810} \Rightarrow \frac{645 : 5}{810 : 5} = \frac{129 : 3}{162 : 3} = \frac{43}{54}$

$$\begin{aligned} \text{f. } \frac{121}{242} &\Rightarrow \frac{121 : 11}{242 : 11} = \frac{11 : 11}{22 : 11} = \frac{1}{2} \\ \text{g. } \frac{1980}{9504} &\Rightarrow \frac{1980 : 2}{9504 : 2} = \frac{990 : 2}{4752 : 2} = \frac{495 : 3}{2376 : 3} = \frac{165 : 3}{792 : 3} = \frac{55 : 11}{264 : 11} = \frac{5}{24} \\ \text{h. } \frac{520}{3900} &\Rightarrow \frac{520 : 2}{3900 : 2} = \frac{260 : 5}{1950 : 5} = \frac{52 : 2}{390 : 2} = \frac{26 : 13}{195 : 13} = \frac{2}{15} \\ \text{i. } \frac{1728}{6912} &\Rightarrow \frac{1728 : 2}{6912 : 2} = \frac{864 : 2}{3456 : 2} = \frac{432 : 2}{1728 : 2} = \frac{216 : 3}{864 : 3} = \frac{72 : 3}{288 : 3} = \frac{24 : 3}{96 : 3} = \frac{8 : 2}{32 : 2} = \\ &= \frac{4 : 2}{16 : 2} = \frac{2 : 2}{8 : 2} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

7 Halla directamente la fracción irreducible de estas fracciones:

$$\begin{aligned} \text{a. } \frac{850}{833} & \quad \text{m.c.d. } (850, 833) = 17 \Rightarrow \frac{850 : 17}{833 : 17} = \frac{50}{49} \\ \text{b. } \frac{900}{675} & \quad \text{m.c.d. } (900, 675) = 225 \Rightarrow \frac{900 : 225}{675 : 225} = \frac{4}{3} \\ \text{c. } \frac{561}{594} & \quad \text{m.c.d. } (561, 594) = 33 \Rightarrow \frac{561 : 33}{594 : 33} = \frac{17}{18} \\ \text{d. } \frac{240}{300} & \quad \text{m.c.d. } (240, 300) = 60 \Rightarrow \frac{240 : 60}{300 : 60} = \frac{4}{5} \\ \text{e. } \frac{378}{567} & \quad \text{m.c.d. } (378, 567) = 189 \Rightarrow \frac{378 : 189}{567 : 189} = \frac{2}{3} \\ \text{f. } \frac{490}{588} & \quad \text{m.c.d. } (490, 588) = 98 \Rightarrow \frac{490 : 98}{588 : 98} = \frac{5}{6} \\ \text{g. } \frac{5040}{4375} & \quad \text{m.c.d. } (5040, 4375) = 35 \Rightarrow \frac{5040 : 35}{4375 : 35} = \frac{144}{125} \\ \text{h. } \frac{1800}{2925} & \quad \text{m.c.d. } (1800, 2925) = 225 \Rightarrow \frac{1800 : 225}{2925 : 225} = \frac{8}{13} \\ \text{i. } \frac{1716}{1320} & \quad \text{m.c.d. } (1716, 1320) = 132 \Rightarrow \frac{1716 : 132}{1320 : 132} = \frac{13}{10} \end{aligned}$$

8 Julián tiene que realizar diferentes pruebas tipo test con distinto número de preguntas. En Matemáticas respondió de forma correcta a 4 preguntas de 10 y en Lengua acertó 6 de 15.

a. ¿Ha tenido el mismo porcentaje de aciertos en ambas asignaturas? ¿Por qué? Utiliza fracciones para explicarlo.

$$\frac{4}{10} = \frac{6}{15} \Rightarrow 4 \cdot 15 = 10 \cdot 6. \text{ Sí, ha tenido el mismo porcentaje de aciertos en}$$

ambas asignaturas, ya que equivalen a la misma fracción.

b. Si en el examen de Sociales ha tenido el mismo porcentaje de aciertos y la prueba constaba de 35 preguntas, ¿a cuántas de ellas ha contestado de forma correcta?

$$\frac{4}{10} = \frac{x}{35} \Rightarrow 4 \cdot 35 = 10 \cdot x \Rightarrow x = 14. \text{ Contestó bien a 14 preguntas.}$$

c. ¿Cuántas preguntas tenía el test que hizo a continuación para Inglés si contestó bien a 12 preguntas y tuvo el mismo porcentaje de error que en los exámenes anteriores?

$$\frac{4}{10} = \frac{12}{x} \Rightarrow 4 \cdot x = 10 \cdot 12 \Rightarrow x = 30. \text{ El test de Inglés tenía 30 preguntas.}$$

9 Las fracciones también eran conocidas antes como quebrados. Busca en Internet el origen de las fracciones y, en concreto, el origen de las palabras fracción y quebrado. Expón tus conclusiones en clase.

Respuesta abierta.

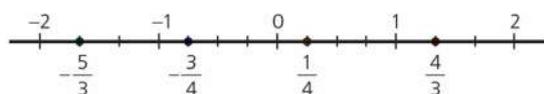
10 ¿Una botella medio llena es igual que una botella medio vacía? Explícalo mediante números fraccionarios.

Para indicar que una botella está medio llena utilizamos la fracción, que equivale también a que esté medio vacía.

SOLUCIONES PÁG. 55

11 Representa las siguientes fracciones en la misma recta numérica. Escríbelas posteriormente de mayor a menor.

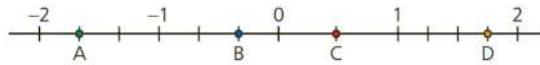
a. $\frac{4}{3}$ b. $-\frac{3}{4}$ c. $-\frac{5}{3}$ d. $\frac{1}{4}$



$$\frac{4}{3} > \frac{1}{4} > -\frac{3}{4} > -\frac{5}{3}$$

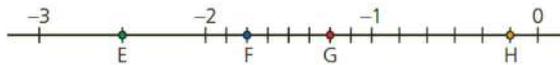
12 Identifica los números fraccionarios que están representados en las siguientes rectas numéricas:

a.



$$A = -\frac{5}{3}; B = -\frac{1}{3}; C = \frac{1}{2}; D = \frac{7}{4}$$

b.



$$E = -\frac{5}{2}; F = -\frac{14}{8}; G = -\frac{10}{8}; H = -\frac{1}{6}$$

13 Copia y sustituye en tu cuaderno la letra R por los signos < o >, según corresponda.

a. $-\frac{3}{7}$ R $-\frac{2}{3}$

Se reducen a común denominador y se comparan:

$$-\frac{3}{7}, -\frac{2}{3} \Rightarrow -\frac{9}{21}, -\frac{14}{21} \Rightarrow -\frac{9}{21} > -\frac{14}{21} \Rightarrow -\frac{3}{7} > -\frac{2}{3}$$

b. $\frac{8}{15}$ R $\frac{33}{45}$

Se reducen a común denominador y se comparan:

$$\frac{8}{15}, \frac{33}{45} \Rightarrow \frac{24}{45}, \frac{33}{45} \Rightarrow \frac{24}{45} < \frac{33}{45} \Rightarrow \frac{8}{15} < \frac{33}{45}$$

c. $\frac{6}{18}$ R $\frac{9}{20}$

Se reducen a común denominador: y se comparan:

$$\frac{6}{18}, \frac{9}{20} \Rightarrow \frac{60}{180}, \frac{81}{180} \Rightarrow \frac{60}{180} < \frac{81}{180} \Rightarrow \frac{6}{18} < \frac{9}{20}$$

14 Ordena las siguientes fracciones de mayor a menor:

a. $-\frac{2}{3}, -\frac{14}{9}, -\frac{8}{15}, -\frac{7}{5}$

$$-\frac{2}{3}, -\frac{14}{9}, -\frac{8}{15}, -\frac{7}{5} \Rightarrow -\frac{30}{45}, -\frac{70}{45}, -\frac{24}{45}, -\frac{63}{45} \Rightarrow -\frac{24}{45} > -\frac{30}{45} > -\frac{63}{45} > -\frac{70}{45} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\frac{8}{15} > -\frac{2}{3} > -\frac{7}{5} > -\frac{14}{9}$$

b. $-\frac{11}{10}, -\frac{3}{5}, -\frac{13}{25}, -\frac{9}{5}$

$$-\frac{11}{10}, -\frac{3}{5}, -\frac{13}{25}, -\frac{9}{5} \Rightarrow -\frac{55}{50}, -\frac{30}{50}, -\frac{26}{50}, -\frac{90}{50} \Rightarrow -\frac{26}{50} > -\frac{30}{50} > -\frac{55}{50} > -\frac{90}{50} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\frac{13}{25} > -\frac{3}{5} > -\frac{11}{10} > -\frac{9}{5}$$

c. $\frac{27}{18}, \frac{31}{36}, \frac{5}{3}, \frac{13}{9}$

$$\frac{27}{18}, \frac{31}{36}, \frac{5}{3}, \frac{13}{9} \Rightarrow \frac{54}{36}, \frac{31}{36}, \frac{60}{36}, \frac{52}{36} \Rightarrow \frac{60}{36} > \frac{54}{36} > \frac{52}{36} > \frac{31}{36} \Rightarrow \frac{5}{3} > \frac{27}{18} > \frac{13}{9} > \frac{31}{36}$$

d. $\frac{6}{11}, \frac{2}{5}, \frac{3}{2}, \frac{8}{15}$

$$\frac{6}{11}, \frac{2}{5}, \frac{3}{2}, \frac{8}{15} \Rightarrow \frac{180}{330}, \frac{132}{330}, \frac{495}{330}, \frac{176}{330} \Rightarrow \frac{495}{330} > \frac{180}{330} > \frac{176}{330} > \frac{132}{330} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2} > \frac{6}{11} > \frac{8}{15} > \frac{2}{5}$$

15 Juli ha repartido parte de sus ahorros entre sus cuatro nietos. A Patricia le han correspondido $\frac{1}{18}$; a Daniel, $\frac{1}{5}$; a Cintia, $\frac{4}{11}$, y Álex se ha quedado con $\frac{3}{25}$.

a. Ordena las fracciones de mayor a menor.

$$\text{m.c.d. } (18, 5, 11, 25) = 4950$$

$$\frac{1}{18}, \frac{1}{5}, \frac{4}{11}, \frac{3}{25} \Rightarrow \frac{275}{4950}, \frac{990}{4950}, \frac{1800}{4950}, \frac{594}{4950} \Rightarrow \frac{4}{11} > \frac{1}{5} > \frac{3}{25} > \frac{1}{18}$$

b. ¿Quién es el que ha recibido más dinero? ¿Y el que menos?

Cintia es la que ha recibido más dinero y Patricia la que menos.

- 16 Ana quiere ir de su casa al cine. Para ello, solo puede pisar baldosas que estén en orden creciente. Copia el siguiente laberinto en tu cuaderno e indica el camino que tiene que seguir nuestra amiga de modo que la baldosa sobre la que se vaya a posar contenga una fracción mayor que aquella en la que se encontraba.

	$\frac{4}{9}$	$\frac{6}{30}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{14}{12}$ Cine →
	$\frac{1}{9}$	$\frac{5}{15}$	$\frac{7}{14}$	$\frac{11}{33}$	$\frac{12}{55}$
Casa →	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{13}$	$\frac{2}{24}$	$\frac{7}{5}$	$\frac{8}{9}$
	$\frac{1}{12}$	$\frac{3}{15}$	$\frac{13}{29}$	$\frac{23}{3}$	$\frac{17}{36}$

Vamos comparando las fracciones que están contiguas a la primera, y así sucesivamente:

- $\frac{1}{6}, \frac{1}{9}, \frac{1}{12}, \frac{3}{13} \Rightarrow \frac{78}{468}, \frac{52}{468}, \frac{39}{468}, \frac{108}{468}$
- $\frac{3}{13}, \frac{2}{24}, \frac{5}{15}, \frac{3}{15} \Rightarrow \frac{3}{13}, \frac{1}{12}, \frac{1}{3}, \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{180}{780}, \frac{65}{780}, \frac{260}{780}, \frac{156}{780}$
- $\frac{5}{15}, \frac{6}{30}, \frac{1}{9}, \frac{7}{14} \Rightarrow \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{9}, \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{9} < \frac{6}{30} < \frac{5}{15} < \frac{7}{14}$
- $\frac{7}{14}, \frac{2}{3}, \frac{2}{24}, \frac{11}{33} \Rightarrow \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{12}, \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{2}{24} < \frac{11}{33} < \frac{7}{14} < \frac{2}{3}$
- $\frac{2}{3}, \frac{6}{30}, \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{2}{3}, \frac{1}{5}, \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{20}{30}, \frac{6}{30}, \frac{25}{30} \Rightarrow \frac{6}{30} < \frac{2}{3} < \frac{5}{6}$
- $\frac{5}{6}, \frac{11}{33}, \frac{14}{12} \Rightarrow \frac{5}{6}, \frac{1}{3}, \frac{7}{6} \Rightarrow \frac{5}{6}, \frac{2}{6}, \frac{7}{6} \Rightarrow \frac{11}{33} < \frac{5}{6} < \frac{14}{12}$

	$\frac{4}{9}$	$\frac{6}{30}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{14}{12}$ Cine →
	$\frac{1}{9}$	$\frac{5}{15}$	$\frac{7}{14}$	$\frac{11}{33}$	$\frac{12}{55}$
Casa →	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{13}$	$\frac{2}{24}$	$\frac{7}{5}$	$\frac{8}{9}$
	$\frac{1}{12}$	$\frac{3}{15}$	$\frac{13}{29}$	$\frac{23}{3}$	$\frac{17}{36}$

SOLUCIONES PÁG. 56

17. Realiza las siguientes sumas y restas de números fraccionarios, simplificando el resultado:

$$\text{a. } \frac{7}{18} - \left(\frac{21}{5} + \frac{8}{9} \right) + \frac{17}{15}$$

$$\begin{aligned} \frac{7}{18} - \left(\frac{21}{5} + \frac{8}{9} \right) + \frac{17}{15} &= \frac{7}{18} - \left(\frac{189}{45} + \frac{40}{45} \right) + \frac{17}{15} = \frac{7}{18} - \frac{229}{45} + \frac{17}{15} = \\ &= \frac{35}{90} - \frac{458}{90} + \frac{102}{90} = -\frac{321}{90} = -\frac{107}{30} \end{aligned}$$

$$\text{b. } \frac{26}{75} - \frac{76}{30} - \left(+\frac{7}{6} \right) - 2$$

$$\frac{26}{75} - \frac{76}{30} - \left(+\frac{7}{6} \right) - 2 = \frac{26}{75} - \frac{38}{15} - \frac{7}{6} - 2 = \frac{52}{150} - \frac{380}{150} - \frac{175}{150} - \frac{300}{150} = -\frac{803}{150}$$

$$\text{c. } \left(\frac{9}{10} - \frac{13}{32} \right) - \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{6} \right)$$

$$\left(\frac{9}{10} - \frac{13}{32} \right) - \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{6} \right) = \left(\frac{144}{160} - \frac{65}{160} \right) - \left(\frac{18}{30} - \frac{5}{30} \right) = \frac{79}{160} - \frac{13}{30} = \frac{237}{480} - \frac{208}{480} = \frac{29}{480}$$

$$\text{d. } \frac{6}{7} - \frac{4}{2} + \frac{21}{5} - \left(-\frac{3}{8} \right)$$

$$\frac{6}{7} - \frac{4}{2} + \frac{21}{5} - \left(-\frac{3}{8} \right) = \frac{6}{7} - \frac{4}{2} + \frac{21}{5} + \frac{3}{8} = \frac{240}{280} - \frac{560}{280} + \frac{1176}{280} + \frac{105}{280} = \frac{961}{280}$$

$$\text{e. } -\frac{3}{7} - \left(-\frac{2}{8} \right) + \frac{7}{4}$$

$$-\frac{3}{7} - \left(-\frac{2}{8} \right) + \frac{7}{4} = -\frac{3}{7} + \frac{1}{4} + \frac{7}{4} = -\frac{3}{7} + \frac{8}{4} = -\frac{3}{7} + 2 = -\frac{3}{7} + \frac{14}{7} = \frac{11}{7}$$

$$\text{f. } -3 - \left(\frac{11}{10} - \frac{5}{12} \right)$$

$$-3 - \left(\frac{11}{10} - \frac{5}{12} \right) = -3 - \left(\frac{66}{60} - \frac{25}{60} \right) = -3 - \frac{41}{60} = -\frac{180}{60} - \frac{41}{60} = -\frac{221}{60}$$

$$\text{g. } -\left(\frac{5}{6} + \frac{21}{8} - \frac{19}{12} \right)$$

$$-\left(\frac{5}{6} + \frac{21}{8} - \frac{19}{12} \right) = -\left(\frac{20}{24} + \frac{63}{24} - \frac{38}{24} \right) = -\frac{45}{24} = -\frac{15}{8}$$

$$\text{h. } -\left(-\frac{3}{20}\right) - \left(\frac{12}{15} - \frac{3}{8}\right)$$

$$-\left(-\frac{3}{20}\right) - \left(\frac{12}{15} - \frac{3}{8}\right) = \frac{3}{20} - \left(\frac{4}{5} - \frac{3}{8}\right) = \frac{3}{20} - \left(\frac{32}{40} - \frac{15}{40}\right) = \frac{3}{20} - \frac{17}{40} = \frac{6}{40} - \frac{17}{40} = \frac{-11}{40}$$

- 18 Entre tu compañero y tú demostrad con ejemplos si se cumple la propiedad conmutativa para la resta de fracciones.**

No se cumple la propiedad conmutativa para la resta de fracciones.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{2}{3} - \frac{3}{5} = \frac{10}{15} - \frac{9}{15} = \frac{1}{15} \\ \frac{3}{5} - \frac{2}{3} = \frac{9}{15} - \frac{10}{15} = -\frac{1}{15} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{2}{3} - \frac{3}{5} \neq \frac{3}{5} - \frac{2}{3}$$

- 19 Tres amigos se han repartido un trabajo de Matemáticas de la siguiente forma: José se encargará de $\frac{2}{5}$; Sara, de $\frac{3}{7}$, y Luis hará el resto. ¿Qué**

fracción le toca realizar a Luis? ¿Y si Sara hiciera los $\frac{3}{8}$?

Se suman las partes de José y de Sara y se resta de la unidad para obtener la parte de Luis:

$$1 - \left(\frac{2}{5} + \frac{3}{7}\right) = 1 - \left(\frac{14}{35} + \frac{15}{35}\right) = 1 - \frac{29}{35} = \frac{35}{35} - \frac{29}{35} = \frac{6}{35}$$

A Luis le corresponden $\frac{6}{35}$ del trabajo.

Se realiza el mismo cálculo para el caso de que Sara hiciera $\frac{3}{8}$:

$$1 - \left(\frac{2}{5} + \frac{3}{8}\right) = 1 - \left(\frac{16}{40} + \frac{15}{40}\right) = 1 - \frac{31}{40} = \frac{40}{40} - \frac{31}{40} = \frac{9}{40}$$

A Luis le corresponden $\frac{9}{40}$ del trabajo.

- 20 Ana planifica los deberes del fin de semana. El sábado hará $\frac{1}{3}$ por la mañana y solo $\frac{1}{6}$ por la tarde, pues luego tiene previsto salir con sus amigos. El domingo por la mañana, tras ayudar a sus padres a recoger la casa, se encargará de realizar $\frac{2}{9}$ de los deberes que aún le faltan. ¿Qué fracción se ha reservado Ana para la tarde del domingo?

$$1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{2}{9} \right) = 1 - \left(\frac{6}{18} + \frac{3}{18} + \frac{4}{18} \right) = 1 - \frac{13}{18} = \frac{18}{18} - \frac{13}{18} = \frac{5}{18}$$

Ha reservado los $\frac{5}{18}$ de los deberes para la tarde del domingo.

SOLUCIONES PÁG. 57

- 21 Halla la fracción inversa de las siguientes fracciones:

$$\text{a. } -\frac{7}{3} \Rightarrow -\frac{3}{7} \quad \text{b. } \frac{1}{4} \Rightarrow 4 \quad \text{c. } -5 \Rightarrow -\frac{1}{5} \quad \text{d. } \frac{2}{11} \Rightarrow \frac{11}{2}$$

- 22 Halla la fracción irreducible resultante de estas operaciones con números fraccionarios:

$$\text{a. } -\frac{12}{7} \cdot \left(-\frac{9}{2} \right) = \frac{6 \cdot \cancel{2} \cdot 9}{7 \cdot \cancel{2}} = \frac{54}{7}$$

$$\text{b. } \frac{20}{45} : \left(-\frac{24}{75} \right) = \frac{20}{45} \cdot \left(-\frac{75}{24} \right) = -\frac{\cancel{4} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{3} \cdot 25}{\cancel{3} \cdot 9 \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{4} \cdot 2} = -\frac{25}{18}$$

$$\text{c. } \frac{8}{12} : \frac{10}{3} = \frac{8}{12} \cdot \frac{3}{10} = \frac{\cancel{4} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{3}}{\cancel{3} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{2} \cdot 5} = \frac{1}{5}$$

- 23 Realiza las siguientes operaciones, simplificando el resultado:

$$\text{a. } \left(\frac{30}{7} \cdot \frac{5}{24} \right) : \left(\frac{8}{9} \cdot \frac{21}{6} \right) = \left(\frac{\cancel{6} \cdot 5 \cdot 5}{7 \cdot 4 \cdot \cancel{6}} \right) \cdot \left(\frac{\cancel{2} \cdot 4 \cdot \cancel{3} \cdot 7}{\cancel{3} \cdot 3 \cdot \cancel{2} \cdot 3} \right) = \frac{5 \cdot 5}{7 \cdot 4} \cdot \frac{\cancel{4} \cdot 7}{3 \cdot 3} = \frac{25}{9}$$

$$\text{b. } -\left(+\frac{3}{24} \right) : \left(-\frac{18}{15} \right) \cdot \frac{10}{9} = \frac{\cancel{3}}{3 \cdot 8} \cdot \frac{\cancel{3} \cdot 5}{\cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3}} \cdot \frac{\cancel{2} \cdot 5}{9} = \frac{25}{216}$$

$$\text{c. } \left(\frac{9}{10} : \frac{36}{40} \right) \cdot \left(\frac{85}{7} : \frac{15}{21} \right) = \left(\frac{\cancel{9} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{10}}{\cancel{10} \cdot \cancel{9} \cdot 4} \right) \cdot \left(\frac{17 \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{3} \cdot 7}{7 \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{3}} \right) = 17$$

$$\text{d. } \frac{4}{5} : \left[\frac{3}{7} \cdot \left(-\frac{10}{6} \right) \right] = \frac{4}{5} : \left(-\frac{\cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot 5}{7 \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{3}} \right) = \frac{4}{5} : \left(-\frac{5}{7} \right) = \frac{4}{5} \cdot \left(-\frac{7}{5} \right) = -\frac{28}{25}$$

$$e. \left(\frac{72}{39} \cdot \frac{26}{12}\right) : (-3) = \frac{\cancel{8} \cdot \cancel{4} \cdot 2 \cdot 2 \cdot \cancel{13}}{\cancel{3} \cdot \cancel{13} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{4}} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{4}{3}$$

$$f. -\left(\frac{16}{6} : \frac{2}{14} : \frac{49}{20}\right) = -\left(\frac{\cancel{4} \cdot 4 \cdot 2 \cdot \cancel{7}}{\cancel{2} \cdot 3} : \frac{2 \cdot \cancel{7}}{\cancel{2}} \cdot \frac{4 \cdot 5}{\cancel{7} \cdot 7}\right) = -\frac{160}{21}$$

SOLUCIONES PÁG. 58

24 Expresa en forma de potencia única las siguientes operaciones con potencias y halla su valor con ayuda de la calculadora:

$$a. \left(-\frac{3}{2}\right)^5 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^2 : \left(-\frac{3}{2}\right)^3 = \left(-\frac{3}{2}\right)^{5+2-3} = \left(-\frac{3}{2}\right)^4 = \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{81}{16}$$

$$b. -\left(\frac{2}{9}\right)^3 : \left[\left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)\right] = -\left(\frac{2}{9}\right)^3 : \left(\frac{1}{6}\right)^3 = -\left(\frac{2}{9} : \frac{1}{6}\right)^3 = -\left(\frac{2 \cdot 6}{9}\right)^3 = -\left(\frac{4}{3}\right)^3 = -\frac{64}{27}$$

$$c. \left[\left(\frac{4}{5}\right)^2\right]^3 : \left(\frac{4}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{10}{3}\right)^4 = \left(\frac{4}{5}\right)^6 : \left(\frac{4}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{10}{3}\right)^4 = \left(\frac{4 \cdot 10}{5 \cdot 3}\right)^4 = \left(\frac{8}{3}\right)^4 = \frac{4096}{81}$$

$$d. \left(\frac{8}{9}\right)^3 : \left(\frac{8}{9}\right)^5 : \left(\frac{3}{2}\right)^{-2} = \left(\frac{8}{9}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-2} = \left(\frac{8 \cdot 3}{9 \cdot 2}\right)^{-2} = \left(\frac{4}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

$$e. \left[\left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-4}\right] : \left(\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-3} : \left(\frac{2}{3}\right)^{-3} = 1$$

$$f. \left(\frac{4}{5}\right)^4 \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^4 : \left(\frac{4}{3}\right)^7 = \left(\frac{4 \cdot \cancel{5}}{\cancel{5} \cdot 3}\right)^4 : \left(\frac{4}{3}\right)^7 = \left(\frac{4}{3}\right)^4 : \left(\frac{4}{3}\right)^7 = \left(\frac{4}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{27}{64}$$

$$g. \left(\frac{4}{9}\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^5 : \left(\frac{4}{9}\right)^9 = \left(\frac{4}{9}\right)^7 : \left(\frac{4}{9}\right)^9 = \left(\frac{4}{9}\right)^{-2} = \left(\frac{9}{4}\right)^2 = \frac{81}{16}$$

$$h. \left[\left(\frac{8}{9}\right)^2\right]^{-3} \cdot \left(\frac{8}{9}\right)^4 = \left(\frac{8}{9}\right)^{-6} \cdot \left(\frac{8}{9}\right)^4 = \left(\frac{8}{9}\right)^{-2} = \left(\frac{9}{8}\right)^2 = \frac{81}{64}$$

$$i. \left(\frac{5}{7}\right)^2 \cdot \left[\left(\frac{7}{5}\right)^{-1}\right]^{-2} \cdot \left(\frac{5}{7}\right)^2 \cdot \left(\frac{7}{5}\right)^2 = \left(\frac{5}{7}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{7}\right)^{-2} = 1$$

$$j. \left(\frac{6}{5}\right)^{-2} : \left(\frac{5}{6}\right)^{-2} \cdot \left[\left(\frac{5}{6}\right)^3\right]^0 = \left(\frac{6}{5}\right)^{-2} : \left(\frac{6}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^0 = \left(\frac{6}{5}\right)^{-4} \cdot 1 = \left(\frac{5}{6}\right)^4 = \frac{625}{1296}$$

25 Copia en tu cuaderno y sustituye las letras por el valor correspondiente para que las siguientes expresiones sean correctas:

a. $\left(\frac{10}{35}\right)^3 \cdot \left(\frac{10}{35}\right)^2 : \left(\frac{A}{B}\right)^5 = \left(\frac{4}{5}\right)^5$

$$\left(\frac{10}{35}\right)^5 : \left(\frac{A}{B}\right)^5 = \left(\frac{4}{5}\right)^5 \Rightarrow \left(\frac{2}{7}\right)^5 : \left(\frac{A}{B}\right)^5 = \left(\frac{4}{5}\right)^5 \Rightarrow \frac{2}{7} : \frac{A}{B} = \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{2}{7} \cdot \frac{B}{A} = \frac{4}{5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{B}{A} = \frac{14}{5} \Rightarrow \frac{A}{B} = \frac{5}{14}$$

b. $\left[\left(\frac{36}{90}\right)^2\right]^3 : \left(\frac{36}{90}\right)^8 = \left(\frac{C}{2}\right)^D$

$$\left(\frac{36}{90}\right)^6 : \left(\frac{36}{90}\right)^8 = \left(\frac{C}{2}\right)^D \Rightarrow \left(\frac{36}{90}\right)^{-2} = \left(\frac{C}{2}\right)^D \Rightarrow \left(\frac{90}{36}\right)^2 = \left(\frac{C}{2}\right)^D \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \left(\frac{C}{2}\right)^D \Rightarrow C = 5; D = 2$$

c. $\left(-\frac{7}{16}\right)^{-3} : \left(\frac{E}{F}\right)^{-3} : \left(\frac{20}{35}\right)^{-3} = \left(\frac{8}{5}\right)^3$

$$\left(-\frac{7}{16} \cdot \frac{F}{E} \cdot \frac{20}{35}\right)^{-3} = \left(\frac{8}{5}\right)^3 \Rightarrow \left(-\frac{1}{4} \cdot \frac{F}{E}\right)^{-3} = \left(\frac{8}{5}\right)^3 \Rightarrow \left(-\frac{4 \cdot E}{F}\right)^3 = \left(\frac{8}{5}\right)^3 \Rightarrow \frac{E}{F} = -\frac{2}{5}$$

d. $\left(\frac{10}{7}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{10}{7}\right)^5 \cdot \left(\frac{G}{H}\right)^2 = 5^2$

$$\left(\frac{10}{7}\right)^2 \cdot \left(\frac{G}{H}\right)^2 = 5^2 \Rightarrow \left(\frac{10 \cdot G}{7 \cdot H}\right)^2 = 5^2 \Rightarrow \frac{10 \cdot G}{7 \cdot H} = 5 \Rightarrow \frac{G}{H} = \frac{35}{10} \Rightarrow \frac{G}{H} = \frac{7}{2}$$

e. $\left(\frac{4}{5}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{16}{25}\right)^{-2} : \left(\frac{I}{J}\right)^5 = \left(\frac{5}{4}\right)^2$

$$\left(\frac{4}{5}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^{-4} : \left(\frac{I}{J}\right)^5 = \left(\frac{5}{4}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{4}{5}\right)^{-7} : \left(\frac{I}{J}\right)^5 = \left(\frac{5}{4}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{5}{4}\right)^7 : \left(\frac{I}{J}\right)^5 = \left(\frac{5}{4}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{5}{4}\right)^7 : \left(\frac{5}{4}\right)^2 = \left(\frac{I}{J}\right)^5 \Rightarrow \left(\frac{5}{4}\right)^5 = \left(\frac{I}{J}\right)^5 \Rightarrow \frac{5}{4} = \frac{I}{J}$$

SOLUCIONES PÁG. 59

26 Efectúa las siguientes raíces de números fraccionarios utilizando la definición de raíz de fracciones. Recuerda indicar el resultado como fracción irreducible.

a. $\sqrt{\frac{169}{676}} = \frac{13}{26} = \frac{1}{2}$

b. $\sqrt{\frac{484}{784}} = \frac{22}{28} = \frac{11}{14}$

$$c. \sqrt{\frac{625}{100}} = \frac{25}{10} = \frac{5}{2}$$

$$d. \sqrt{\frac{324}{400}} = \frac{18}{20} = \frac{9}{10}$$

$$e. \sqrt[3]{-\frac{729}{216}} = -\frac{9}{6} = -\frac{3}{2}$$

$$f. \sqrt[3]{\frac{512}{1000}} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

27 Calcula las expresiones planteadas aplicando las operaciones con raíces estudiadas, e indica el resultado como una fracción irreducible.

$$a. \sqrt{\frac{18}{125}} \cdot \sqrt{\frac{10}{9}} = \sqrt{\frac{18}{125} \cdot \frac{10}{9}} = \sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{2}{5}$$

$$b. \sqrt{\frac{26}{105}} : \sqrt{\frac{39}{70}} = \sqrt{\frac{26}{105} : \frac{39}{70}} = \sqrt{\frac{26}{105} \cdot \frac{70}{39}} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$$

$$c. \sqrt{\frac{255}{20}} : \left(\sqrt{\frac{10}{9}} : \sqrt{\frac{40}{51}} \right) = \sqrt{\frac{255}{20}} : \sqrt{\frac{10}{9} \cdot \frac{51}{40}} = \sqrt{\frac{255}{20}} : \sqrt{\frac{17}{12}} = \sqrt{\frac{255}{20} \cdot \frac{12}{17}} =$$

$$= \sqrt{\frac{3 \cdot 5 \cdot 17}{4 \cdot 5} \cdot \frac{3 \cdot 4}{17}} = \sqrt{9} = 3$$

$$d. \left(\sqrt{\frac{7}{5}} \right)^3 \cdot \left(\sqrt{\frac{1}{14}} \right)^5 \cdot \sqrt{\frac{9}{10}} = \sqrt{\frac{7^3}{5^3} \cdot \frac{1}{14^5} \cdot \frac{9}{10}} = \sqrt{\frac{7^3 \cdot 3^2}{5^4 \cdot 2^6 \cdot 7^5}} = \frac{3}{5^2 \cdot 2^3 \cdot 7} = \frac{3}{1400}$$

SOLUCIONES PÁG. 61

28 Halla la fracción irreducible resultante de las siguientes operaciones con números fraccionarios:

$$a. \frac{3}{8} - \frac{15}{16} : \frac{3}{4} + \frac{7}{20} = \frac{3}{8} - \frac{15}{16} \cdot \frac{4}{3} + \frac{7}{20} = \frac{3}{8} - \frac{5}{4} + \frac{7}{20} = \frac{15}{40} - \frac{50}{40} + \frac{14}{40} = -\frac{21}{40}$$

$$b. \frac{3}{8} - \frac{4}{7} + \frac{10}{6} \cdot \frac{12}{7} = \frac{3}{8} - \frac{4}{7} + \frac{20}{7} = \frac{21}{56} - \frac{32}{56} + \frac{160}{56} = \frac{149}{56}$$

$$c. -\frac{5}{9} - \left(\frac{2}{5} \right)^2 + 3 = -\frac{5}{9} - \frac{4}{25} + 3 = -\frac{125}{225} - \frac{36}{225} + \frac{675}{225} = \frac{514}{225}$$

$$d. \left(\frac{90}{35} + \frac{54}{28} \right) : \left(\frac{16}{20} - 3 \right) = \left(\frac{18}{7} + \frac{27}{14} \right) : \left(\frac{4}{5} - 3 \right) = \left(\frac{36}{14} + \frac{27}{14} \right) : \left(\frac{4}{5} - \frac{15}{5} \right) = \frac{63}{14} : \left(-\frac{11}{5} \right) =$$

$$= \frac{63}{14} \cdot \left(-\frac{5}{11} \right) = -\frac{45}{22}$$

$$e. -\left(-\frac{8}{5}\right) \cdot \left(\frac{3}{12} + \frac{9}{18}\right) = -\left(-\frac{8}{5}\right) \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\right) = -\left(-\frac{8}{5}\right) \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{4}\right) = -\left(-\frac{8}{5}\right) \cdot \frac{3}{4} = \frac{6}{5}$$

$$f. \frac{12}{10} \cdot \frac{9}{24} : \frac{3}{8} : \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{6}{5} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{8}{3} \cdot (-2) = -\frac{12}{5}$$

29 Realiza estas operaciones combinadas con fracciones y simplifica el resultado obtenido si es posible:

$$a. \frac{5}{6} \cdot \left(\frac{11}{20} - \frac{12}{30}\right) - \frac{7}{8} : \left(\frac{4}{3} + 12\right) - \frac{4}{5}$$

$$\frac{5}{6} \cdot \left(\frac{11}{20} - \frac{12}{30}\right) - \frac{7}{8} : \left(\frac{4}{3} + 12\right) - \frac{4}{5} = \frac{5}{6} \cdot \left(\frac{33}{60} - \frac{24}{60}\right) - \frac{7}{8} : \left(\frac{4}{3} + \frac{36}{3}\right) - \frac{4}{5} =$$

$$= \frac{5}{6} \cdot \frac{9}{60} - \frac{7}{8} : \frac{40}{3} - \frac{4}{5} = \frac{1}{8} - \frac{7}{8} \cdot \frac{3}{40} - \frac{4}{5} = \frac{1}{8} - \frac{21}{320} - \frac{4}{5} = \frac{40}{320} - \frac{21}{320} - \frac{256}{320} = -\frac{237}{320}$$

$$b. \frac{9}{12} - \frac{2}{15} : \frac{6}{30} + \left(\frac{35}{55} - \frac{1}{11}\right) - 4 : \frac{2}{3}$$

$$\frac{9}{12} - \frac{2}{15} : \frac{6}{30} + \left(\frac{35}{55} - \frac{1}{11}\right) - 4 : \frac{2}{3} = \frac{3}{4} - \frac{2}{15} \cdot \frac{30}{6} + \left(\frac{7}{11} - \frac{1}{11}\right) - 4 \cdot \frac{3}{2} =$$

$$= \frac{3}{4} - \frac{2}{3} + \frac{6}{11} - 6 = \frac{99}{132} - \frac{88}{132} + \frac{72}{132} - \frac{792}{132} = -\frac{709}{132}$$

$$c. \left(\frac{6}{5}\right)^5 : \left(\frac{6}{5}\right)^3 - \sqrt{\frac{15}{6}} \cdot \sqrt{\frac{49}{40}} + \left[\left(\frac{5}{4}\right)^2\right]^{-1}$$

$$\left(\frac{6}{5}\right)^5 : \left(\frac{6}{5}\right)^3 - \sqrt{\frac{15}{6}} \cdot \sqrt{\frac{49}{40}} + \left[\left(\frac{5}{4}\right)^2\right]^{-1} = \left(\frac{6}{5}\right)^2 - \sqrt{\frac{15 \cdot 49}{6 \cdot 40}} + \left(\frac{5}{4}\right)^{-2} =$$

$$= \frac{36}{25} - \sqrt{\frac{49}{16}} + \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{36}{25} - \frac{7}{4} + \frac{16}{25} = \frac{52}{25} - \frac{7}{4} = \frac{208}{100} - \frac{175}{100} = \frac{33}{100}$$

$$d. \frac{3}{4} : 5 + \left(\frac{7}{2}\right)^3 : \left(\frac{14}{6}\right)^3 - \left(\frac{1}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{-3}$$

$$\frac{3}{4} : 5 + \left(\frac{7}{2}\right)^3 : \left(\frac{14}{6}\right)^3 - \left(\frac{1}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{-3} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5} + \left(\frac{3}{2}\right)^3 - \left(\frac{1}{5}\right)^{-1} = \frac{3}{20} + \frac{27}{8} - 5 =$$

$$= \frac{6}{40} + \frac{135}{40} - \frac{200}{40} = -\frac{59}{40}$$

$$e. \sqrt{\frac{9}{121}} + \frac{5}{12} \cdot \frac{24}{25} - \frac{1}{2} : \left(-\frac{2}{3} + \frac{1}{4}\right)$$

$$\sqrt{\frac{9}{121}} + \frac{5}{12} \cdot \frac{24}{25} - \frac{1}{2} : \left(-\frac{2}{3} + \frac{1}{4}\right) = \frac{3}{11} + \frac{2}{5} - \frac{1}{2} : \left(-\frac{8}{12} + \frac{3}{12}\right) =$$

$$= \frac{3}{11} + \frac{2}{5} - \frac{1}{2} : \left(-\frac{5}{12}\right) = \frac{3}{11} + \frac{2}{5} + \frac{6}{5} = \frac{3}{11} + \frac{8}{5} = \frac{15}{55} + \frac{88}{55} = \frac{103}{55}$$

30 Simplifica las siguientes expresiones hasta hallar la fracción irreducible:

$$\begin{aligned} \text{a. } & \frac{\frac{4}{7} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{4} - \frac{10}{3} : \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{3}\right)}{\frac{19}{2} - \left(\frac{25}{6} - \frac{33}{9}\right) + 3} \\ & \frac{\frac{4}{7} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{4} - \frac{10}{3} : \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{3}\right)}{\frac{19}{2} - \left(\frac{25}{6} - \frac{33}{9}\right) + 3} = \frac{\frac{4}{7} + \frac{1}{6} - \frac{10}{3} : \left(\frac{3}{15} - \frac{5}{15}\right)}{\frac{19}{2} - \left(\frac{25}{6} - \frac{11}{3}\right) + 3} = \\ & = \frac{\frac{4}{7} + \frac{1}{6} - \frac{10}{3} : \left(-\frac{2}{15}\right)}{\frac{19}{2} - \left(\frac{25}{6} - \frac{22}{6}\right) + 3} = \frac{\frac{4}{7} + \frac{1}{6} - \frac{10}{3} \cdot \left(-\frac{15}{2}\right)}{\frac{19}{2} - \frac{3}{6} + 3} = \frac{\frac{4}{7} + \frac{1}{6} + 25}{\frac{19}{2} - \frac{1}{2} + 3} = \\ & = \frac{\frac{24}{42} + \frac{7}{42} + \frac{1050}{42}}{9 + 3} = \frac{\frac{1081}{42}}{12} = \frac{1081}{504} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } & \frac{-\frac{3}{7} : \left(\frac{7}{9} : \frac{35}{9}\right) \cdot \frac{1}{5}}{\left(-\frac{45}{30} + \frac{6}{12}\right) : \left(\frac{6}{15} - \frac{7}{30}\right)} \\ & \frac{-\frac{3}{7} : \left(\frac{7}{9} : \frac{35}{9}\right) \cdot \frac{1}{5}}{\left(-\frac{45}{30} + \frac{6}{12}\right) : \left(\frac{6}{15} - \frac{7}{30}\right)} = \frac{-\frac{3}{7} : \left(\frac{7}{9} \cdot \frac{9}{35}\right) \cdot \frac{1}{5}}{\left(-\frac{3}{2} + \frac{1}{2}\right) : \left(\frac{2}{5} - \frac{7}{30}\right)} = \frac{-\frac{3}{7} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5}}{(-1) : \left(\frac{12}{30} - \frac{7}{30}\right)} = \\ & = \frac{-\frac{3}{7} \cdot 5 \cdot \frac{1}{5}}{(-1) : \frac{5}{30}} = \frac{-\frac{3}{7}}{-6} = \frac{3}{42} = \frac{1}{14} \end{aligned}$$

31 En las elecciones a delegado de clase, Daniel ha conseguido $\frac{2}{5}$ de los votos,

Saray $\frac{1}{3}$, Nerea $\frac{1}{15}$, y Luisa el resto. En total ha habido 30 votos.

a. ¿Qué fracción de votos ha obtenido Luisa?

Se los votos conseguidos por Daniel, Saray y Nerea y se resta de la unidad para obtener los que ha obtenido Luisa:

$$1 - \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{3} + \frac{1}{15}\right) = 1 - \left(\frac{6}{15} + \frac{5}{15} + \frac{1}{15}\right) = 1 - \frac{12}{15} = \frac{15}{15} - \frac{12}{15} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

Luisa ha obtenido $\frac{1}{5}$ de los votos.

b. ¿Cuántos votos ha recibido cada uno?

$$\frac{2}{5} \cdot 30 = 12 \Rightarrow \text{Daniel ha recibido 12 votos.}$$

$$\frac{1}{3} \cdot 30 = 10 \Rightarrow \text{Saray ha recibido 10 votos.}$$

$$\frac{1}{15} \cdot 30 = 2 \Rightarrow \text{Nerea ha recibido 2 votos.}$$

$$\frac{1}{5} \cdot 30 = 6 \Rightarrow \text{Luisa ha recibido 6 votos.}$$

32 Si Alba sigue en el gimnasio durante 2 h la rutina de Enrique expuesta en la actividad resuelta de la página anterior, ¿cuántos minutos empleará en cada ejercicio?

$$2 \text{ h} = 120 \text{ min}$$

$$\frac{1}{12} \cdot 120 = 10 \Rightarrow \text{Dedicará 10 min a calentar en la cinta de correr.}$$

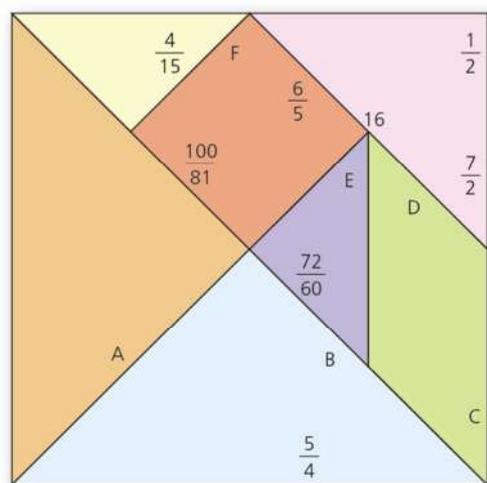
$$\frac{1}{3} \cdot 120 = 40 \Rightarrow \text{Dedicará 40 min a hacer musculación en la sala de pesas.}$$

$$\frac{2}{5} \cdot 120 = 48 \Rightarrow \text{Dedicará 48 min a ejercicios de cardio en la sala de spinning.}$$

$$\frac{1}{10} \cdot 120 = 12 \Rightarrow \text{Dedicará 12 min en el desplazamiento de una sala a otra.}$$

$$\frac{1}{12} \cdot 120 = 10 \Rightarrow \text{Dedicará 10 min a los estiramientos.}$$

33 La profesora de matemáticas ha propuesto el siguiente tangram a sus alumnos:



Resuelve en tu cuaderno estas operaciones con números fraccionarios del tangram:

$$A = \left(\frac{3}{8} + \frac{9}{6}\right) : \frac{3}{2} = \left(\frac{3}{8} + \frac{9}{6}\right) : \frac{3}{2} = \left(\frac{9}{24} + \frac{36}{24}\right) : \frac{3}{2} = \frac{45}{24} \cdot \frac{2}{3} = \frac{5}{4}$$

$$B = \left(-\frac{8}{15} - \frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{40}{3}\right) = \left(-\frac{8}{15} - \frac{10}{15}\right) \cdot \left(-\frac{40}{3}\right) = -\frac{18}{15} \cdot \left(-\frac{40}{3}\right) = \frac{6}{5} \cdot \frac{40}{3} = 16$$

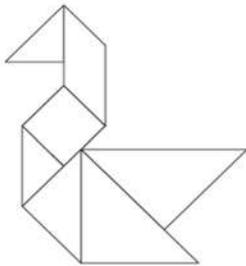
$$C = \frac{1}{3} - \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{3} - \frac{1}{15} = \frac{5}{15} - \frac{1}{15} = \frac{4}{15}$$

$$D = \left(\frac{2}{15}\right)^2 : \left(\frac{3}{25}\right)^2 = \left(\frac{2}{15} : \frac{3}{25}\right)^2 = \left(\frac{2}{15} \cdot \frac{25}{3}\right)^2 = \left(\frac{10}{9}\right)^2 = \frac{100}{81}$$

$$E = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{6}} = \sqrt{\frac{3}{12}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

$$F = \frac{35}{2} : 5 = \frac{35}{2} \cdot \frac{1}{5} = \frac{7}{2}$$

A continuación, copia el tangram en una hoja, une las distintas operaciones con sus resultados y obtendrás una figura. Una de las parejas que tienes que unir son dos fracciones irreducibles. Pega dicha figura en tu cuaderno.



- 34 Entre tu compañero y tú confeccionad un tangram con operaciones con fracciones similar al de la actividad anterior, de modo que, una vez unidas las piezas por el lado de cada operación con su resultado, formen una figura. Intercambiad el tangram con los realizados por vuestros compañeros para que todos los alumnos de la clase realicen las distintas figuras.

Respuesta abierta.

SOLUCIONES PÁG. 63

- 1 Explica qué significa que dos fracciones sean equivalentes y cómo saber si dos fracciones lo son. Indica también mediante ejemplos cómo obtener una fracción equivalente a otra dada.**

Dos fracciones son equivalentes cuando representan la misma cantidad. Cumplen la siguiente propiedad: $\Leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c$

Para obtener una fracción equivalente, o se amplía (multiplicando numerador y denominador por el mismo número), o se simplifica (dividiendo numerador y denominador por el mismo número).

$$\text{Ampliar: } \frac{2}{3} = \frac{10}{15} \quad \text{Simplificar: } \frac{12}{30} = \frac{2}{5}$$

- 2 Expón qué es una fracción irreducible y dos métodos distintos para hallarla. Ilustra la exposición mediante ejemplos.**

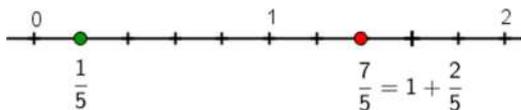
Una fracción irreducible es aquella que no se puede simplificar más.

Se puede hallar la fracción irreducible:

- Simplificando hasta que no se pueda más: $\frac{180}{600} = \frac{90}{300} = \frac{45}{150} = \frac{15}{50} = \frac{3}{10}$
- Dividiendo numerador y denominador entre el máximo común divisor de dichos números: $\frac{180}{600} = \frac{3}{10}$ m.c.d. (600,180) = 60

- 3 ¿Qué diferencia existe entre una fracción propia y una fracción impropia? Representa en la recta numérica una de cada tipo para completar la explicación.**

Una fracción propia es menor que la unidad, mientras que una fracción impropia es mayor que la unidad. Una fracción impropia se puede expresar como un número entero más una fracción propia, llamado número mixto.



En la representación anterior, $\frac{1}{5}$ es una fracción propia, y $\frac{7}{5}$ es una fracción impropia.

- 4 Ilustra con ejemplos la suma y resta de fracciones con distinto denominador.**

Para sumar o restar fracciones con distinto denominador hay que reducir dichas fracciones a común denominador.

Para ello, hallamos fracciones equivalentes con el mínimo común múltiplo como nuevo denominador. Por ejemplo:

$$\frac{1}{5} - \frac{3}{4} + \frac{1}{6} = \frac{12}{60} - \frac{45}{60} + \frac{10}{60} = -\frac{23}{60}$$

$$\text{m.c.m. } (5, 4, 6) = 60$$

5 Indica qué tienen en común la multiplicación y la división de fracciones. Acompaña con ejemplos dichas operaciones.

La multiplicación y la división de fracciones tienen en común que cuando se dividen dos fracciones es igual que multiplicar por la inversa de la segunda. Es decir:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

Con lo cual, si tenemos operaciones combinadas de multiplicaciones y divisiones, podemos indicarnos todas como multiplicaciones y así poder simplificar el resultado con mayor facilidad.

$$\frac{4}{15} : \frac{12}{25} \cdot \frac{16}{30} : \frac{20}{18} = \frac{4}{15} \cdot \frac{25}{12} \cdot \frac{16}{30} \cdot \frac{18}{20} = \frac{\cancel{4} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{6}}{\cancel{3} \cdot \cancel{5} \cdot 3 \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{6} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{4} \cdot 5} = \frac{4}{15}$$

6 Explica qué tiene en común el cálculo de potencias con fracciones y el de raíces cuadradas con fracciones. Ilustra tu explicación con ejemplos.

El cálculo de la potencia de una fracción como el de la raíz cuadrada coinciden en que son equivalentes al pasar la potencia o la raíz al numerador y al denominador:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x} \text{ y } \sqrt{x}{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{x}{a}}{\sqrt{x}{b}}. \text{ Por ejemplo:}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2^3}{3^3}$$

$$\sqrt{\frac{64}{16}} = \sqrt{4} = 2 = \frac{8}{4} = \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{16}}$$

7 Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifica tu respuesta.

a. Toda fracción tienen infinitas fracciones ampliadas.

Verdadero, porque se puede multiplicar indefinidamente numerador y denominador por el mismo número.

b. Toda fracción tiene infinitas fracciones simplificadas.

Falso, cuando se llega a la fracción irreducible, ya no se puede simplificar más.

- c. **Toda fracción propia positiva es mayor que cualquier fracción impropia positiva.**

Falso, las fracciones impropias son mayores que la unidad, mientras que las propias son menores que 1, por lo tanto, toda fracción impropia es mayor que cualquier fracción propia.

- d. **La potencia de una fracción negativa es siempre negativa.**

Falso, la potencia de una fracción negativa será positiva si el exponente es par:

$$\left(-\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$$

- e. **La inversa de una fracción nunca es un número entero.**

Falso, por ejemplo, la inversa de $\frac{1}{3}$ es 3, que es un número entero.

- f. **La multiplicación de una fracción por su fracción inversa es la unidad.**

Verdadero, $\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1$

- g. **Si dos fracciones son equivalentes, su fracción irreducible coincide.**

Verdadero. Al ser equivalentes, representan la misma cantidad, por lo que la fracción equivalente ha de ser la misma.

- 8 **Prepara una presentación digital para tus compañeros. Puedes hacer un documento PowerPoint, usar Glogster...**

Respuesta abierta.

SOLUCIONES PÁG. 64 – REPASO FINAL

NÚMEROS FRACCIONARIOS. FRACCIONES EQUIVALENTES

- 1 **Copia y completa en tu cuaderno las siguientes fracciones para que sean equivalentes:**

a. $\frac{35}{6} = \frac{R}{18}$ $R = \frac{35 \cdot 18}{6} = 105$

b. $\frac{24}{13} = \frac{72}{R}$ $R = \frac{72 \cdot 13}{24} = 39$

c. $\frac{R}{18} = \frac{25}{45}$ $R = \frac{25 \cdot 18}{45} = 10$

d. $\frac{120}{R} = \frac{40}{24}$ $R = \frac{120 \cdot 24}{40} = 72$

$$\begin{array}{l} \text{e. } \frac{80}{32} = \frac{R}{6} \qquad R = \frac{80 \cdot 6}{32} = 15 \\ \text{f. } \frac{143}{121} = \frac{13}{R} \qquad R = \frac{13 \cdot 121}{143} = 11 \end{array}$$

- 2 **Simplifica las fracciones propuestas hasta llegar a su fracción irreducible. Comprueba el resultado final con la calculadora.**

$$\begin{array}{l} \text{a. } \frac{456}{600} \Rightarrow \frac{456:2}{600:2} = \frac{228:2}{300:2} = \frac{114:2}{150:2} = \frac{57:3}{75:3} = \frac{19}{25} \\ \text{b. } \frac{945}{405} \Rightarrow \frac{945:3}{405:3} = \frac{315:3}{135:3} = \frac{105:3}{45:3} = \frac{35:5}{15:5} = \frac{7}{3} \\ \text{c. } \frac{620}{840} \Rightarrow \frac{620:2}{840:2} = \frac{310:2}{420:2} = \frac{155:5}{210:5} = \frac{31}{42} \\ \text{d. } \frac{180}{260} \Rightarrow \frac{180:2}{260:2} = \frac{90:2}{130:2} = \frac{45:5}{65:5} = \frac{9}{13} \\ \text{e. } \frac{672}{360} \Rightarrow \frac{672:2}{360:2} = \frac{336:2}{180:2} = \frac{168:2}{90:2} = \frac{84:3}{45:3} = \frac{28}{15} \\ \text{f. } \frac{2535}{4290} \Rightarrow \frac{2535:5}{4290:5} = \frac{507:3}{858:3} = \frac{169:13}{286:13} = \frac{13}{22} \end{array}$$

- 3 **Halla fracciones equivalentes a la fracción $\frac{3}{7}$ y que cumplan las siguientes condiciones:**

a. **Su denominador es un múltiplo de 6.** $\rightarrow \frac{18}{42}$

b. **Su numerador es divisor de 84.** \rightarrow Un divisor de 84 es, por ejemplo, 2. $\frac{6}{14}$

c. **Su numerador es mayor que el denominador.** \rightarrow No es posible.

d. **Su numerador es menor que el denominador.** Respuesta abierta. Cualquier fracción equivalente a $\frac{3}{7}$ siempre tendrá el numerador menor que el denominador.

- 4 **Halla directamente la fracción irreducible de estas otras:**

a. $\frac{345}{270}$ m.c.d. (345, 270) = 15 $\Rightarrow \frac{345:15}{270:15} = \frac{23}{18}$

b. $\frac{130}{390}$ m.c.d. (130, 390) = 130 $\Rightarrow \frac{130:130}{390:130} = \frac{1}{3}$

c. $\frac{990}{242}$ m.c.d. (990, 242) = 22 $\Rightarrow \frac{990:22}{242:22} = \frac{45}{11}$

$$\begin{aligned} \text{d. } \frac{475}{985} & \quad \text{m.c.d. } (475, 985) = 5 \Rightarrow \frac{475:5}{985:5} = \frac{95}{197} \\ \text{e. } \frac{2\,480}{4\,280} & \quad \text{m.c.d. } (2\,480, 4\,280) = 40 \Rightarrow \frac{2\,480:40}{4\,280:40} = \frac{62}{107} \\ \text{f. } \frac{7\,420}{3\,200} & \quad \text{m.c.d. } (7\,420, 3\,200) = 20 \Rightarrow \frac{7\,420:20}{3\,200:20} = \frac{71}{160} \end{aligned}$$

- 5 Ana ha gastado $\frac{9}{12}$ de su paga en el cine, su amigo Ernesto ha utilizado el $\frac{15}{25}$ para comprarse un libro, y Alberto ha conseguido una entrada para un concierto con $\frac{21}{28}$ de sus ahorros. ¿Quiénes se han gastado el mismo dinero?

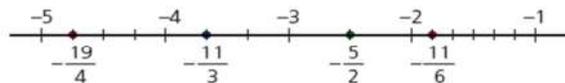
$$\text{Ana: } \frac{9}{12} = \frac{3}{4}, \text{ Ernesto: } \frac{15}{25} = \frac{3}{5}, \text{ Alberto: } \frac{21}{28} = \frac{3}{4}$$

Ana y Alberto, que han gastado $\frac{3}{4}$.

REPRESENTACIÓN, ORDENACIÓN Y COMPARACIÓN DE FRACCIONES

- 6 Representa las siguientes fracciones en la recta numérica:

$$\text{a. } -\frac{11}{3} \quad \text{b. } -\frac{5}{2} \quad \text{c. } -\frac{11}{6} \quad \text{d. } -\frac{19}{4}$$



- 7 Ordena estas fracciones de menor a mayor:

$$\begin{aligned} \text{a. } -\frac{6}{21}, -\frac{2}{35}, -\frac{11}{15}, -\frac{3}{10} \\ -\frac{6}{21}, -\frac{2}{35}, -\frac{11}{15}, -\frac{3}{10} \Rightarrow -\frac{60}{210}, -\frac{12}{210}, -\frac{154}{210}, -\frac{63}{210} \Rightarrow \\ \Rightarrow -\frac{154}{210} < -\frac{63}{210} < -\frac{60}{210} < -\frac{12}{210} \Rightarrow -\frac{11}{15} < -\frac{3}{10} < -\frac{6}{21} < -\frac{2}{35} \end{aligned}$$

$$\text{b. } \frac{5}{18}, -\frac{2}{15}, -\frac{1}{9}, \frac{5}{36}$$

$$\frac{5}{18}, -\frac{2}{15}, -\frac{1}{9}, \frac{5}{36} \Rightarrow \frac{50}{180}, -\frac{24}{180}, -\frac{20}{180}, \frac{25}{180} \Rightarrow -\frac{24}{180} < -\frac{20}{180} < \frac{25}{180} < \frac{50}{180} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\frac{2}{15} < -\frac{1}{9} < \frac{5}{36} < \frac{5}{18}$$

$$\text{c. } \frac{7}{18}, \frac{7}{4}, \frac{23}{15}, \frac{17}{8}$$

$$\frac{7}{18}, \frac{7}{4}, \frac{23}{15}, \frac{17}{8} \Rightarrow \frac{140}{360}, \frac{630}{360}, \frac{552}{360}, \frac{765}{360} \Rightarrow \frac{140}{360} < \frac{552}{360} < \frac{630}{360} < \frac{765}{360} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{7}{18} < \frac{23}{15} < \frac{7}{4} < \frac{17}{8}$$

$$\text{d. } \frac{18}{5}, \frac{21}{4}, \frac{25}{6}, \frac{7}{2}$$

$$\frac{18}{5}, \frac{21}{4}, \frac{25}{6}, \frac{7}{2} \Rightarrow \frac{216}{60}, \frac{315}{60}, \frac{250}{60}, \frac{210}{60} \Rightarrow \frac{210}{60} < \frac{216}{60} < \frac{250}{60} < \frac{315}{60} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{7}{2} < \frac{18}{5} < \frac{25}{6} < \frac{21}{4}$$

8 Copia y completa en tu cuaderno las siguientes fracciones para que su orden sea el correcto:

$$\text{a. } -\frac{6}{15} > -\frac{A}{35} > -\frac{4}{B} > -\frac{C}{2} > -\frac{3}{5}$$

$$-\frac{6}{15} = -\frac{2}{5} = -\frac{14}{35} > -\frac{15}{35} \Rightarrow A = 15$$

$$-\frac{15}{35} > -\frac{20}{35} = -\frac{4}{7} \Rightarrow B = 7$$

$$-\frac{3}{5} = -\frac{21}{35} = -\frac{42}{70} < -\frac{35}{70} = -\frac{1}{2} \Rightarrow C = 1$$

$$\text{b. } \frac{1}{4} < \frac{D}{15} < \frac{10}{E} < \frac{F}{18} < \frac{G}{10} < \frac{42}{35}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{15}{60} < \frac{20}{60} = \frac{6}{15} \Rightarrow D = 6$$

$$\frac{6}{15} = \frac{1}{3} = \frac{10}{30} < \frac{10}{9} \Rightarrow E = 9$$

$$\frac{10}{9} = \frac{20}{18} < \frac{9}{18} \Rightarrow F = 9$$

$$\frac{42}{35} = \frac{6}{5} = \frac{12}{10} > \frac{G}{10} \Rightarrow G = 11$$

- 9 Elisa, Félix y Eva han encargado tres pizzas. Elisa se comió $\frac{2}{3}$ del total; Félix, $\frac{1}{2}$, y Eva, $\frac{5}{6}$.

a. Ordena la cantidad de pizza que han tomado los tres amigos de mayor a menor.

$$\frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{4}{6}, \frac{3}{6}, \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{5}{6} > \frac{2}{3} > \frac{1}{2}$$

b. ¿Quién ha tomado más pizza? ¿Y quién menos?

Eva ha tomado más pizza y Félix el que menos.

- 10 Cuatro mensajeros se han repartido un cierto número de paquetes para entregar. David se ha encargado de $\frac{1}{3}$ de los paquetes, Ángela de $\frac{5}{25}$, Lucía de $\frac{3}{10}$ y Miguel de $\frac{2}{12}$.

a. Ordena de mayor a menor la cantidad de paquetes entregados.

$$\frac{1}{3}, \frac{5}{25}, \frac{3}{10}, \frac{2}{12} \Rightarrow \frac{100}{300}, \frac{60}{300}, \frac{90}{300}, \frac{50}{300} \Rightarrow \frac{100}{300} > \frac{90}{300} > \frac{60}{300} > \frac{50}{300} \Rightarrow \frac{1}{3} > \frac{3}{10} > \frac{5}{25} > \frac{2}{12}$$

b. ¿Quién ha repartido más paquetes? ¿Y quién menos?

David es el que ha repartido más paquetes y Miguel es el que menos.

- 11 Demuestra las siguientes expresiones con ejemplos:

a. Si $\frac{a}{b} < \frac{a}{c} < \frac{a}{d}$, ¿podemos afirmar que $\frac{b}{a} > \frac{c}{a} > \frac{d}{a}$?

Sí, es cierto. Por ejemplo:

$$\frac{2}{3} < \frac{4}{3} < \frac{8}{3} \text{ y } \frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \frac{3}{8} \Rightarrow \frac{12}{8}, \frac{6}{8}, \frac{3}{8} \Rightarrow \frac{12}{8} > \frac{6}{8} > \frac{3}{8} \Rightarrow \frac{3}{2} > \frac{3}{4} > \frac{3}{8}$$

b. Si $\frac{a}{b} < \frac{c}{d} < \frac{e}{f}$, ¿ocurriría que $\frac{b}{a} > \frac{d}{c} > \frac{f}{e}$?

Sí, es cierto. Por ejemplo:

$$\frac{1}{2} < \frac{2}{3} < \frac{3}{4} \text{ y } 2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{12}{6}, \frac{9}{6}, \frac{8}{6} \Rightarrow \frac{12}{6} > \frac{9}{6} > \frac{8}{6} \Rightarrow 2 > \frac{3}{2} > \frac{4}{3}$$

SOLUCIONES PÁG. 65

SUMA Y RESTA DE FRACCIONES

12 Realiza las siguientes operaciones, indicando el resultado como fracción irreducible:

$$a. \frac{3}{18} + \frac{4}{15} + \frac{10}{3} = \frac{1}{6} + \frac{4}{15} + \frac{10}{3} = \frac{5}{30} + \frac{8}{30} + \frac{100}{30} = \frac{113}{30}$$

$$b. -\frac{45}{20} - \frac{90}{50} - \frac{39}{9} = -\frac{9}{4} - \frac{9}{5} - \frac{13}{3} = -\frac{135}{60} - \frac{108}{60} - \frac{260}{60} = -\frac{503}{60}$$

$$c. \frac{2}{18} + \frac{6}{12} - \frac{4}{15} = \frac{1}{9} + \frac{1}{2} - \frac{4}{15} = \frac{10}{90} + \frac{45}{90} - \frac{24}{90} = \frac{31}{90}$$

$$d. -\frac{10}{35} - \frac{20}{50} + \frac{15}{140} = -\frac{2}{7} - \frac{2}{5} + \frac{3}{28} = -\frac{280}{980} - \frac{392}{980} + \frac{105}{980} = -\frac{567}{980} = -\frac{81}{140}$$

$$e. \frac{240}{135} + \frac{630}{585} + \frac{120}{25} = \frac{16}{9} + \frac{14}{13} + \frac{24}{5} = \frac{1040}{585} + \frac{630}{585} + \frac{2808}{585} = \frac{4478}{585}$$

$$f. \frac{19}{4} - \frac{5}{12} - \frac{9}{20} = \frac{285}{60} - \frac{25}{60} - \frac{27}{60} = \frac{233}{60}$$

13 Efectúa las siguientes sumas y restas de fracciones y simplifica el resultado:

$$a. \frac{3}{4} - \frac{2}{3} - \left(\frac{15}{22} + \frac{12}{33} \right) = \frac{9}{12} - \frac{8}{12} - \left(\frac{45}{66} + \frac{24}{66} \right) = \frac{1}{12} - \frac{69}{66} = \frac{1}{12} - \frac{23}{22} = \frac{11}{132} - \frac{138}{132} = -\frac{127}{132}$$

$$b. -\left(-\frac{7}{8} \right) + \left(-\frac{4}{5} - \frac{6}{18} \right) = \frac{7}{8} + \left(-\frac{4}{5} - \frac{2}{6} \right) = \frac{7}{8} + \left(-\frac{24}{30} - \frac{10}{30} \right) = \frac{7}{8} + \left(-\frac{34}{30} \right) = \frac{7}{8} - \frac{17}{15} =$$

$$= \frac{105}{120} - \frac{136}{120} = -\frac{31}{120}$$

$$c. \frac{6}{7} - \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{6} \right) - \left(-\frac{7}{5} \right) = \frac{6}{7} - \left(\frac{9}{12} + \frac{10}{12} \right) + \frac{7}{5} = \frac{6}{7} - \frac{19}{12} + \frac{7}{5} = \frac{360}{420} - \frac{665}{420} + \frac{588}{420} = \frac{283}{420}$$

$$d. \left(5 - \frac{3}{8} \right) - \left(-\frac{8}{5} - \frac{3}{20} \right) = \left(\frac{40}{8} - \frac{3}{8} \right) - \left(-\frac{32}{20} - \frac{3}{20} \right) = \frac{37}{8} - \left(-\frac{35}{20} \right) = \frac{37}{8} + \frac{35}{20} =$$

$$= \frac{185}{40} + \frac{70}{40} = \frac{255}{40} = \frac{51}{8}$$

$$e. \frac{16}{3} - 4 + \left(-\frac{5}{2} \right) \frac{16}{3} - 4 - \frac{5}{2} = \frac{32}{6} - \frac{24}{6} - \frac{15}{6} = -\frac{7}{6}$$

$$f. 5 - \frac{4}{9} - 3 + \frac{12}{30} = 2 - \frac{4}{9} + \frac{2}{5} = \frac{90}{45} - \frac{20}{45} + \frac{18}{45} = \frac{88}{45}$$

$$g. \frac{9}{12} - \frac{12}{20} - \frac{18}{15} + 3 = \frac{3}{4} - \frac{3}{5} - \frac{6}{5} + 3 = \frac{3}{4} - \frac{9}{5} + 3 = \frac{15}{20} - \frac{36}{20} + \frac{60}{20} = \frac{39}{20}$$

$$h. -\left(\frac{2}{9} - \frac{4}{5} \right) - 9 = -\frac{2}{9} + \frac{4}{5} - 9 = -\frac{10}{45} + \frac{36}{45} - \frac{405}{45} = -\frac{379}{45}$$

14 Verónica quiere repartir 300 € entre sus tres hijas, de modo que Esther recibe $\frac{2}{5}$ del total, Ana $\frac{2}{3}$ del total y a María le corresponde $\frac{1}{4}$ del total.

a. ¿Podría hacerse el reparto como quiere Verónica?

$$\frac{2}{5} \cdot 300 = 120 \quad \frac{2}{3} \cdot 300 = 200 \quad \frac{1}{4} \cdot 300 = 75$$

Esther recibiría 120 €, Ana 200 € y María 75 €. No es posible ese reparto porque no tiene 395 €.

b. ¿Y si Esther obtiene $\frac{2}{5}$, Ana $\frac{1}{2}$, y María $\frac{1}{10}$?

$$\frac{2}{5} \cdot 300 = 120 \quad \frac{1}{2} \cdot 300 = 150 \quad \frac{1}{10} \cdot 300 = 30$$

Esther recibiría 120 €, Ana 150 € y María 30 €. Este reparto sí es posible.

c. Si finalmente se lo piensa mejor y reparte $\frac{2}{9}$ a Esther, $\frac{2}{7}$ a Ana y $\frac{1}{7}$ a María, ¿cuánto dinero recibe cada hija?

$$\frac{2}{9} \cdot 300 = 66,66 \quad \frac{2}{7} \cdot 300 = 85,7 \quad \frac{1}{7} \cdot 300 = 42,85$$

Esther recibiría aproximadamente 66,66 €, Ana 85,7 € y María 42,85 €.

d. ¿En cuál de las tres situaciones sobra o falta dinero?

En la primera situación falta dinero, en la segunda se reparte todo el dinero y en la tercera sobra dinero.

15 Pedro necesita comprar $\frac{3}{4}$ de kilo de judías verdes para hacer la comida. El dependiente le dice que solo le queda $\frac{1}{3}$, ya que es el final de jornada.

a. ¿Cuánto le falta para tener la cantidad que necesita?

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{3} = \frac{9}{12} - \frac{4}{12} = \frac{5}{12}$$

Le falta $\frac{5}{12}$ de kilo.

- b. Luisa, que acaba de comprar también judías verdes, le dice que ella le puede dar $\frac{2}{5}$ de kilo. ¿Será suficiente con esto para que Pedro llegue a casa con sus $\frac{3}{4}$ de kilo de judías verdes? ¿Cuánto le falta o le sobra?

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{5}{15} + \frac{6}{15} = \frac{11}{15}$$

$$\frac{3}{4}, \frac{11}{15} \Rightarrow \frac{45}{60}, \frac{44}{60}$$

No es suficiente, le sigue faltando $\frac{1}{60}$ de kilo.

MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE FRACCIONES

- 16 Escribe como fracción e indica el valor de las siguientes expresiones en las unidades que se indican:

a. Un cuarto de hora en minutos. $\frac{1}{4}$ de hora = $\frac{1}{4} \cdot 60 = 15$ min

b. Medio día en horas. $\frac{1}{2}$ de día = $\frac{1}{2} \cdot 24 = 12$ h

c. Un sexto de año en meses. $\frac{1}{6}$ de año = $\frac{1}{6} \cdot 12 = 2$ meses

d. Un quinto de litro en centilitros. $\frac{1}{5}$ de litro = $\frac{1}{5} \cdot 100 = 20$ cL

- 17 Realiza las siguientes operaciones en las que las fracciones aparecen como operador:

a. $\frac{5}{15}$ de 450 = $\frac{5}{15} \cdot 450 = \frac{1}{3} \cdot 450 = 150$

b. $\frac{8}{42}$ de 945 = $\frac{8}{42} \cdot 945 = \frac{4}{21} \cdot 945 = 180$

c. $\frac{12}{20}$ de 820 = $\frac{12}{20} \cdot 820 = 6 \cdot 82 = 492$

d. $\frac{3}{23}$ de 966 = $\frac{3}{23} \cdot 966 = 3 \cdot 42 = 126$

e. $\frac{1}{4}$ de 64 = $\frac{1}{4} \cdot 64 = 16$

f. $\frac{5}{7}$ de 84 = $\frac{5}{7} \cdot 84 = 5 \cdot 12 = 60$

18 Efectúa las operaciones propuestas como en el ejemplo, resolviendo las divisiones como multiplicaciones por la inversa y simplificando el resultado.

$$a. \frac{69}{88} \cdot \frac{16}{3} : \left(-\frac{4}{121}\right) = \frac{\cancel{3} \cdot 23}{\cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{11}} \cdot \frac{\cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2}}{\cancel{3}} \cdot \left(-\frac{\cancel{11} \cdot 11}{\cancel{2} \cdot 2}\right) = \frac{-23 \cdot 11}{2} = -\frac{253}{2}$$

$$b. \frac{55}{90} : (-33) \cdot \left(-\frac{18}{10}\right) = \frac{\cancel{5} \cdot \cancel{11}}{\cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{5}} \cdot \left(-\frac{1}{3 \cdot \cancel{11}}\right) \cdot \left(-\frac{\cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3}}{2 \cdot 5}\right) = \frac{1}{30}$$

$$c. \frac{98}{72} : \frac{48}{66} : \left(-\frac{30}{45}\right) = \frac{\cancel{2} \cdot 7 \cdot 7}{\cancel{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \cancel{3}} \cdot \frac{\cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot 11}{\cancel{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \cancel{3}} \cdot \left(-\frac{\cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{5}}{2 \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{5}}\right) = -\frac{539}{192}$$

$$d. -\frac{300}{75} : \frac{115}{95} : \frac{6}{10} = -\frac{2 \cdot 2 \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{5}}{\cancel{3} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{5}} \cdot \frac{\cancel{5} \cdot 19}{\cancel{5} \cdot 23} \cdot \frac{\cancel{2} \cdot 5}{\cancel{2} \cdot 3} = -\frac{380}{69}$$

$$e. -\frac{147}{20} : \frac{70}{9} \cdot \frac{10}{7} = -\frac{3 \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{7}}{\cancel{2} \cdot 2 \cdot \cancel{5}} \cdot \frac{3 \cdot 3}{2 \cdot 5 \cdot \cancel{7}} \cdot \frac{\cancel{2} \cdot \cancel{5}}{\cancel{7}} = -\frac{27}{20}$$

$$f. \frac{72}{75} \cdot \frac{15}{20} : \left(-\frac{4}{3}\right) = \frac{\cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot 3}{\cancel{3} \cdot \cancel{5} \cdot 5} \cdot \frac{3 \cdot \cancel{5}}{\cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot 5} \cdot \left(-\frac{3}{\cancel{2} \cdot 2}\right) = -\frac{27}{50}$$

19 Simplifica hasta la fracción irreducible el resultado de las siguientes multiplicaciones y divisiones de fracciones:

$$a. \left(\frac{19}{3} \cdot \frac{27}{25} : \frac{5}{6}\right) : \left(-\frac{4}{3}\right) = \left(\frac{19 \cdot 27 \cdot 6}{3 \cdot 25 \cdot 5}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{3078}{375} \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) = -\frac{9234}{1500} = -\frac{4617}{750} = -\frac{1539}{250}$$

$$b. \frac{58}{32} : (-6) : \frac{7}{8} : (-4) = \frac{29}{16} \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) \cdot \frac{8}{7} \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{232}{2688} = \frac{58}{672} = \frac{29}{336}$$

$$c. -\frac{88}{30} : \left(-\frac{16}{15}\right) \cdot \frac{5}{132} = -\frac{44}{15} \cdot \left(-\frac{15}{16}\right) \cdot \frac{5}{132} = \frac{220}{2112} = \frac{5}{48}$$

$$d. \frac{100}{250} : \frac{45}{75} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{2}{5} \cdot \frac{75}{45} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{3} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{20}{45} = -\frac{4}{9}$$

$$e. \left(\frac{1}{5} \cdot \frac{9}{12}\right) : \left(-\frac{35}{60}\right) = \frac{9}{60} \cdot \left(-\frac{60}{35}\right) = -\frac{9}{35}$$

$$f. -\frac{75}{40} : \left(\frac{35}{60} \cdot \frac{38}{28}\right) = -\frac{15}{8} : \left(\frac{7}{12} \cdot \frac{19}{14}\right) = -\frac{15}{8} \cdot \frac{24}{19} = -\frac{45}{19}$$

20 Claudia tiene ahorrados 180 €. Se ha gastado $\frac{1}{20}$ en una entrada para el cine, $\frac{1}{3}$ en un juego para la videoconsola, $\frac{4}{45}$ en un libro de aventuras y $\frac{2}{15}$ en una mochila. Si luego se fue a comprar una blusa y unos pantalones y le han sobrado 21 €:

a. ¿Qué fracción se ha gastado en ropa?

$$\frac{1}{20} \cdot 180 = 9 \text{ € en la entrada para el cine.}$$

$$\frac{1}{3} \cdot 180 = 60 \text{ € en el juego para la videoconsola.}$$

$$\frac{4}{45} \cdot 180 = 16 \text{ € en el libro de aventuras.}$$

$$\frac{2}{15} \cdot 180 = 24 \text{ € en la mochila.}$$

En total se ha gastado: $9 + 60 + 16 + 24 = 109$

Al dinero que tenía horrado le restamos lo que se ha gastado y lo que le ha sobrado para obtener lo que se ha gastado en ropa:

$$180 - (109 + 21) = 50 \text{ €}$$

$$\frac{50}{180} = \frac{5}{18} \text{ es la fracción que se ha gastado en ropa.}$$

b. ¿Cuánto dinero le ha valido cada compra?

La entrada de cine le ha costado 9 €, el juego para la videoconsola 60 €, el libro 16 €, la mochila 24 € y la ropa 50 €.

SOLUCIONES PÁG. 66

21 Una empresa emplea los $\frac{2}{7}$ de sus beneficios para pagar a sus empleados, $\frac{3}{8}$ para adquirir maquinaria y $\frac{1}{6}$ para emprender nuevos proyectos. Si sus beneficios ascienden a 21 000 000 €:

a. ¿Qué fracción de los beneficios quedaría?

$$\frac{2}{7} \cdot 21\,000\,000 = 6\,000\,000 \text{ € emplea para pagar a sus empleados.}$$

$$\frac{3}{8} \cdot 21\,000\,000 = 7\,875\,000 \text{ € para adquirir maquinaria.}$$

$$\frac{1}{6} \cdot 21\,000\,000 = 3\,500\,000 \text{ € para emprender nuevos proyectos.}$$

$$\text{El gasto total es: } 6\,000\,000 + 7\,875\,000 + 3\,500\,000 = 17\,375\,000$$

$$\text{El dinero que queda como beneficio es: } 21\,000\,000 - 17\,375\,000 = 3\,625\,000 \text{ €,}$$

$$\text{que corresponde a la fracción } \frac{3\,625\,000}{21\,000\,000} = \frac{29}{168}.$$

b. ¿Cuánto dinero se ha empleado para el pago a los empleados, para la adquisición de maquinaria y para los nuevos proyectos?

Para pagar a los empleados 6 000 000 €, para la adquisición de maquinaria 7 875 000 € y para emprender nuevos proyectos 3 500 000 €.

22 De la comida que hay en la nevera, $\frac{1}{3}$ son alimentos sólidos. De estos, $\frac{1}{2}$ son vegetales, de los cuales $\frac{3}{5}$ son frutas, y de ellas $\frac{2}{5}$ son manzanas.

a. ¿Qué fracción del total son manzanas?

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{1}{25} \text{ del total son manzanas.}$$

b. Si en la nevera hay 150 alimentos, indica cuántos son sólidos, cuántos vegetales, cuántas frutas y cuántas manzanas.

$$\frac{1}{3} \cdot 150 = 50 \text{ son alimentos sólidos.}$$

$$\frac{1}{2} \cdot 50 = 25 \text{ son vegetales.}$$

$$\frac{3}{5} \cdot 25 = 15 \text{ son frutas.}$$

Hay 50 alimentos; 25 son vegetales; 15 son frutas y 6 son manzanas.

POTENCIAS Y RAÍCES DE FRACCIONES

23 Calcula estas potencias de fracciones:

$$\text{a. } \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{125}{216}$$

$$\text{b. } \left(-\frac{6}{5}\right)^4 = \frac{1\,296}{625}$$

$$\text{c. } -\left(\frac{7}{11}\right)^3 = -\frac{343}{1331}$$

24 Calcula y simplifica las siguientes expresiones con potencias y raíces:

$$\text{a. } \left(\frac{8}{11}\right)^3 \cdot \left(\frac{8}{11}\right)^2 : \left(\frac{8}{11}\right)^7 = \left(\frac{8}{11}\right)^{3+2-7} = \left(\frac{8}{11}\right)^{-2} = \left(\frac{11}{8}\right)^2 = \frac{121}{64}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } \left(\frac{1}{3}\right)^3 : \left(\frac{5}{12}\right)^3 : \left(\frac{4}{5}\right)^5 &= \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{12}\right)^3 : \left(\frac{4}{5}\right)^5 = \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{12}{5}\right)^3 : \left(\frac{4}{5}\right)^5 = \left(\frac{4}{5}\right)^3 : \left(\frac{4}{5}\right)^5 = \\ &= \left(\frac{4}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{4}\right)^2 = \frac{25}{16} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c. } \sqrt{\frac{45}{26}} \cdot \sqrt{\frac{70}{39}} : \sqrt{\frac{8}{42}} &= \sqrt{\frac{45 \cdot 70 \cdot 42}{26 \cdot 39 \cdot 8}} = \sqrt{\frac{5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 3}{2 \cdot 13 \cdot 3 \cdot 13 \cdot 2 \cdot 4}} = \sqrt{\frac{5^2 \cdot 3^2 \cdot 7^2}{13^2 \cdot 2^2}} = \\ &= \frac{5 \cdot 3 \cdot 7}{13 \cdot 2} = \frac{105}{26} \end{aligned}$$

$$\text{d. } \sqrt{\frac{38}{33}} \cdot \sqrt{\frac{66}{8}} : \sqrt{\frac{22}{15}} = \sqrt{\frac{38 \cdot 66 \cdot 15}{33 \cdot 8 \cdot 22}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 19 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 3 \cdot 5}{3 \cdot 11 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 11}} = \sqrt{\frac{285}{44}}$$

$$\text{e. } \left(-\frac{21}{56}\right)^2 : \left(-\frac{21}{56}\right)^3 = \left(-\frac{21}{56}\right)^{-1} = -\frac{56}{21} = -\frac{8}{3}$$

$$\text{f. } \left[\left(\frac{5}{3}\right)^2\right]^{-3} : \left(\frac{10}{9}\right)^{-6} = \left(\frac{5}{3}\right)^{-6} : \left(\frac{10}{9}\right)^{-6} = \left(\frac{5}{3} \cdot \frac{10}{9}\right)^{-6} = \left(\frac{5 \cdot 9}{3 \cdot 10}\right)^{-6} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-6} = \left(\frac{2}{3}\right)^6 = \frac{64}{729}$$

$$\text{g. } \sqrt{\frac{18}{30}} \cdot \sqrt{\frac{45}{363}} = \sqrt{\frac{18 \cdot 45}{30 \cdot 363}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 11}} = \frac{3}{11}$$

$$\text{h. } \left(\sqrt{\frac{8}{243}}\right)^2 = \frac{8}{243}$$

25 Copia y completa en tu cuaderno las siguientes expresiones para que sean correctas:

$$\text{a. } \left(\frac{2}{9}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{9}\right)^9 : \left(\frac{A}{B}\right)^4 = \left(\frac{2}{9}\right)^4$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{2}{9}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{9}\right)^9 : \left(\frac{A}{B}\right)^4 &= \left(\frac{2}{9}\right)^4 \Rightarrow \left(\frac{2}{9}\right)^{12} : \left(\frac{A}{B}\right)^4 = \left(\frac{2}{9}\right)^4 \Rightarrow \left(\frac{2}{9}\right)^{12} : \left(\frac{2}{9}\right)^4 = \left(\frac{A}{B}\right)^4 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left(\frac{2}{9}\right)^8 = \left(\frac{A}{B}\right)^4 \Rightarrow \left[\left(\frac{2}{9}\right)^2\right]^4 = \left(\frac{A}{B}\right)^4 \Rightarrow \left(\frac{4}{81}\right)^4 = \left(\frac{A}{B}\right)^4 \end{aligned}$$

$$A = 4, B = 81$$

$$b. \left(\frac{6}{5}\right)^5 : \left(\frac{36}{75}\right)^5 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^C = \frac{125}{D}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{6}{5}\right)^5 : \left(\frac{36}{75}\right)^5 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^C &= \frac{125}{D} \Rightarrow \left(\frac{6 \cdot 75}{5 \cdot 36}\right)^5 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^C = \frac{125}{D} \Rightarrow \left(\frac{5}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^C = \frac{125}{D} \Rightarrow \\ \Rightarrow \left(\frac{5}{2}\right)^{5+C} &= \left(\frac{5}{D}\right)^3 \Rightarrow \{5+C=3 \Rightarrow C=-2 \end{aligned}$$

$$C = -2, D = 2$$

$$c. \left[\left(\frac{5}{6}\right)^4\right]^{10} : \left[\left(\frac{E}{F}\right)^5\right]^8 = \left[\left(\frac{6 \cdot 15}{21 \cdot 4}\right)^{20}\right]^2$$

$$\begin{aligned} \left[\left(\frac{5}{6}\right)^4\right]^{10} : \left[\left(\frac{E}{F}\right)^5\right]^8 &= \left[\left(\frac{6 \cdot 15}{21 \cdot 4}\right)^{20}\right]^2 \Rightarrow \left(\frac{5}{6}\right)^{40} : \left(\frac{E}{F}\right)^{40} = \left(\frac{15}{14}\right)^{40} \Rightarrow \\ \Rightarrow \left(\frac{5}{6} : \frac{E}{F}\right)^{40} &= \left(\frac{15}{14}\right)^{40} \Rightarrow \frac{5}{6} : \frac{E}{F} = \frac{15}{14} \Rightarrow \frac{5}{6} \cdot \frac{14}{14} = \frac{E}{F} \Rightarrow \frac{5 \cdot 14}{6 \cdot 15} = \frac{E}{F} \Rightarrow \frac{7}{9} = \frac{E}{F} \end{aligned}$$

$$E = 7, F = 9$$

OPERACIONES COMBINADAS CON FRACCIONES

26 Realiza con la calculadora las operaciones propuestas, anotando en el cuaderno la secuencia de teclas que utilizas. Indica el resultado final en forma de fracción (en el caso de que aparezca en pantalla un número mixto, pásalo a fracción impropia).

$$a. \frac{3}{5} - \frac{17}{21} + \frac{4}{7} = \frac{63}{105} - \frac{85}{105} + \frac{60}{105} = \frac{38}{105}$$

$$3 \boxed{a/b/c} 5 \boxed{-} 17 \boxed{a/b/c} 21 \boxed{+} 4 \boxed{a/b/c} 7 \boxed{=}$$

$$b. \frac{12}{7} + \frac{6}{11} - \frac{3}{2} = \frac{264}{154} + \frac{84}{154} - \frac{231}{154} = \frac{117}{154}$$

$$12 \boxed{a/b/c} 7 \boxed{+} 6 \boxed{a/b/c} 11 \boxed{-} 3 \boxed{a/b/c} 2 \boxed{=}$$

$$c. \left(\frac{12}{15} - \frac{6}{45}\right) : \frac{2}{7} \left(\frac{4}{5} - \frac{2}{15}\right) : \frac{2}{7} = \left(\frac{12}{15} - \frac{2}{15}\right) : \frac{2}{7} = \frac{2}{3} : \frac{2}{7} = \frac{7}{3}$$

$$\boxed{(} 12 \boxed{a/b/c} 15 \boxed{-} 6 \boxed{a/b/c} 45 \boxed{)} \boxed{+} 2 \boxed{a/b/c} 7 \boxed{=} \boxed{SHIFT} \boxed{/c}$$

$$d. \left(\frac{4}{5} - \frac{3}{8}\right) \cdot \left(\frac{1}{6} + \frac{10}{3}\right) \left(\frac{32}{40} - \frac{15}{40}\right) \cdot \left(\frac{3}{18} + \frac{60}{18}\right) = \frac{17}{40} \cdot \frac{63}{18} = \frac{119}{80}$$

$$\boxed{(} 4 \boxed{a/b/c} 5 \boxed{-} 3 \boxed{a/b/c} 8 \boxed{)} \boxed{\times} \boxed{(} 1 \boxed{a/b/c} 6 \boxed{+} 10 \boxed{a/b/c} 3 \boxed{=} \boxed{=}$$

27 Halla la fracción irreducible que resulta de calcular las siguientes expresiones. Comprueba los resultados con ayuda de la calculadora.

$$\text{a. } \frac{6}{45} : \left(\frac{5}{25} + \frac{7}{75} \right) = \frac{2}{15} : \left(\frac{15}{75} + \frac{7}{75} \right) = \frac{2}{15} : \frac{22}{75} = \frac{2}{15} \cdot \frac{75}{22} = \frac{5}{11}$$

$$\text{b. } -\frac{63}{6} \cdot \left(\frac{5}{3} + \frac{3}{7} \right) = -\frac{21}{2} \cdot \left(\frac{35}{21} + \frac{9}{21} \right) = -\frac{21}{2} \cdot \frac{44}{21} = -22$$

$$\begin{aligned} \text{c. } \frac{6}{32} : \frac{5}{8} - \frac{5}{4} : \left(\frac{8}{7} - \frac{10}{8} \right) &= \frac{3}{16} \cdot \frac{8}{5} - \frac{5}{4} : \left(\frac{64}{56} - \frac{70}{56} \right) = \frac{3}{10} - \frac{5}{4} : \left(-\frac{6}{56} \right) = \frac{3}{10} - \frac{5}{4} \cdot \left(-\frac{28}{3} \right) = \\ &= \frac{3}{10} + \frac{35}{3} = \frac{9}{30} + \frac{350}{30} = \frac{359}{30} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d. } -\frac{3}{20} - \left(\frac{12}{9} : \frac{5}{12} - \frac{40}{18} \right) - \frac{3}{20} - \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{12}{5} - \frac{20}{9} \right) &= -\frac{3}{20} - \left(\frac{16}{5} - \frac{20}{9} \right) = \\ &= -\frac{3}{20} - \left(\frac{144}{45} - \frac{100}{45} \right) = -\frac{3}{20} - \frac{44}{45} = -\frac{27}{180} - \frac{176}{180} = -\frac{203}{180} \end{aligned}$$

$$\text{e. } \frac{5}{72} - \frac{2}{60} \cdot (-6) = \frac{5}{72} - \frac{1}{30} \cdot (-6) = \frac{5}{72} + \frac{1}{5} = \frac{25}{360} + \frac{72}{360} = \frac{97}{360}$$

$$\text{f. } \left(\frac{7}{75} - \frac{3}{45} \right) : \frac{8}{12} = \left(\frac{21}{225} - \frac{15}{225} \right) : \frac{8}{12} = \frac{6}{225} \cdot \frac{12}{8} = \frac{1}{25}$$

$$\begin{aligned} \text{g. } 5 \cdot \left(\frac{6}{7} - \frac{9}{8} : \frac{1}{12} \right) &= 5 \cdot \left(\frac{6}{5} - \frac{9}{8} \cdot 12 \right) = 5 \cdot \left(\frac{6}{5} - \frac{27}{2} \right) = 5 \cdot \left(\frac{12}{10} - \frac{135}{10} \right) = \\ &= 5 \cdot \left(-\frac{123}{10} \right) = -\frac{123}{2} \end{aligned}$$

$$\text{h. } \frac{20}{15} - \frac{45}{65} \cdot \left(-\frac{2}{3} \right) = \frac{4}{3} - \frac{9}{13} \cdot \left(-\frac{2}{3} \right) = \frac{4}{3} + \frac{6}{13} = \frac{52}{39} + \frac{18}{39} = \frac{70}{39}$$

28 Realiza las siguientes operaciones combinadas con fracciones. Comprueba los resultados con ayuda de la calculadora.

$$\text{a. } \frac{5}{6} - \left[\frac{1}{6} : \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{6} \right) - \frac{12}{5} \right] - \left(\frac{9}{8} - \frac{1}{3} : 2 \right)$$

$$\begin{aligned} \frac{5}{6} - \left[\frac{1}{6} : \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{6} \right) - \frac{12}{5} \right] - \left(\frac{9}{8} - \frac{1}{3} : 2 \right) &= \frac{5}{6} - \left[\frac{1}{6} : \left(\frac{6}{30} - \frac{5}{30} \right) - \frac{12}{5} \right] - \left(\frac{9}{8} - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \right) = \\ &= \frac{5}{6} - \left[\frac{1}{6} : \frac{1}{30} - \frac{12}{5} \right] - \left(\frac{9}{8} - \frac{1}{6} \right) = \frac{5}{6} - \left(5 - \frac{12}{5} \right) - \left(\frac{27}{24} - \frac{4}{24} \right) = \\ &= \frac{5}{6} - \left(\frac{25}{5} - \frac{12}{5} \right) - \frac{23}{24} = \frac{5}{6} - \frac{13}{5} - \frac{23}{24} = \frac{100}{120} - \frac{312}{120} - \frac{115}{120} = -\frac{327}{120} = -\frac{109}{40} \end{aligned}$$

$$\text{b. } \frac{5}{2} - \frac{11}{6} + 4 : \frac{7}{2} - \frac{5}{14} + (-3)^2$$

$$\begin{aligned} \frac{5}{2} - \frac{11}{6} + 4 : \frac{7}{2} - \frac{5}{14} + (-3)^2 &= \frac{15}{6} - \frac{11}{6} + 4 \cdot \frac{2}{7} - \frac{5}{14} + 9 = \frac{4}{6} + \frac{8}{7} - \frac{5}{14} + 9 = \\ &= \frac{28}{42} + \frac{48}{42} - \frac{15}{42} + \frac{378}{42} = \frac{439}{42} \end{aligned}$$

$$\text{c. } \left(\frac{7}{5} + \frac{3}{4} - 3 - \frac{2}{8} \right) : \left(\frac{5}{6} + \frac{2}{15} \right) : \frac{4}{5} - \frac{2}{3}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{7}{5} + \frac{3}{4} - 3 - \frac{2}{8} \right) : \left(\frac{5}{6} + \frac{2}{15} \right) : \frac{4}{5} - \frac{2}{3} &= \left(\frac{56}{40} + \frac{30}{40} - \frac{120}{40} - \frac{10}{40} \right) : \left(\frac{25}{30} + \frac{4}{30} \right) : \frac{4}{5} - \frac{2}{3} = \\ &= -\frac{44}{40} : \frac{29}{30} : \frac{4}{5} - \frac{2}{3} = -\frac{11}{10} \cdot \frac{30}{29} \cdot \frac{5}{4} - \frac{2}{3} = -\frac{165}{116} - \frac{2}{3} = -\frac{495}{348} - \frac{232}{348} = -\frac{727}{348} \end{aligned}$$

$$\text{d. } \left(-\frac{5}{2} \right)^3 - \left[\frac{7}{4} - \frac{8}{9} : \frac{18}{12} + \left(\frac{1}{2} \right)^2 \right] \cdot \left(\frac{4}{6} - \frac{6}{4} \right)$$

$$\begin{aligned} \left(-\frac{5}{2} \right)^3 - \left[\frac{7}{4} - \frac{8}{9} : \frac{18}{12} + \left(\frac{1}{2} \right)^2 \right] \cdot \left(\frac{4}{6} - \frac{6}{4} \right) &= -\frac{125}{8} - \left[\frac{7}{4} - \frac{8}{9} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{4} \right] \cdot \left(\frac{8}{12} - \frac{18}{12} \right) = \\ &= -\frac{125}{8} - \left[\frac{7}{4} - \frac{16}{27} + \frac{1}{4} \right] \cdot \left(-\frac{10}{12} \right) = -\frac{125}{8} - \left(\frac{8}{4} - \frac{16}{27} \right) \cdot \left(-\frac{5}{6} \right) = \\ &= -\frac{125}{8} - \left(\frac{216}{108} - \frac{64}{108} \right) \cdot \left(-\frac{5}{6} \right) = -\frac{125}{8} - \frac{152}{108} \cdot \left(-\frac{5}{6} \right) = -\frac{125}{8} - \frac{38}{27} \cdot \left(-\frac{5}{6} \right) = \\ &= -\frac{125}{8} + \frac{95}{81} = -\frac{10125}{648} + \frac{760}{648} = -\frac{9365}{648} \end{aligned}$$

SOLUCIONES PÁG. 67

29 Efectúa las siguientes operaciones combinadas y simplifica el resultado.

$$\text{a. } \left(\frac{6}{7} \right)^3 : \left(\frac{6}{7} \right)^2 - \frac{65}{18} \cdot \frac{12}{39} + \left(-\frac{9}{5} \right)^3 \cdot \left(-\frac{9}{5} \right)^{-5}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{6}{7} \right)^3 : \left(\frac{6}{7} \right)^2 - \frac{65}{18} \cdot \frac{12}{39} + \left(-\frac{9}{5} \right)^3 \cdot \left(-\frac{9}{5} \right)^{-5} &= \frac{6}{7} - \frac{10}{9} + \left(-\frac{9}{5} \right)^{-2} = \\ &= \frac{54}{63} - \frac{70}{63} + \left(-\frac{5}{9} \right)^2 = -\frac{16}{63} + \frac{25}{81} = -\frac{144}{567} + \frac{175}{567} = \frac{31}{567} \end{aligned}$$

$$\text{b. } \frac{28}{60} - \frac{5}{36} \cdot \left(-\frac{27}{75} \right) + \sqrt{\frac{256}{625}} + 20 : (-8)$$

$$\begin{aligned} \frac{28}{60} - \frac{5}{36} \cdot \left(-\frac{27}{75} \right) + \sqrt{\frac{256}{625}} + 20 : (-8) &= \frac{7}{15} - \frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{1}{5} \right) + \frac{16}{25} + \left[20 \cdot \left(-\frac{1}{8} \right) \right] = \\ &= \frac{7}{15} + \frac{1}{20} + \frac{16}{25} - \frac{5}{2} = \frac{140}{300} + \frac{15}{300} + \frac{192}{300} - \frac{750}{300} = -\frac{403}{300} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c. } & \frac{\left(\frac{36}{56} - \frac{5}{75}\right) : \frac{11}{5} - \frac{4}{3}}{\frac{11}{9} \cdot \frac{18}{33} - \frac{3}{36} + \left(\frac{6}{18} - \frac{4}{20}\right)} \cdot \left(\frac{7}{25} - \frac{3}{5}\right) \\
 & \frac{\left(\frac{36}{56} - \frac{5}{75}\right) : \frac{11}{5} - \frac{4}{3}}{\frac{11}{9} \cdot \frac{18}{22} - \frac{3}{36} + \left(\frac{6}{18} - \frac{4}{20}\right)} \cdot \left(\frac{7}{25} - \frac{3}{5}\right) = \frac{\left(\frac{9}{14} - \frac{1}{15}\right) \cdot \frac{5}{11} - \frac{4}{3}}{1 - \frac{1}{12} + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right)} \cdot \left(\frac{7}{25} - \frac{15}{25}\right) = \\
 & = \frac{\left(\frac{135}{210} - \frac{14}{210}\right) \cdot \frac{5}{11} - \frac{4}{3}}{1 - \frac{1}{12} + \left(\frac{5}{15} - \frac{3}{15}\right)} \cdot \left(-\frac{8}{25}\right) = \frac{\frac{121}{210} \cdot \frac{5}{11} - \frac{4}{3}}{1 - \frac{1}{12} + \frac{2}{15}} \cdot \left(-\frac{8}{25}\right) = \\
 & = \frac{\frac{11}{42} - \frac{4}{3}}{\frac{60}{60} - \frac{5}{60} + \frac{8}{60}} \cdot \left(-\frac{8}{25}\right) = \frac{\frac{11}{42} - \frac{56}{42}}{\frac{63}{60}} \cdot \left(-\frac{8}{25}\right) = \frac{-\frac{45}{42}}{\frac{21}{20}} \cdot \left(-\frac{8}{25}\right) = \\
 & = \frac{-\frac{14}{21}}{\frac{20}{20}} \cdot \left(-\frac{8}{25}\right) = \frac{15}{14} \cdot \frac{21}{20} \cdot \left(-\frac{8}{25}\right) = \frac{\cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot 4 \cdot \cancel{4}}{\cancel{2} \cdot 7 \cdot \cancel{3} \cdot 7 \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{5}} = \frac{16}{49}
 \end{aligned}$$

30 Elena ha invertido $\frac{2}{9}$ de sus ahorros en la compra de un libro, $\frac{1}{8}$ en ir al cine y $\frac{1}{4}$ en salir a cenar.

a. ¿Qué fracción del total le sobró?

$$1 - \left(\frac{2}{9} + \frac{1}{8} + \frac{1}{4}\right) = 1 - \left(\frac{16}{72} + \frac{9}{72} + \frac{18}{72}\right) = 1 - \frac{43}{72} = \frac{72}{72} - \frac{43}{72} = \frac{29}{72}$$

Le sobró $\frac{29}{72}$ del total.

b. Si tenía ahorrado 72 €, ¿qué dinero se gastó en cada una de las acciones?

$$\frac{2}{9} \cdot 72 = 16 \text{ € Se gastó 16 € en el libro.}$$

$$\frac{1}{8} \cdot 72 = 9 \text{ € en ir al cine.}$$

$$\frac{1}{4} \cdot 72 = 18 \text{ € en salir a cenar.}$$

$$72 - (16 + 9 + 18) = 72 - 43 = 29 \text{ € que le sobran.}$$

31 Antonio reparte entre sus amigos su colección de 5 280 cómics de humor. A su amigo Pedro le ha regalado la cuarta parte; a María, de la colección; a Elsa, , y el resto se lo ha dejado a Raúl.

a. ¿Qué parte de la colección le ha correspondido a Raúl?

$$1 - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{3}{8} \right) = 1 - \left(\frac{10}{40} + \frac{8}{40} + \frac{15}{40} \right) = \frac{40}{40} - \frac{33}{40} = \frac{7}{40}$$

A Raúl le corresponde $\frac{7}{40}$ de la colección.

b. ¿Cuántos ejemplares ha recibido cada amigo?

$$\frac{1}{4} \cdot 5\,280 = 1\,320 \text{ cómics para Pedro}$$

$$\frac{1}{5} \cdot 5\,280 = 1\,056 \text{ cómics para María}$$

$$\frac{3}{8} \cdot 5\,280 = 1\,980 \text{ cómics para Elsa}$$

$$\frac{7}{40} \cdot 5\,280 = 924 \text{ cómics para Raúl}$$

32 Teresa quiere repartir las hojas de su archivador entre las siguientes materias: a Matemáticas le ha asignado $\frac{1}{3}$, a Lengua $\frac{5}{12}$, y el resto es para Inglés.

a. ¿Qué parte de las hojas le ha correspondido a la asignatura de Inglés?

$$1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{5}{12} \right) = 1 - \left(\frac{4}{12} + \frac{5}{12} \right) = \frac{12}{12} - \frac{9}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

Para Inglés le ha correspondido $\frac{1}{4}$ de las hojas.

b. ¿Cuántas hojas había en total si 100 de ellas estaban destinadas a Lengua?

$$\text{Si } \frac{5}{12} \text{ de las hojas} = 100 \Rightarrow \text{Hojas totales} = 100 \cdot \frac{12}{5} = 240$$

En total había 240 hojas.

EVALUACIÓN

1 ¿Cuál de las siguientes fracciones no es equivalente a $\frac{10}{12}$?

- a. $\frac{5}{6}$ b. $\frac{6}{5}$ c. $\frac{15}{18}$ d. $\frac{25}{30}$

$$\frac{10}{12} = \frac{5}{6} = \frac{15}{18} = \frac{25}{30}$$

$$5 \cdot 12 = 6 \cdot 10$$

$$6 \cdot 12 \neq 5 \cdot 10$$

$$15 \cdot 12 = 18 \cdot 10$$

$$25 \cdot 12 = 30 \cdot 10$$

2 La fracción equivalente a $\frac{945}{1188}$ es:

- a. $\frac{63}{198}$ b. $\frac{70}{80}$ c. $\frac{70}{88}$ d. $\frac{315}{396}$

$$\frac{945}{1188} = \frac{945:3}{1188:3} = \frac{315:3}{396:3} = \frac{105:3}{132:3} = \frac{35}{44}$$

3 Efectúa esta operación y simplifica el resultado: $\frac{8}{12} : \frac{13}{5} \cdot \left(\frac{7}{2} + \frac{57}{6}\right)$

- a. $\frac{10}{3}$ b. $\frac{10}{507}$ c. $\frac{338}{15}$ d. $\frac{12}{13}$

$$\frac{8}{12} : \frac{13}{5} \cdot \left(\frac{7}{2} + \frac{57}{6}\right) = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{13} \cdot \left(\frac{21}{6} + \frac{57}{6}\right) = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{13} \cdot \frac{78}{6} = \frac{10}{3}$$

4 Considera la siguiente expresión: $\left[\left(-\frac{12}{9}\right)^{-6} \cdot \left(-\frac{12}{9}\right)^5\right] : \left[\left(\frac{10}{7}\right)^4 \cdot \left(\frac{10}{7}\right)^{-5}\right]$. El resultado es una fracción equivalente a una de las propuestas a continuación:

- a. $-\frac{14}{15}$ b. $-\frac{40}{21}$ c. $-\frac{15}{14}$ d. $-\frac{45}{42}$

$$\left[\left(-\frac{12}{9}\right)^{-6} \cdot \left(-\frac{12}{9}\right)^5\right] : \left[\left(\frac{10}{7}\right)^4 \cdot \left(\frac{10}{7}\right)^{-5}\right] = \left(-\frac{12}{9}\right)^{-1} : \left(\frac{10}{7}\right)^{-1} = -\frac{9}{12} : \frac{7}{10} = -\frac{3}{4} \cdot \frac{10}{7} = -\frac{15}{14}$$

De las fracciones que se indican, la única que es equivalente es $-\frac{45}{42}$. La fracción $-\frac{15}{14}$ no sería solución porque es la misma fracción y no una equivalente.

- 5 Elena, Carlos, Juan y Ana han realizado una prueba tipo test para comprobar sus conocimientos de Matemáticas. Elena ha respondido bien a $\frac{3}{5}$ de las preguntas; Carlos, a $\frac{4}{7}$; Juan, a $\frac{5}{6}$, y Ana, a $\frac{1}{3}$. ¿Quién ha tenido más respuestas acertadas?

a. Elena.

b. Carlos.

c. Juan.

d. Ana.

$$\frac{3}{5}, \frac{4}{7}, \frac{1}{3}, \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{126}{210}, \frac{120}{210}, \frac{70}{210}, \frac{175}{210} \Rightarrow \frac{70}{210} < \frac{120}{210} < \frac{126}{210} < \frac{175}{210} \Rightarrow \frac{1}{3} < \frac{4}{7} < \frac{3}{5} < \frac{5}{6}$$

- 6 Reparte 300 € entre 3 personas de modo que a una le correspondan $\frac{2}{5}$ del dinero, a otra $\frac{2}{3}$, y a otra $\frac{1}{4}$.

a. 120 €, 100 € y 75 €, respectivamente.

b. No es posible repartir el dinero.

c. 120 €, 200 € y 75 €, respectivamente.

d. 100 €, 200 € y 120 €, respectivamente.

$$\frac{2}{5} \cdot 300 = 120$$

$$\frac{2}{3} \cdot 300 = 200$$

$$\frac{1}{4} \cdot 300 = 75$$

$120 + 200 + 75 = 395$. Por lo tanto no es posible.